

30-0257/3-001

INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ

AMTLICHE MATERIALPRÜFANSTALT FÜR DAS BAUWESEN

ibmb

TU BRAUNSCHWEIG

BIBLIOTHEK
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-38106 Braunschweig

INGENIEURMODELL FÜR DAS VERBUNDSYSTEM STAHLBETON + KLEBELASCHE

TEIL 3

INGENIEURMODELLE DES VERBUNDS GEKLEBTER BEWEHRUNG FÜR BETONBAUTEILE

Dipl.-Ing. P. Holzenkämpfer

Dezember 1993

Abschlußbericht
Gefördert von der Stiftung Volkswagenwerk

Vorwort

Bestehende Stahlbeton- und Spannbetonbauteile müssen häufig verstärkt werden. Die Gründe hierfür sind vielfältig. Zum einen machen Fehler in der Bauwerksbemessung und -ausführung oder gar Bauschäden eine Verstärkung notwendig. Zum anderen kann es im Rahmen der Umnutzung eines ansonsten ordnungsgemäßen Bauwerks erforderlich werden, die Tragglieder deswegen zu verstärken, weil die Nutzlast zunimmt.

Eine Methode der Verstärkung stellt das Ankleben von Flachstahlprofilen auf die Außenseiten von Stahlbeton- und Spannbauteilen dar. Hiermit läßt sich die Tragfähigkeit erhöhen und die Gebrauchsfähigkeit verbessern bzw. erhalten. Als Klebstoffe sind zweikomponentige kalthärtende Epoxidharze geeignet.

Für Biegebauteile mit geklebter Bewehrung existierte noch keine abgesicherte Theorie des Versagens des Klebverbundes. Weiterhin fehlte ein Modell zum Verbundversagen laschenverstärkter Zugglieder, bei dem auch die Grenze der Verbundtragfähigkeit bei großen Verbundlängen erfaßt und das es erlaubt, das Zusammenwirken von Betonstahlbewehrung und geklebter Bewehrung zu berücksichtigen.

Die vorliegende Forschungsarbeit trägt dazu bei, die vorhandene Lücke zu schließen. Es wurden Balkenversuche unter statischer Kurzzeitbeanspruchung durchgeführt, bei denen u.a. der Laschenquerschnitt und der Abstand vom Laschenende zum Auflager variiert wurden. Die Ergebnisse wurden von Rostásy und Holzenkämpfer im Forschungsbericht "Statische Grundversuche an durch angeklebte Stahllaschen verstärkten Stahlbetonbalken" vom März 1989 dargestellt.

Weil auch dynamisch beanspruchte Bauwerke wie Brücken ggf. verstärkt werden müssen, wurden umfangreiche Versuche an Balken bei dynamischer Beanspruchung durchgeführt, über deren Ergebnisse von Rostásy und Hankers im Forschungsbericht "Dynamische Grundversuche an durch angeklebte Stahllaschen verstärkten Stahlbetonbalken" vom Februar 1991 berichtet wurde. Die Versuchsergebnisse zum dynamischen Verhalten bestätigen die derzeitigen Verfügungen der Zulassungspraxis. Körper mit geklebter Bewehrung weisen ausreichende Biegeschwellfestigkeit auf, wenn die Verankerungsregeln eingehalten sind. Versagenskri-

terien konnten im Rahmen des Forschungsvorhabens nur ansatzweise behandelt werden. Die weitere Bearbeitung der Ansätze ist in Angriff genommen worden.

Der vorliegende Schlußbericht behandelt die Modellierung des Verbundverhaltens geklebter Bewehrung unter statischer Kurzzeitbeanspruchung. Die Modelle werden anhand der Versuchsergebnisse verifiziert. Die Modellbildung schließt mit den erforderlichen Nachweisen der Zugkraftdeckung und Verankerung für Biegebauteile ab. Die Untersuchungen ergaben, daß es mechanisch richtig ist, einerseits einen Nachweis der Laschenendverankerung zu führen und andererseits nachzuweisen, daß kein Verbundbruch im Bereich hoher Momentenbeanspruchung auftritt (Entkopplungsnachweis). Für die Endverankerung wird ein Nachweisvorschlag unterbreitet und anhand der Versuchsergebnisse verifiziert. Der Kenntnisstand zur Entkopplung ist z.Zt. nicht ausreichend, um ein mechanisch begründetes und abgesichertes Modell angeben zu können. Weitere Versuche sind hierzu notwendig. Nach Ansicht des Verfassers ist eine Neufassung der Zulassungsrichtlinien hinsichtlich der Regeln zur Verankerung und Zugkraftdeckung erforderlich.

Das Forschungsvorhaben stand unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. F.S. Rostásy, der durch zahlreiche Denkanstöße und ständige Diskussionsbereitschaft entscheidend zum Gelingen des Vorhabens beigetragen hat. Die Untersuchungen zum dynamischen Tragverhalten führte Herr Dipl.-Ing. Ch. Hankers durch.

Für die finanzielle Förderung sei der Stiftung Volkswagenwerk e.V. an dieser Stelle ausdrücklich gedankt.

Braunschweig, Dezember 1993

INHALT

BEZEICHNUNGEN	1
1. EINLEITUNG	7
1.1 Problemstellung und Ziel	7
1.2 Inhaltliche Übersicht	8
2. STOFFGESETZE	9
3. VERBUND IM VERBUNDSYSTEM LASCHE-KLEBSTOFF-BETON	11
3.1 Vorbemerkungen	11
3.2 Grundsätzliches zum Verbundverhalten	11
3.3 Modelle zur Beschreibung von Spannungen und Verschiebungen	15
3.3.1 Möglichkeiten der Modellierung	15
3.3.2 Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes	19
3.3.3 Lösung der Dgl. für einen linearen Verbundansatz	21
3.3.4 Lösung der Dgl. für den Verbundansatz nach Wicke und Pichler	25
3.3.5 Lösung der Dgl. für einen bilinearen entfestigenden Verbundansatz	28
3.3.6 Beurteilung der Vorhersagefähigkeit der Verbundansätze	31
3.3.7 Wahl des Verbundansatzes	39
3.4 Verallgemeinerung des bilinearen Verbundansatzes	40
3.4.1 Maximale Verbundspannung $\tau_{\ell 1}$	40
3.4.2 Grenzwert der elastischen Verschiebung $s_{\ell 1}$	42
3.4.3 Bruchenergie G_F und maximale Verschiebung $s_{\ell 0}$	46
3.5 Bruchmodelle	48
3.5.1 Einführung	48
3.5.2 Das Modell von Ranisch	49

3.5.3	Das Modell von Wicke und Pichler	51
3.5.4	Die Verbundbruchkraft nach linear-elastischer Bruchmechanik	53
3.5.5	Das Verhalten bei Annahme eines bilinearen Verbundansatzes	55
3.5.5.1	Rechenergebnisse bei bilinearem Ansatz	55
3.5.5.2	Erläuterung der eigenen Versuche	58
3.5.5.3	Bruchverhalten	61
3.5.5.4	Vergleich von Theorie und Versuch	65
3.5.6	Rechenmodell zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit	69
3.5.6.1	Vergleich der Tragfähigkeit bei bilinearem und linearem Ansatz	69
3.5.6.2	Einfluß der Versuchsart	70
3.5.6.3	Einfluß der Lage der Klebfläche in bezug auf die Betonierichtung	71
3.5.6.4	Größeneinflüsse b_ℓ und b_ℓ/b	72
3.5.6.5	Auswertung von Versuchsergebnissen	74
3.6	Die Wirkung von Anpreßdruck normal zur Klebschicht	77
3.7	Entwurfsmodell der Verbundtragfähigkeit	84
3.8	Zusammenfassung	86
4.	ZUSAMMENWIRKEN VON BETON UND KLEBELASCHE	88
4.1	Vorgehensweise	88
4.2	Ermittlung der maximalen Rißbreite	92
4.3	Ermittlung der Dehnungen des zentrisch gezogenen Bauteils	102
4.4	Zusammenfassung	107
5.	ZUSAMMENWIRKEN BEI GEMISCHTER BEWEHRUNG	108
5.1	Vorbemerkung	108
5.2	Die Differentialgleichungen des Verbundes für das Verbundsystem	108
5.3	Ingenieurmodell zur Erfassung des Zusammenwirkens	112

- III -

5.3.1	Vorgehen	112
5.3.2	Ermittlung der maximalen Rißbreite bei gemischter Bewehrung	112
5.3.3	Ermittlung der Bauteildehnungen bei gemischter Bewehrung	125
5.3.4	Überprüfung des Ingenieurmodells anhand von Versuchen	128
5.4	Zusammenfassung	132
6.	NACHWEIS UND DURCHBILDUNG LASCHENVERSTÄRKTER BIEGETRAGGLIEDER	134
6.1	Einführung	134
6.2	Biegebemessung	135
6.3	Schubbemessung	137
6.4	Zugkraftdeckung und Verankerung	138
6.4.1	Versagensursachen im Überblick	138
6.4.2	Nachweis am Laschenende	141
6.4.3	Nachweis im Punkt E	143
6.4.4	Entkoppelungsnachweis	150
6.5	Zusammenfassung	152
7.	FOLGERUNGEN FÜR FORSCHUNG UND PRAXIS	154
8.	ZUSAMMENFASSUNG	156
9.	LITERATUR	159
ANHANG		169

BEZEICHNUNGEN

Allgemeines

adm	: zulässig
cal	: rechnerisch
ef	: wirksam
exp	: experimentell
max	: maximal
min	: minimal
prov	: vorhanden
req	: erforderlich

Zeichen für geometrische Größen

A	: Querschnittsfläche (allgemein)
A_c	: Querschnittsfläche des Betons
$A_{c,ef}$: wirksame Zugzone der Bewehrung
A_ℓ	: Querschnittsfläche der geklebten Bewehrung
A_s	: Querschnittsfläche des Betonstahls in der Zugzone
U_s	: Umfang der Betonstahlbewehrung
a_0	: Abstand zwischen rechn. Auflagerlinie und Laschenende
b	: Breite bei Rechteckquerschnitten
b_{ef}	: mitwirkende Plattenbreite
b_ℓ	: Laschenbreite
c	: Betondeckung
d	: statische Nutzhöhe der Betonstahlbewehrung
d_ℓ	: statische Nutzhöhe der geklebten Bewehrung
d_s	: Durchmesser des Bewehrungsstabes
d_{RVE}	: Kantenlänge der repräsentativen Volumeneinheit
h	: Gesamtdicke eines Querschnitts
h_c	: fiktive Dicke des von einer Verzerrung infolge Verbundbeanspruchung beeinflussten Betonquerschnitts
h_g	: Klebschichtdicke
h_ℓ	: Laschendicke
l	: Länge, Verbundlänge

$l_{a,max}$: maximale Einleitungslänge bei abgeschlossenem Rißbild
l_0	: Grundmaß der Verankerungslänge für Bewehrung
l_1	: Verankerungslänge für Bewehrung an der Endverankerung
l_t	: Verankerungslänge der geklebten Bewehrung
l_x	: Länge der nicht entkoppelten Klebverbundzone
s	: Abstand (allgemein)
s_{rm}	: mittlerer Rißabstand bei abgeschlossenem Rißbild
w	: Rißbreite
x	: Höhe der Betondruckzone
Δx	: Elementlänge bei schrittweiser Integration
x_p	: Länge der nicht entfestigten Klebverbundzone
x,y,z	: Achsrichtungen eines rechtwinkligen, rechtsdrehenden Koordinatensystems
z	: Hebelarm der inneren Kräfte der Gesamtzugbewehrung
z_ℓ	: Hebelarm der inneren Kräfte der geklebten Bewehrung
z_s	: Hebelarm der inneren Kräfte der Betonstahlbewehrung
μ	: geometrischer Bewehrungsgrad $\mu = (A_s + A_\ell) / A_c$
μ_ℓ	: geometrischer Bewehrungsgrad der geklebten Bewehrung $\mu_\ell = A_\ell / A_c$
μ_s	: geometrischer Bewehrungsgrad der Betonstahlbewehrung $\mu_s = A_s / A_c$
$\mu_{\ell,ef}$: wirksamer geometrischer Bewehrungsgrad der geklebten Bewehrung $\mu_{\ell,ef} = A_{\ell,ef} / A_{c,ef}$
$\mu_{s,ef}$: wirksamer geometrischer Bewehrungsgrad der Betonstahlbewehrung $\mu_{s,ef} = A_{s,ef} / A_{c,ef}$

Sicherheitsrelevante Zeichen

S	: Einwirkung
R	: Widerstand
γ	: Sicherheitsbeiwert
γ_F	: Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen
γ_M	: Teilsicherheitsbeiwert für Baustoffe
γ_C	: Teilsicherheitsbeiwert für Beton
γ_S	: Teilsicherheitsbeiwert für Stahl

Kenngrößen für Baustoffe

Stahl

E_ℓ	: Elastizitätsmodul der geklebten Bewehrung
E_s	: Elastizitätsmodul der Betonstahlbewehrung
$\varepsilon_{\ell y}$: Laschenstahldehnung bei Erreichen der Streckgrenze
f_t	: Zugfestigkeit des Betonstahls
$f_{\ell y}$: Festigkeit des Laschenstahls an der Streckgrenze
$f_{\ell y k}$: charakteristischer Wert von $f_{\ell y}$
f_y	: Festigkeit des Betonstahls an der Streckgrenze
$f_{y k}, f_{s y k}$: charakteristischer Wert von f_y

Beton

E_c	: Elastizitätsmodul von Normalbeton
E_{cm}	: Sekantenmodul von Normalbeton
G_c	: Schubmodul von Normalbeton
G_F	: Bruchenergie
d_{max}	: Zuschlaggrößtkorn
ρ_{Wm}	: Mittelwert der Betondruckfestigkeit an Würfeln mit 150 mm Kantenlänge und Lagerung nach DIN 1048
f_c	: Zylinderdruckfestigkeit des Betons
f_{ck}	: charakteristischer Wert von f_c
f_{ct}	: zentrische Zugfestigkeit des Betons
f_{ctm}	: Mittelwert der Zugfestigkeit des Betons (bei mittigem Zug)
ν_c	: Querdehnzahl des Betons

Klebstoff

E_g	: Elastizitätsmodul des Klebstoffs
G_g	: Schubmodul des Klebstoffs
ν_g	: Querdehnzahl des Klebstoffs

Zeichen für Verformungen und Dehnungen

u, v, w	: Verschiebungskomponenten
s	: Relativverschiebung (allgemein)
s_s	: Relativverschiebung der Betonstahlbewehrung
s_1, s_2, s_3	: Relativverschiebungsparameter des Verbundansatzes der Betonstahlbewehrung
s_ℓ	: Relativverschiebung der geklebten Bewehrung
$s_{\ell 1}, s_{\ell 0}$: Relativverschiebungsparameter des Verbundansatzes der geklebten Bewehrung
$s_{\ell 1N}, s_{\ell 0N}, s_{\ell R}$: Relativverschiebungsparameter des Verbundansatzes der geklebten Bewehrung mit Anpreßdruck
γ	: Verzerrung (allgemein)
γ_g	: Verzerrung der Klebschicht, $\gamma_g = s_g/h_g$
γ_1	: Verzerrung infolge $s_{\ell 1}$, $\gamma_1 = s_{\ell 1}/h_g$
γ_0	: Verzerrung infolge $s_{\ell 0}$, $\gamma_0 = s_{\ell 0}/h_g$
ε	: Dehnung (allgemein)
ε_c	: Betondehnung
ε_{cm}	: mittlere Betondehnung
ε_{cr}	: Betondehnung bei Erstrißbildung
ε_s	: Dehnung der Innenbewehrung
ε_{sm}	: mittlere Dehnung der Innenbewehrung unter Berücksichtigung von "tension stiffening"
ε_ℓ	: Dehnung der geklebten Bewehrung
$\varepsilon_{\ell m}$: mittlere Dehnung der geklebten Bewehrung unter Berücksichtigung von "tension stiffening"

Zeichen für Kräfte, Momente und Spannungen

F	: Einwirkung, Kraft, Last
F_c	: auf den Beton wirkende Kraft
F_ℓ	: auf die geklebte Bewehrung wirkende Kraft
$F_{\ell yk}$: Streckkraft der geklebten Bewehrung, $F_{\ell yk} = f_{\ell yk} A_\ell$
F_s	: auf die Betonstahlbewehrung wirkende Kraft
F_{syk}	: Streckkraft der Betonstahlbewehrung, $F_{syk} = f_{syk} A_s$
F_{cr}	: Erstrißkraft

F_a	: Kraft bei Erreichen des abgeschlossenen Rißbilds
F_e	: Kraft bei Beginn der Entkoppelung
F_y	: Kraft bei Beginn des Fließens einer der Bewehrungen
F_{yy}	: Kraft bei Beginn des Fließens beider Bewehrungen
M	: Biegemoment (allgemein)
M_0	: rechnerisch einwirkendes Biegemoment bei Anbringung der geklebten Bewehrung
N	: Längskraft (allgemein)
V	: Querkraft (allgemein)
V_s	: auf die Betonstahlbewehrung entfallender Querkraftanteil
V_l	: auf die geklebte Bewehrung entfallender Querkraftanteil
σ	: Spannung (allgemein)
σ_1, σ_2	: Hauptzug- bzw. Hauptdruckspannung
σ_N	: Anpreßdruck
σ_c	: Betonspannung
σ_ℓ	: Laschenstahlspannung
$\sigma_{\ell r2}$: Laschenstahlspannung im Riß bei Erstrißbildung
$\sigma_{\ell m}$: mittlere Laschenstahlspannung unter Berücksichtigung von "tension stiffening"
σ_s	: Betonstahlspannung
σ_{sr2}	: Betonstahlspannung im Riß bei Erstrißbildung
σ_{sm}	: mittlere Betonstahlspannung unter Berücksichtigung von "tension stiffening"
τ	: Schubspannung, Verbundspannung (allgemein)
τ_ℓ	: Verbundspannung der geklebten Bewehrung
$\tau_{\ell 1}$: Rechenwert der maximalen Klebverbundspannung
$\tau_{\ell 1N}$: Rechenwert der max. Klebverbundspannung bei Anpreßdruck
$\tau_{\ell R}$: Verbundspannung im Verbundansatz bei vorh. Reibungsniveau
$\tau_{\ell m}$: konstante mittlere Verbundspannung der geklebten Bewehrung
τ_s	: Verbundspannung der Betonstahlbewehrung
τ_{max}, τ_f	: Parameter des Verbundansatzes für Betonstahlbewehrung
τ_{sm}	: konstante mittlere Verbundspannung der Betonstahlbewehrung

Weitere Zeichen

C	: Compliance (Nachgiebigkeit)
C_s, C_ℓ, α	: Parameter von Verbundansätzen
W	: Arbeit, Energie
k_b	: Beiwert zur Berücksichtigung des Größeneinflusses
k_c	: Beiwert zur Berücksichtigung der Verbundlage
n_ℓ	: Verhältnis der Elastizitätsmoduln von geklebter Bewehrung und Beton $n_\ell = E_\ell/E_c$
n_s	: Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Betonstahlbewehrung und Beton $n_s = E_s/E_c$
ω, λ	: Hilfswerte in der Dgl. des verschieblichen Verbunds
η	: Verstärkungsgrad
β	: Integrationsfaktor
μ_N	: Reibbeiwert

Indizes

a	: abgeschlossenes Rißbild
c	: Beton
d	: Bemessungswert
e	: Entkoppelung
g	: Klebstoff
k	: charakteristischer Wert
ℓ	: Lasche
m	: mittlerer Wert
r	: Erstrißkraftniveau
s	: Bewehrungsstahl
u	: Bruch
v	: verstärkter Zustand
N	: Anpreßdruck
0	: unverstärkter Zustand
1	: am Ende der Einleitungslänge
2	: im Riß
Δ	: Differenz

1. EINLEITUNG

1.1 Problemstellung und Ziel

Seit ca. 25 Jahren werden weltweit Stahlbeton- und Spannbetonbauwerke durch geklebte Bewehrung verstärkt, indem mit geeigneten zweikomponentigen kalt-härtenden Epoxidharzklebstoffen Flachprofile auf die Außenseite von Bauteilen geklebt werden. Meist werden Walzstahlprofile eingesetzt, seltener Profile aus Glas- oder Kohlefaserlaminaten. Durch geklebte Bewehrung kann sowohl die Biege- und Schubtragfähigkeit erhöht als auch die Gebrauchsfähigkeit verbessert bzw. erhalten oder wiederhergestellt werden. Untersuchungen zum Langzeitverhalten zeigen, daß die Dauerhaftigkeit des entstandenen Verbundsystems befriedigt. Die Anwendung der geklebten Bewehrung ist in der Bundesrepublik Deutschland an die Zustimmung im Einzelfall oder an eine vom DIBT ausgestellte allgemeine bauaufsichtliche Zulassung gebunden. Da allgemeine Bemessungsgrundsätze für die geklebte Bewehrung bisher nicht als Normen oder Richtlinien vorliegen, ist die Bemessung z.Zt. noch in der Zulassung geregelt. Sie basiert im wesentlichen auf den Forschungsergebnissen von Rostásy und Ranisch und wurde hauptsächlich aus Versuchen an laschenverstärkten Zuggliedern abgeleitet.

Für Biegebauteile mit geklebter Bewehrung existiert zur Zeit noch keine abgesicherte Theorie des Versagens des Klebverbundes. Weiterhin fehlt ein Modell zum Verbundversagen laschenverstärkter Zugglieder, bei dem auch die Grenze der Verbundtragfähigkeit bei großen Verbundlängen erfaßt wird und das es erlaubt, das Zusammenwirken der Bewehrungspartner zu berücksichtigen. Die vorliegende Arbeit soll dazu beitragen, die vorhandene Lücke zu schließen. Ziel ist, mittels theoretischer und experimenteller Untersuchungen zu einer allgemeinen Theorie zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit zu kommen und außerdem das Zusammenwirken im Verbundsystem durch eine verbundorientierte Betrachtung zu erfassen. Um den Rahmen der Arbeit nicht zu sprengen, beschränken sich die Untersuchungen auf das Verhalten des Klebverbundes unter statischer Kurzzeitbeanspruchung.

Bei den entwickelten Zusammenhängen handelt es sich um deterministische Modelle, die bewußt einfach gehalten sind, so daß sie für die Bemessungspraxis noch verwendbar sind. Es wurde versucht, soweit möglich, analog zur gängigen Modellierung bei Stahlbetonbauteilen vorzugehen.

1.2 Inhaltliche Übersicht

Nachdem kurz auf Rechenansätze für die Stoffgesetze von Beton, Stahl und Klebstoff eingegangen wird, folgt ein ausführlicher Abschnitt zum Verbundverhalten. Zunächst wird die Verbundwirkung und die Möglichkeit der Modellierung erläutert sowie die Modellierung mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes begründet. Nachdem einige Lösungen der Dgl. hergeleitet werden, wird exemplarisch die Vorhersagefähigkeit verschiedener Verbundansätze dargestellt und die Wahl eines bilinearen Verbundansatzes begründet. Es folgt die Verallgemeinerung des Verbundansatzes.

Im zweiten Teil von Abschnitt 3 werden Bruchmodelle der Literatur vorgestellt sowie die rechnerische Verbundtragfähigkeit des verwendeten Ansatzes gezeigt. Die hierzu durchgeführten eigenen Versuche werden erläutert und die Versuchsergebnisse mit den rechnerischen verglichen. Auf das beobachtete Bruchverhalten wird eingegangen. Der Abschnitt 3 schließt mit der Erarbeitung eines Entwurfmodells und dessen Verifizierung ab.

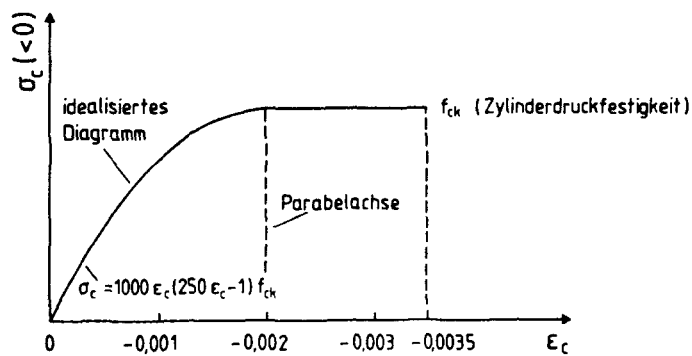
Abschnitt 4 behandelt das Zusammenwirken von Beton und Klebelasche im Stahlbetondehnkörper unter mittiger Zugkraft als Modellfall.

Im Abschnitt 5 wird das Zusammenwirken der Verbundpartner Beton, Innenbewehrung und Lasche bearbeitet und ein an CEB Model Code 1990 angelehntes Modell zur Ermittlung von mittleren Dehnungen und Rißbreiten angegeben.

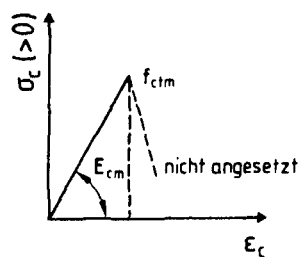
Die in den bereits erläuterten Abschnitten gewonnenen Erkenntnisse werden im Abschnitt 6 auf Biegetragglieder übertragen und ein Modell zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit erarbeitet, das anhand eigener und fremder Versuche verifiziert wird.

2. STOFFGESETZE

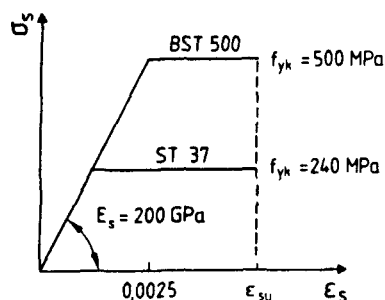
Für die Bemessung ist es i.a. ausreichend, mit stark vereinfachten Materialkennlinien zu arbeiten. Für Beton kann für Druckbeanspruchung das Parabel-Rechteck-Diagramm, Bild 2.1a, gewählt werden. Für Zugbeanspruchung kann für Beton und Klebstoff linear elastisches Verhalten bis zum Erreichen der Zugfestigkeit angenommen werden, Bild 2.1b. Für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit darf die Mitwirkung des Betons auf Zug i.a. nicht berücksichtigt werden.



a) Parabel - Rechteck - Diagramm für Beton (Kurzzeitbeanspruchung)



b) Spannungsdehnungslinie für Beton bei einachsigen Zug



c) Spannungsdehnungslinie für Baustahl und Betonstahl

Bild 2.1: Rechenansätze für Spannungsdehnungslinien

Für die Spannungsdehnungslinien von Stahl kann linear elastisches Verhalten bis zum Erreichen der Streckgrenze und konstanter Verlauf bis zum Erreichen einer Grenzdehnung angenommen werden, Bild 2.1c.

Spannungsdehnungslinien, die das Materialverhalten genauer berücksichtigen, sind im EC 2, T.1, Abschn. 4.2 /29/ und im MC 90, Abschn. 2 /18/ angegeben. Aufgrund ihrer komplizierteren mathematischen Form ist die Berechnung jedoch aufwendiger als bei den einfachen Rechenansätzen. Daher finden diese Ansätze meist in elektronischen Berechnungen Anwendung. Die genaueren Ansätze erbringen nur eine geringfügig verbesserte Vorhersagefähigkeit der Tragfähigkeit. Allerdings gelingt es mit ihnen deutlich besser die Verformungsfähigkeit eines Bauteils vorherzusagen.

3. VERBUND IM VERBUNDSYSTEM LASCHE-KLEBSTOFF-BETON

3.1 Vorbemerkungen

Wie bei der im Beton eingebetteten Bewehrung kommt auch bei der geklebten Bewehrung dem Verbundverhalten, d.h. dem Zusammenwirken von Stahl und Beton, entscheidende Bedeutung zu. Die Verbundeigenschaften besitzen wesentlichen Einfluß auf die Größe der Verankerungslänge sowie auf die Rißbildung und das Verformungsverhalten von Stahlbetonkonstruktionen. Daher soll im folgenden auf die grundsätzlichen Zusammenhänge des Verbundverhaltens bei geklebten Konstruktionen unter Kurzzeitbeanspruchung eingegangen werden.

Die Verbundwirkung zwischen Beton und geklebter Bewehrung beruht auf Haftung infolge chemisch-physikalischer Bindung (Adhäsion) und mechanischer Verzahnung von Klebstoff und Beton bzw. Stahl, s. hierzu /87/. Die Verwendung eines geeigneten Klebstoffs ausreichender Festigkeit sowie eine sorgfältige Oberflächenvorbehandlung der Fügeteile vorausgesetzt, erfolgt im statischen Kurzzeitversuch das Verbundversagen im Beton wenige Millimeter oberhalb der Klebschicht. Unter Schälbeanspruchung, dynamischer Belastung oder statischer Belastung mit normal zur Klebschicht aufgebrachtem Querdruk kann es auch zum Kohäsionsbruch im Klebstoff kommen. Diese Beanspruchungen sollen bei den folgenden Betrachtungen jedoch ausgeschlossen sein.

3.2 Grundsätzliches zum Verbundverhalten

Als Grundlage für die konstruktive Durchbildung eines bewehrten Bauteils ist es von Interesse, mit möglichst einfachen physikalischen Modellen, den Zusammenhang zwischen der entlang einer Strecke eines Bewehrungsstabes übertragenen Kraft und den dabei auftretenden örtlichen Relativverschiebungen von Stahl und Beton zu beschreiben.

Für im Beton liegende Bewehrungsstäbe wurde hierzu seit mehr als vier Jahrzehnten weltweit eine Vielzahl von Forschungen durchgeführt, aus denen Hunderte von Arbeiten entstanden. Die Veröffentlichungen /17,24,107/ fassen die bis 1984 erzielten Forschungsergebnisse zusammen. Die Verbundwirkung zwischen den beiden Baustoffen Beton und Stahl wird meist durch sogenannte Verbundgesetze beschrieben, die den Zusammenhang zwischen einer über den Umfang des Bewehrungsstabes gleichmäßig verteilten, fiktiven Schubspan-

nung τ und der Differenz $s = u_s - u_c$ zwischen den örtlichen Verschiebungen von Stahl und Beton angeben. Die übertragene Verbundspannung entsteht durch Haft-, Scher- und Reibungsverbund, die Relativverschiebung s faßt echte Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton sowie Verformungen des die Bewehrung umgebenden Betons zusammen. Mit zunehmender Beanspruchung bilden sich im Beton sekundäre Querrisse, die in /35/ experimentell nachgewiesen wurden. Es werden radiale Zugspannungen im Beton geweckt, die zu von innen ausgehenden Spaltrissen entlang des Bewehrungsstabes führen. Das Tragverhalten wird modellhaft in Bild 3.1 dargestellt.

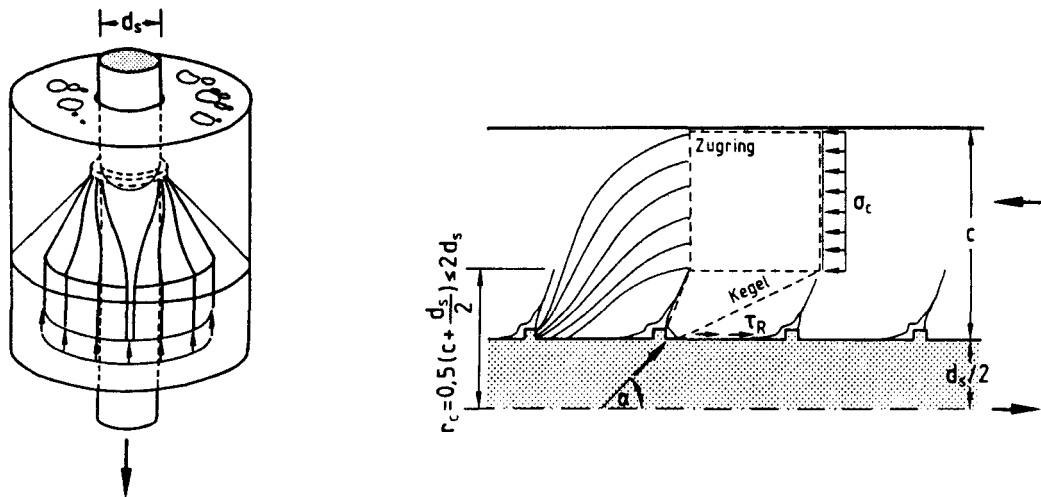


Bild 3.1: Verbundmodell für gerippte Bewehrungsstäbe /110/

In der τ - s -Beziehung lassen sich qualitativ die in Bild 3.2 schematisch dargestellten Beanspruchungszonen zuordnen /113/. Der Abschnitt 0-A entspricht dem Haft- und Scherverbund im zunächst ungerissenen Beton. Die Relativverschiebungen sind sehr gering. Der anschließende Abschnitt A-B kennzeichnet den Scherverbund bei auftretenden sekundären Querrissen, der Abschnitt B-C entspricht dem Scherverbund mit sekundären Längs- und Querrissen. τ_c entspricht dem maximalen Scherwiderstand und stellt den Übergang zum Reibungsverbund dar. Der anschließende abfallende Ast verläuft je nach Ausmaß des Aufspaltens unterschiedlich steil. Bei einem Sprengbruch fällt er steil auf Null ab, bei einem Gleitbruch läuft er weniger steil auf ein Reibungsplateau τ_R aus. Die Größe der Verbundspannungen τ_A , τ_B , τ_C und τ_R sowie die Steigungen der Abschnitte können sehr unterschiedlich sein und hängen im wesentlichen von der Betongüte, Stahloberflächenbeschaffenheit, Betondeckung, Verbundqualität, Stahlspannung, Beanspruchungsart und -geschichte sowie der Entfernung zum Hauptriß ab /28,62,75,89,95/.

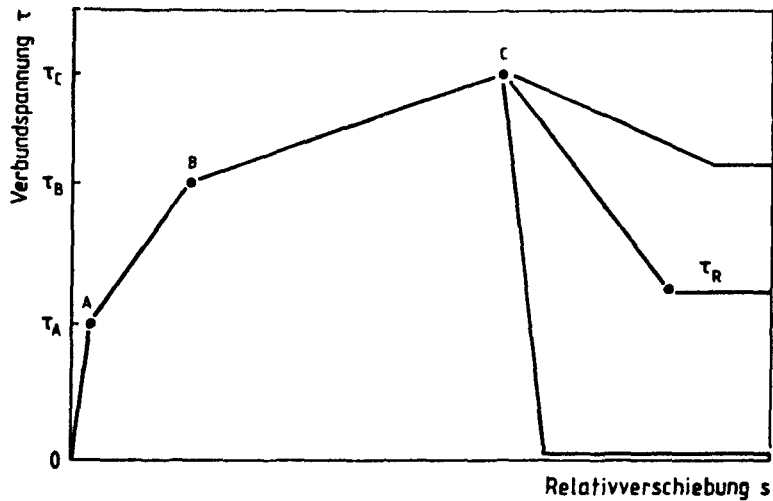


Bild 3.2: Beanspruchungszonen für allgemeingültige τ - s -Beziehungen (schematisch) /113/

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es sich bei den τ - s -Beziehungen nicht um echte Stoffgesetze handelt, sondern um modellierte Beschreibungen der Auswirkungen der komplexen Bruchvorgänge im Beton auf die besonders interessierende Kraft-Verbundsteifigkeits-Beziehung /33/. Gleichwohl lassen sich mit geeigneten τ - s -Beziehungen einfache und brauchbare Lösungen erzielen.

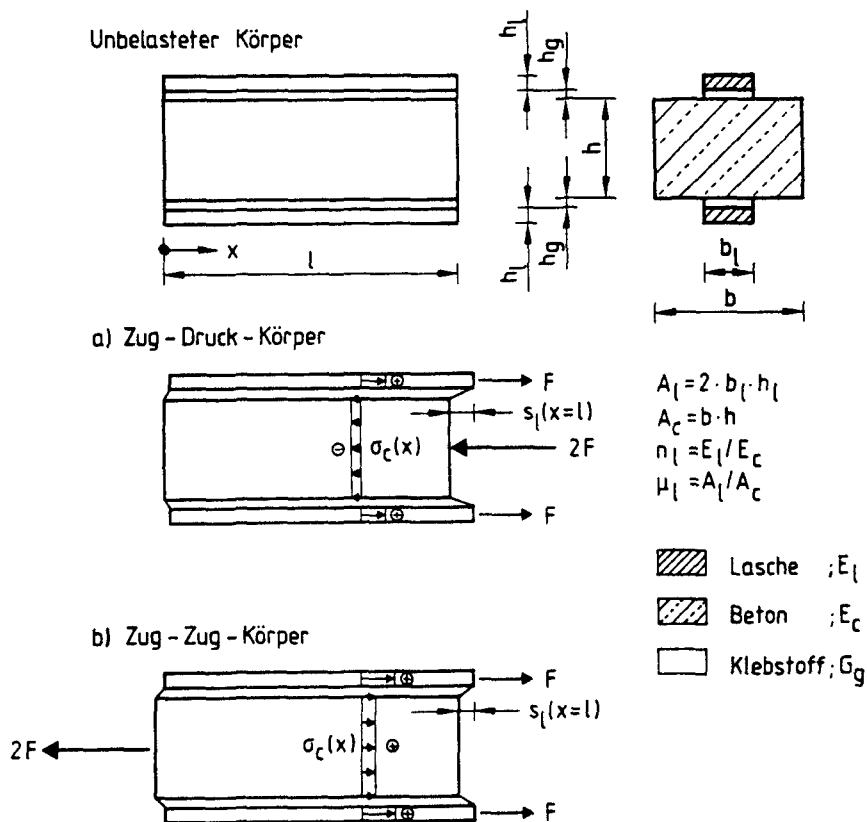


Bild 3.3: Betonkörper mit geklebter Bewehrung (schematisch)

Im Fall der geklebten Bewehrung wird die Verbindung zwischen Stahl und Beton durch eine nachgiebige Zwischenschicht, dem Klebstoff, hergestellt (Bild 3.3). Die Relativverschiebungen s_ℓ setzen sich damit aus den Verzerrungen γ der Klebschicht und den Betonverformungen der Grenzschicht additiv zusammen. Andererseits werden echte Verschiebungen zwischen den Verbundpartnern vernachlässigbar gering sein, da durch den Klebstoff eine nahezu verschiebungsfreie Kopplung gelingt. Nach Kenntnis des Verfassers wurde bisher nur in /48/ eine schematische Darstellung zur Rißbildung im Beton unter der Klebschicht veröffentlicht, Bild 3.4.

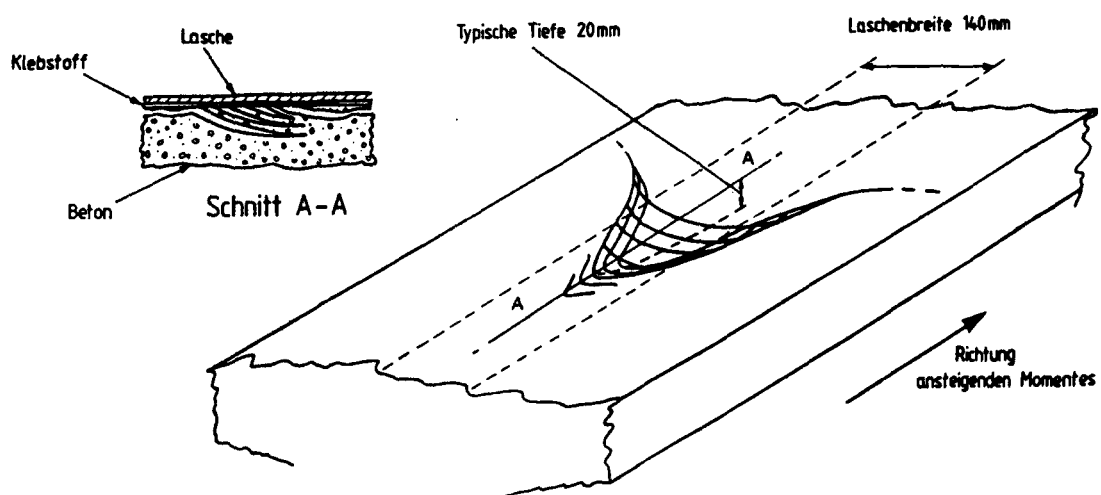


Bild 3.4: Schematische Darstellung der Bruchflächen im Beton /48/

Hiernach bilden sich gekrümmte Querrisse aus, die dann zu einer horizontalen Bruchfläche zusammenwachsen. Da diese Angaben nur qualitativ sind, werden auch in der vorliegenden Arbeit, wie bisher, die τ - s_ℓ -Beziehungen indirekt aus Dehnungs- und Verschiebungsmessungen bestimmt. In Kapitel 3.3.6 wird gezeigt, daß sich mit den so gewonnenen Beziehungen die Spannungsverläufe über den gesamten Beanspruchungsbereich gut beschreiben lassen. Die vorstehenden Bemerkungen sollen zeigen, daß das Verbundverhalten der geklebten Bewehrung prinzipiell wie bei der innenliegenden Stabstahlbewehrung modelliert werden kann. Allerdings ist zu beachten, daß infolge des Fehlens des allseits umschließenden Betonringes Querdruckspannungen nicht aufgebaut werden können und es daher eine Unterscheidung zwischen Sprengbruch und Gleitbruch nicht gibt. Auch nach Erreichen des Verbundspannungsmaximums werden über Kornreibung noch Kräfte übertragen. Die dabei auftretenden Relativverschiebungen sind sehr viel geringer als bei der innenliegenden Bewehrung. Die Beanspruchungszonen beim Klebverbund zeigt in schematischer Darstellung Bild 3.5.

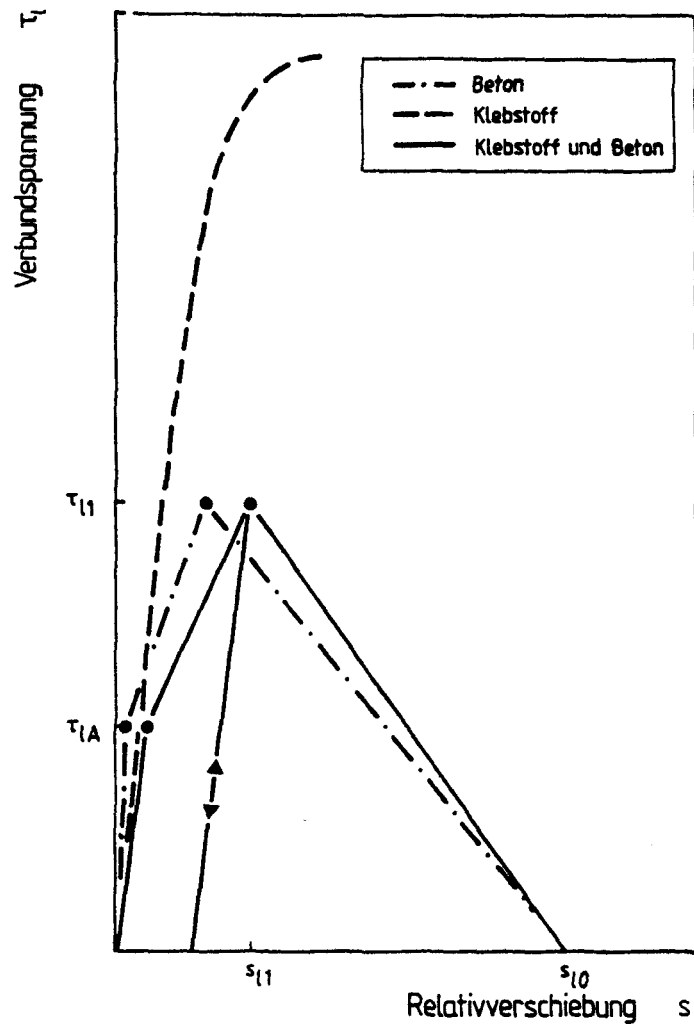


Bild 3.5: Beanspruchungszonen für τ_ℓ - s_ℓ -Beziehungen des Klebverbundes (schematisch)

Im Abschnitt 3.5.5.3 wird auf das in eigenen Versuchen beobachtete Bruchverhalten eingegangen. Ziel ist, das Verhalten des Verbundsystems Stahlbeton + Klebelasche mit Rechenmodellen zu beschreiben. Im folgenden werden daher Möglichkeiten der Modellierung aufgezeigt.

3.3 Modelle zur Beschreibung von Spannungen und Verschiebungen

3.3.1 Möglichkeiten der Modellierung

Bei geklebten Verbindungen treten, wie bereits vielfach experimentell nachgewiesen, Spannungskonzentrationen an den Laschenenden auf. Von hier geht das Versagen des Verbundes aus. Rechenmodelle müssen daher den Spannungs-

verlauf wirklichkeitsnah beschreiben. Neben der Möglichkeit der Berechnung der Spannungen und Verformungen mit der FE-Methode, haben zahlreiche Forscher im Zusammenhang mit dem Einsatz von Klebstoffen im Flugzeugbau analytische Verfahren zur Berechnung der Spannungen in geklebten Metallverbindungen entwickelt /1-4,11,20,21,34,38,93,112,125,126/. Seit 1971 wurden auch Modelle zur Berechnung der Spannungen in geklebten Stahl-Beton-Verbindungen veröffentlicht /13,87,94,131/. In Tabelle 3.1 wird eine Übersicht über wesentliche Verfahren gegeben, von denen einige in /87/ diskutiert werden.

Tabelle 3.1: Theorien zur Berechnung von Spannungen in geklebten Verbindungen

	Autor	Fügeteile	Verbundzone bzw. Klebschicht	Berücksichtigung der Fügeteilbiegung	Berücksichtigung der Klebschicht bei der Fügeteilbiegung	σ_y	$\tau(x=0)=0$	$\tau(x=l)=0$
1	Volkersen /125/, Bresson /13/	linear-elastisch homogen, isotrop	linear	nein	nein	nein	nein	nein
2	Braig /11/	"	quadrat. nichtlinear	nein	nein	nein	nein	nein
3	Althof /4/	"	beliebig nichtlinear	nein	nein	nein	nein	nein
4	Ranisch /87/, Ottosen/Olsson /84 /	"	bilinear	nein	nein	nein	nein	nein
5	Wicke/Pichler /131/	"	nichtlinear	nein	nein	nein	ja	nein
6	Goland/Reissner /34/	"	linear	ja	nein	ja	nein	nein
7	Volkersen /126/	"	linear	ja	nein	ja	nein	nein
8	Volkersen /126/	"	linear	ja	ja	ja	ja	ja
9	Allman /3/	"	linear	ja	ja	ja	ja	ja
10	Roberts/Haji-Kazemi /94/	"	linear	ja	nein	ja	nein	nein
11	Hart-Smith /38/	linear-elastisch auch anisotrop	linear	ja	ja	ja	nein	nein

Die Theorien unterscheiden sich im angenommenen Spannung-Verformungsverhalten der Klebschicht, in der Berücksichtigung der Fügeteilbiegung sowie in der Berücksichtigung der Klebschicht bei der Fügeteilbiegung. Aus der Vernachlässigung der Fügeteilbiegung (Tab. 3.1, Zeile 1-5) folgt, daß Spannungen σ_y normal zur Klebschicht rechnerisch nicht auftreten. Die Bestimmungsgleichungen für die Verbund- und Fügeteilspannungen sind überschaubar und daher als Ingenieurmodelle noch geeignet. Nichtlineares Ver

bundspannung-Verformungsverhalten der Klebschicht kann berücksichtigt werden. Eine Modellverbesserung z.B. durch Berücksichtigung der Fügeteilbiegung führt zu komplizierten Gleichungssystemen, die für die Praxis nicht geeignet sind. Die Gegenüberstellung von Theorien mit angenommenen linear-elastischem Werkstoffverhalten zeigt, daß die Unterschiede im Verbundspannungsverlauf mit und ohne Berücksichtigung der Fügeteilbiegung nicht gravierend sind /2,87/. Bei hohen Beanspruchungen stimmen dagegen alle Theorien, die linear-elastisches Verhalten der Klebschicht voraussetzen, nicht mit den experimentell ermittelten Spannungen überein /87/. Erst durch Annahme eines wirklichkeitsnahen Stoffgesetzes für die Klebschicht kann gute Übereinstimmung erreicht werden, Bild 3.6.

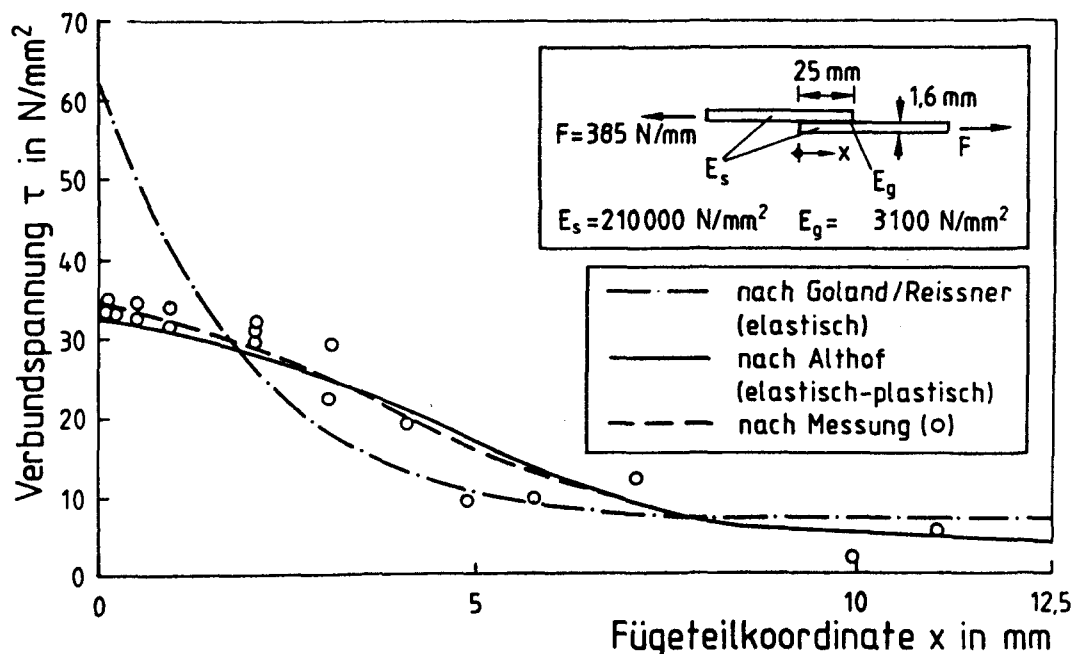


Bild 3.6: Verbundspannungsverlauf einer einschnittigen Metallklebverbindung

Diese Beobachtung ist für geklebte Beton-Laschenverbindungen besonders gewichtig, da es hier zu Verbundstörungen im klebstoffnahen Beton infolge Ribbildung kommt, jedoch nach Erreichen des Verbundspannungsmaximums noch Kräfte durch Kornreibung übertragen werden können.

An dieser Stelle sei noch eine weitere Modellschwäche angesprochen. Nach der Kontinuumsmechanik gilt $\tau_{xy} = \tau_{yx}$. An den Laschenenden muß danach, da hier an der Klebschicht keine äußeren Kräfte angreifen, $\tau_{yx} = 0$ sein, Bild 3.7. Diese Bedingung wird nur von zwei der in Tab. 3.1 aufgeführten Modelle erfüllt. Die Nichterfüllung dieser Bedingung führt jedoch nicht, außer in

einer kurzen Störzone, zu wesentlichen Unterschieden in den Spannungsmaxima. Theorien, die die Bedingung nicht erfüllen, müssen daher nicht als ungeeignet angesehen werden.

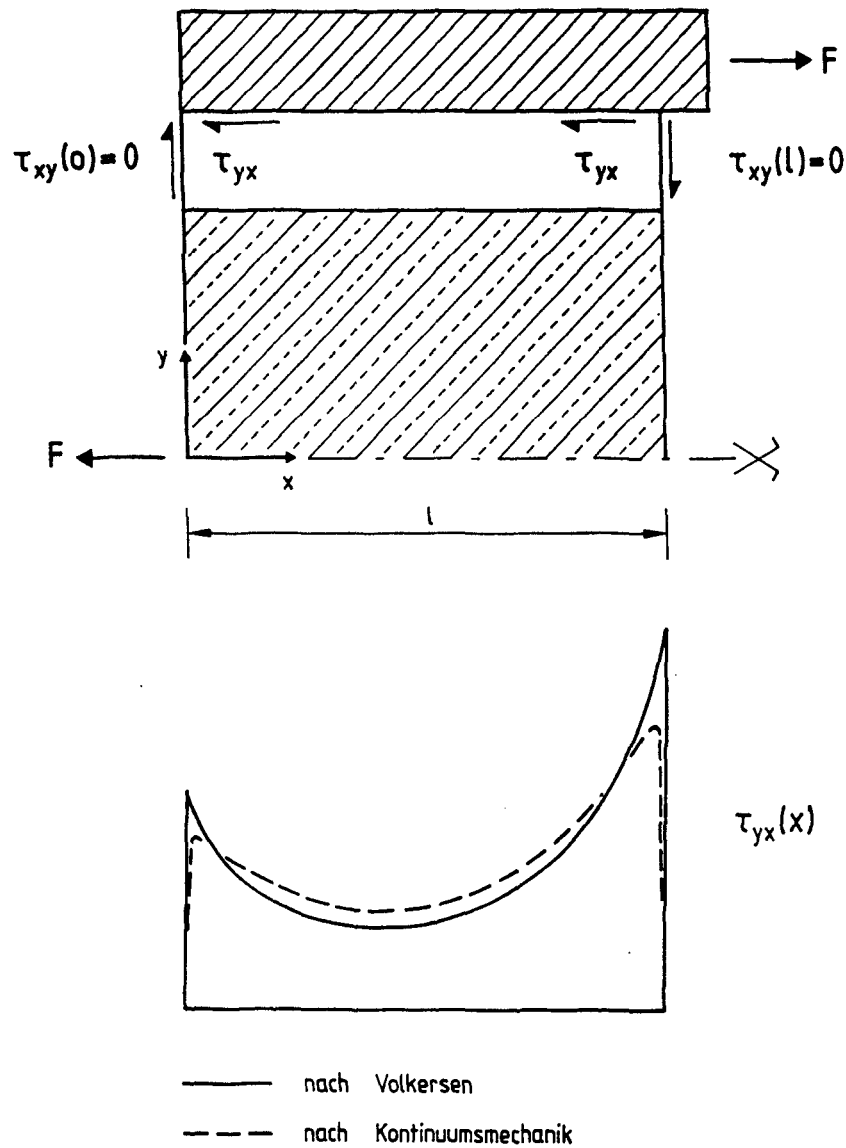


Bild 3.7: Verbundspannungen am Zugkörper (schematisch)

Angeichts der vorstehenden Ausführungen, werden im folgenden nur solche Berechnungsmodelle verfolgt, die die Fügeiteilbiegung vernachlässigen. Unter dieser Voraussetzung ist eine analytische Beschreibung möglich, die zur sogenannten Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds führt. Mit den Randbedingungen und der Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung erhält man die spezielle Lösung der Differentialgleichung. Dieser Weg wird im folgenden besprochen. Es wird gezeigt, daß sich mit wirklichkeitsnahen Verbundansätzen gute Übereinstimmung von Versuch und Rechnung erreichen läßt.

3.3.2 Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes

Im folgenden werden die Beziehungen zwischen Spannungen und Verschiebungen, obwohl schon mehrfach geschehen /13,57,87/, am differentiellen Element hergeleitet. Dabei wird die Zulässigkeit folgender Annahmen vorausgesetzt:

- lineares Werkstoffverhalten von Beton und Stahl;
- Vernachlässigung der Fügeteilbiegung;
- die Normalspannungen in den Fügeteilen seien gleichförmig über den gesamten Querschnitt verteilt.

Die Theorie stammt von Volkersen /125/ aus dem Jahr 1938, der sie zur Berechnung der Kraftverteilung genieteteter Verbindungen aufstellte. Von Bresson /13/ wurde sie erstmals auf geklebte Stahl-Beton-Verbindungen angewendet.

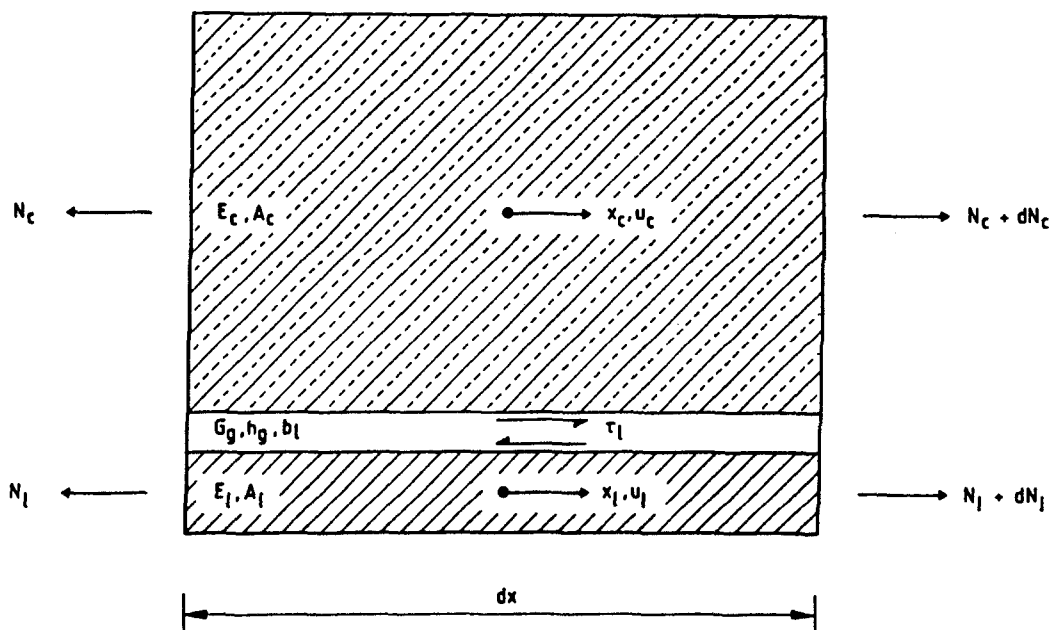


Bild 3.8: Differentielles Stabelement

Für das differentielle Element, Bild 3.8, gilt:

Dehnungen:

$$\varepsilon_c = \frac{du_c}{dx} = u_c' \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_l = \frac{du_l}{dx} = u_l' \quad (3.2)$$

Spannungen:

$$\sigma_c = E_c u_c' \quad (3.3)$$

$$\sigma_\ell = E_\ell u_\ell' \quad (3.4)$$

Normalkräfte:

$$N_c = \int_{(A)} \sigma_c dA_c = E_c A_c u_c' \quad (3.5)$$

$$N_\ell = \int_{(A)} \sigma_\ell dA_\ell = E_\ell A_\ell u_\ell' \quad (3.6)$$

Gleichgewichtsbedingungen:

$$dN_c + dN_\ell = 0 \quad \rightarrow N_c' + N_\ell' = 0 \quad (3.7)$$

$$\tau_\ell b_\ell dx + dN_c = 0 \rightarrow \tau_\ell b_\ell = -N_c' \quad (3.8)$$

Relativverschiebung:

$$s_\ell = u_\ell - u_c \quad (3.9)$$

Mit den Gln.(3.1) bis (3.9) sind alle notwendigen Bestimmungsgleichungen zusammengestellt. Durch Differenzieren und Einsetzen erhält man schließlich:

$$s_\ell' = \frac{N_\ell}{E_\ell A_\ell} - \frac{N_c}{E_c A_c} \quad (3.10)$$

$$s_\ell'' - b_\ell \left[\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_\ell A_\ell} \right] \tau_\ell = 0 \quad (3.11)$$

Mit $n_\ell = E_\ell/E_c$, $\mu_\ell = A_\ell/A_c$ und $\tau_\ell = f(s_\ell)$ lautet Gl. (3.11):

$$s_\ell'' - \frac{(1 + n_\ell \mu_\ell)}{E_\ell h_\ell} f(s_\ell) = 0 \quad (3.12)$$

Gl.(3.12) wird üblicherweise als Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds, wie sie sich auch für im Beton liegenden Bewehrungsstahl ergibt /14,75,89/, bezeichnet. Sie gilt für alle Körper, bei denen die eingangs getroffenen Annahmen zutreffend sind. Unterschiedliche Lösungen ergeben sich erst durch die Randbedingungen am Bauteil (Zug-Zug-Körper oder Zug-Druck-Körper) sowie durch die Form des Verbundansatzes. Für bekannte Randbedingungen und einen gewählten Verbundansatz kann Gl.(3.12) analytisch oder durch schrittweise Integration gelöst werden. Hierauf wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

3.3.3 Lösung der Dgl. für einen linearen Verbundansatz

Bresson führte Ende der sechziger Jahre Versuche an laschenverstärkten Zug-Druck-Körpern, Bild 3.3a, durch und gibt unter Annahme linear-elastischen Verhaltens von Beton, Stahl und Klebstoff eine Lösung der Differentialgleichung, Gl.(3.12), an /13/. Unter der Voraussetzung, daß Gleitungen zwischen dem Klebstoff und den Füge teilen sowie Risse im Beton in der Verbundzone nicht auftreten und unter der Annahme, daß $\gamma_g = \tan(s_\ell/h_g) \approx s_\ell/h_g$, lautet die Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung, Bild 3.9a,

$$\tau_\ell = \frac{G_g}{h_g} s_\ell \quad (3.13)$$

mit G_g , dem Klebstoffschubmodul und h_g , der Klebstoffdicke.

Durch Einsetzen von Gl.(3.13) in Gl.(3.12) erhält man eine homogene Dgl. 2. Ordnung, in der nur noch $s_\ell(x)$ als Unbekannte enthalten ist:

$$s_\ell'' - \omega^2 s_\ell = 0 \quad (3.14)$$

mit

$$\omega^2 = \frac{G_g (1 + n_\ell \mu_\ell)}{h_g E_\ell h_\ell} \quad (3.15)$$

Hierfür lautet die allgemeine Lösung

$$s_\ell(x) = A \sinh(\omega x) + B \cosh(\omega x) , \quad (3.16)$$

wobei A und B konstante Koeffizienten sind, die mit Hilfe der Randbedingungen bestimmt werden können.

Im folgenden werden die speziellen Lösungen für den Zug-Druck-Körper und den Zug-Zug-Körper angegeben und die rechnerischen Spannungsverläufe für ein Beispiel gegenübergestellt. Es soll dabei gezeigt werden, daß die Beanspruchung der Verbundzone für beide Körper ähnlich ist und somit auch bei Verwendung anderer Verbundansätze die Lösung am Zug-Druck-Körper hergeleitet werden kann, da für diesen die analytische Behandlung einfacher ist.

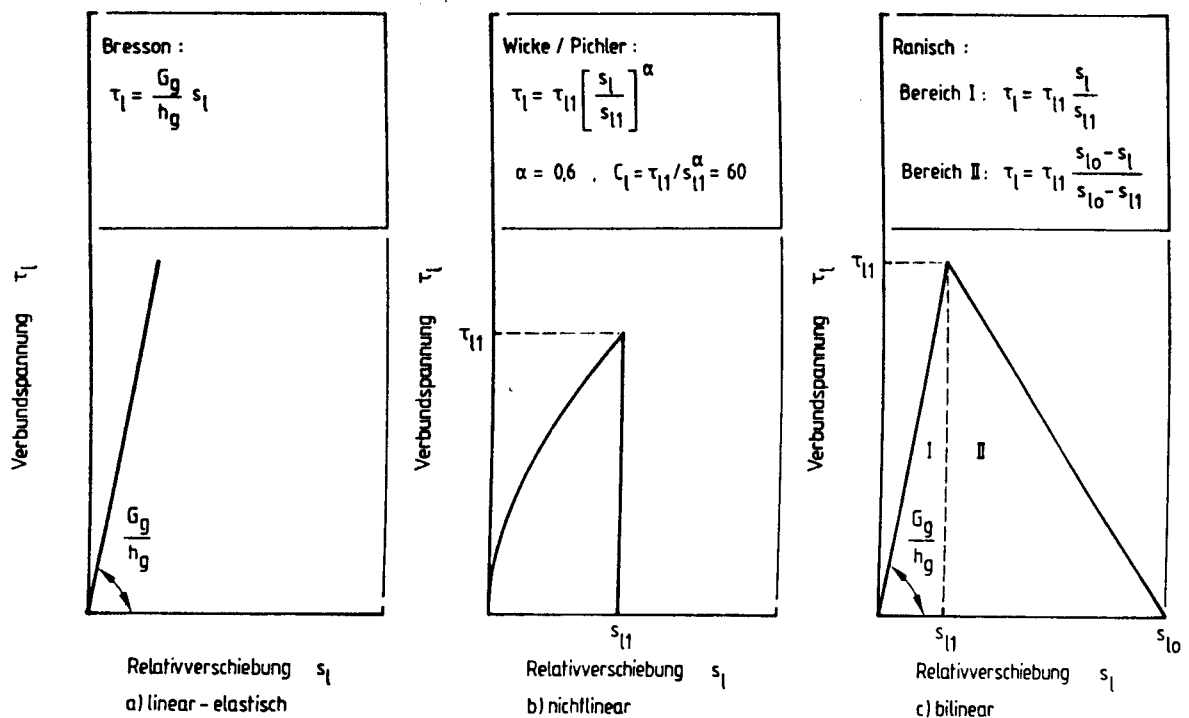


Bild 3.9: Verbundspannungs-Verschiebungs-Beziehung für den Klebverbund

a) Spezielle Lösung für den Zug-Druck-Körper

In Bild 3.3a ist der Körper dargestellt. Betrachtet man das entlang der Längsachse geschnittene halbe System, dann lauten die Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{RB1: } N_C(x=0) &= 0 ; \quad N_\ell(x=0) = 0 \\ \text{RB2: } N_C(x=1) &= -F; \quad N_\ell(x=1) = F \end{aligned} \quad (3.17)$$

Durch Einsetzen der Randbedingungen und Bestimmung der Koeffizienten erhält man die spezielle Lösung:

$$s_{\ell}(x) = \frac{F h_g \omega \cosh(\omega x)}{G_g b_{\ell} \sinh(\omega l)} = s_{\ell}(x=1) \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega l)} \quad (3.18)$$

Für die Schnittkräfte $N_{\ell}(x)$ und $N_c(x)$ ergibt sich

$$N_{\ell}(x) = -N_c(x) = F \frac{\sinh(\omega x)}{\sinh(\omega l)}, \quad (3.19)$$

und für die Verbundspannung $\tau_{\ell}(x)$ folgt aus den Gln.(3.13) und (3.18)

$$s_{\ell}(x) = \frac{F \omega \cosh(\omega x)}{b_{\ell} \sinh(\omega l)} \quad (3.20)$$

b) Spezielle Lösung für den Zug-Zug-Körper

In analoger Weise zu a) erhält man für den Zug-Zug-Körper, Bild 3.3b, mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} \text{RB1: } N_c(x=0) &= F; \quad N_{\ell}(x=0) = 0 \\ \text{RB2: } N_c(x=1) &= 0; \quad N_{\ell}(x=1) = F \end{aligned} \quad (3.21)$$

die spezielle Lösung für $s_{\ell}(x)$

$$s_{\ell}(x) = \frac{F h_g \omega}{G_g b_{\ell} \sinh(\omega l)} \frac{\cosh(\omega x) + n_{\ell} \mu_{\ell} \cosh(\omega(1-x))}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} \quad (3.22)$$

Für die Schnittkräfte $N_{\ell}(x)$ und $N_c(x)$ ergibt sich

$$N_{\ell}(x) = \frac{F}{\sinh(\omega l)} \frac{\sinh(\omega x) + n_{\ell} \mu_{\ell} [\sinh(\omega l) - \sinh(\omega(1-x))]}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} \quad (3.23)$$

$$N_c(x) = F - N_{\ell}(x) \quad (3.24)$$

und für die Verbundspannung folgt aus den Gln.(3.13) und (3.18)

$$\tau_{\ell}(x) = \frac{F \omega}{b_{\ell} \sinh(\omega l)} \frac{\cosh(\omega x) + n_{\ell} \mu_{\ell} \cosh(\omega(1-x))}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} \quad (3.25)$$

c) Vergleich der rechnerischen Spannungsverläufe

Im Bild 3.10 sind die rechnerischen Verläufe von Verbund-, Laschen- und Betonspannungen, die sich bei linearem Verbundansatz nach a) bzw. b) ergeben, für ein Beispiel gegenübergestellt.

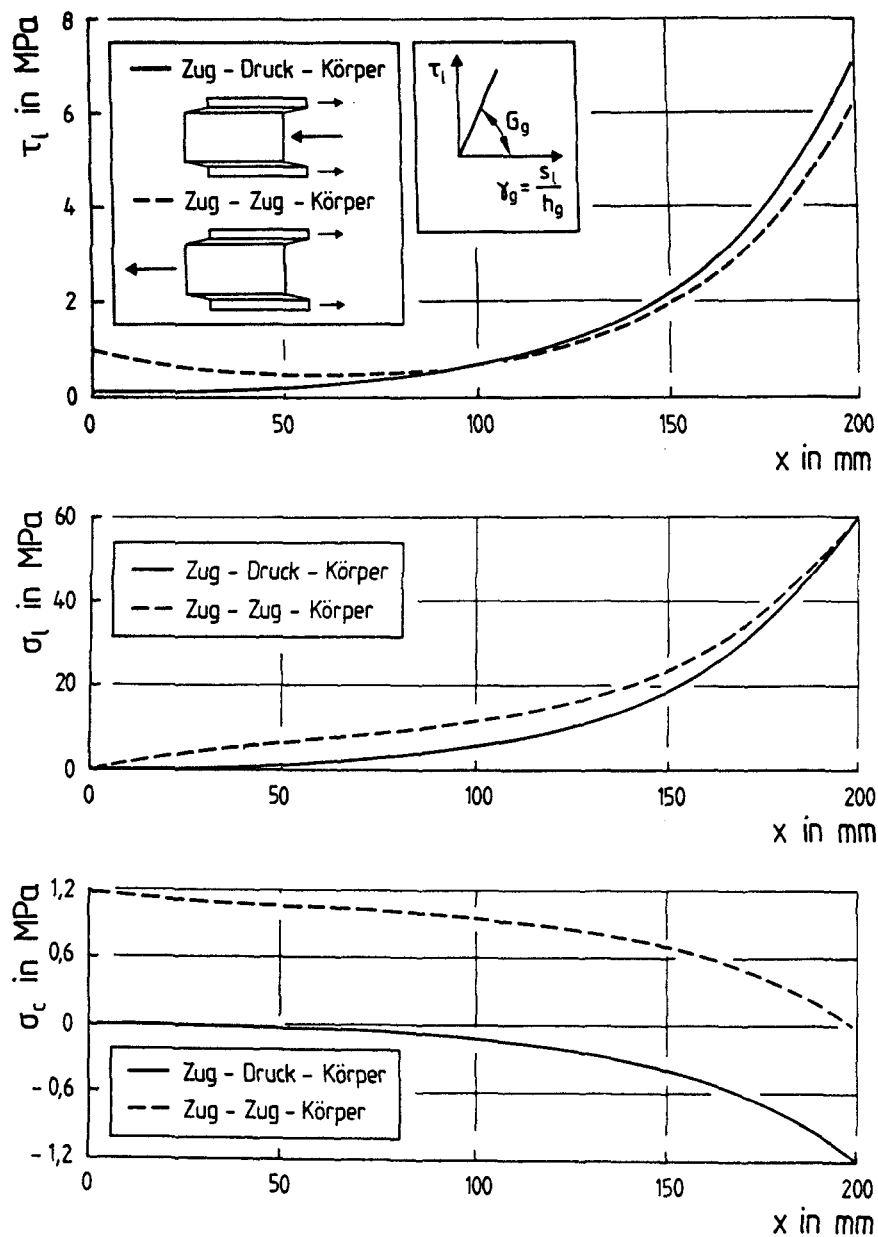


Bild 3.10: Rechnerische Spannungsverläufe bei linear-elastischem Verbundansatz im Vergleich

Das Beispiel wurde für eine Verbundlänge von $l = 200 \text{ mm}$ und einen Laschenbewehrungsgehalt von 2 % für eine Laschenkraft $F = 15 \text{ kN}$ berechnet. Man erkennt, daß sich trotz des hohen Bewehrungsgrades und des grundsätzlich unterschiedlichen Verlaufs der Betonspannungen, der Verbundspannungs- und Laschenspannungsverlauf nicht wesentlich voneinander unterscheiden. Mit abnehmendem Bewehrungsgehalt verringern sich diese Unterschiede weiter. Bei Vernachlässigung des Terms $n_\ell \mu_\ell$ in den Gln.(3.15) und (3.22) bis (3.25) sind die Verläufe der Verbund- und Laschenspannungen für Zug-Druck- und Zug-Zug-Körper identisch. Die Annahme $n_\ell \mu_\ell = 0$ ist gleichbedeutend mit der Annahme einer unendlichen Dehnsteifigkeit des Betonkörpers. Im Kapitel 3.3.6 wird gezeigt, daß die so ermittelten rechnerischen Laschenspannungen gut mit den Versuchsergebnissen übereinstimmen, sofern sich noch kein horizontaler Riß in der Verbundzone gebildet hat.

3.3.4 Lösung der Dgl. für den Verbundansatz nach Wicke und Pichler

Wicke und Pichler leiten in /131/ Bemessungsformeln für die Endverankerung durch Klebelaschen verstärkter Bauteile her. Sie gehen dabei ebenfalls von den in Abschn. 3.3.2 getroffenen Annahmen und damit von der Gültigkeit der Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds aus, treffen aber zusätzlich folgende Annahmen:

- Der Betonkörper wird als starr angenommen; alle örtlichen Betonverformungen werden rechnerisch der Klebefuge zugewiesen.
- Der Koordinatenursprung ($x=0$) liegt am Ende der Eintragungslänge l_t ; für $x = 0$ gilt $s_\ell(x=0) = 0$.
- Der Zusammenhang zwischen Verbundspannung τ_ℓ und Relativverschiebung s_ℓ wird durch die Beziehung des Model Code 1990 /18/ beschrieben.

Die Dgl. des verschieblichen Verbunds, Gl.(3.12), wird für den ansteigenden Ast der τ_ℓ - s_ℓ -Beziehung, Bild 3.9b, gelöst. Mit dem Verbundansatz

$$\tau_\ell(x) = \tau_{\ell 1} \left(\frac{s_\ell(x)}{s_{\ell 1}} \right)^\alpha = c_\ell s_\ell(x)^\alpha \quad (3.26)$$

folgt aus Gl.(3.12)

$$s_{\ell}'' - a s_{\ell}^{\alpha} = 0 \quad (3.27)$$

mit

$$a = \frac{C_{\ell}}{E_{\ell} h_{\ell}} \quad (3.28)$$

Mit der in /58/ angegebenen allgemeinen und speziellen Lösung ergibt sich für die Relativverschiebung $s_{\ell}(x)$:

$$s_{\ell}(x) = \left(\frac{C_{\ell} (1 - \alpha)^2}{2 E_{\ell} h_{\ell} (1 + \alpha)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} x^{\frac{2}{1-\alpha}} \quad (3.29)$$

Die örtliche Verbundspannung $\tau_{\ell}(x)$ läßt sich mit Gl.(3.29) aus Gl.(3.26) bestimmen und für die Schnittkraft $N_{\ell}(x)$ in der Lasche folgt aus Gl.(3.10) sowie einmaliger Differentiation von Gl.(3.29):

$$N_{\ell}(x) = \frac{2 E_{\ell} A_{\ell}}{1 - \alpha} \frac{s_{\ell}(x)}{x} \quad (3.30)$$

Die vorstehenden Gleichungen gelten, da der Betonkörper als starr angenommen wurde, sowohl für Zug-Druck- als auch für Zug-Zug-Körper.

Die Verschiebung s_{ℓ} an der Stelle $x = 1$ ergibt sich aus Gl.(3.29). Die maximale Verbundspannung $\tau_{\ell}(x=1) = \tau_{\ell 1}$ wird erreicht, wenn die Relativverschiebung $s_{\ell}(x=1) = s_{\ell 1}$ wird. Nach Gl.(3.29) gehört hierzu nur eine Verbundlänge, die sich zu

$$l_t = \sqrt{\frac{2 E_{\ell} h_{\ell} s_{\ell 1} (1 + \alpha)}{\tau_{\ell 1} (1 - \alpha)^2}} \quad (3.31)$$

ergibt. Für Verbundlängen $l < l_t$ kann $s_{\ell 1}$ und damit die maximale Verbundspannung nicht erreicht werden. Dies Ergebnis steht im Widerspruch zur Ver-

suchsbeobachtung und ergibt sich aus der getroffenen Annahme $s_\ell(x=0) = 0$ und dem daraus resultierenden mathematischen Ansatz.

Die Parameter des Verbundansatzes $\tau_{\ell 1}$, $s_{\ell 1}$ und α wurden aus von der Fa. HILTI durchgeführten Versuchen /43/ durch Regressionsrechnung zu $\tau_{\ell 1} = 9,6 \text{ MPa}$, $s_{\ell 1} = 0,047 \text{ mm}$ und $\alpha = 0,6$ bestimmt. Die Betondruckfestigkeit der Versuchskörper betrug ca. $\beta_{Wm} = 55 \text{ MPa}$. Die angegebenen Verbundparameter können als charakteristische Werte angesehen werden. Zur Verdeutlichung der zuvor beschriebenen Schwäche dieses Ansatzes, wird das in Abschnitt 3.3.3 gewählte Berechnungsbeispiel verwendet und die Ergebnisse der Berechnung in Bild 3.11 dargestellt. Man erkennt, daß so berechnete Spannungen sehr viel geringer sind als die im Bild 3.10 dargestellten.

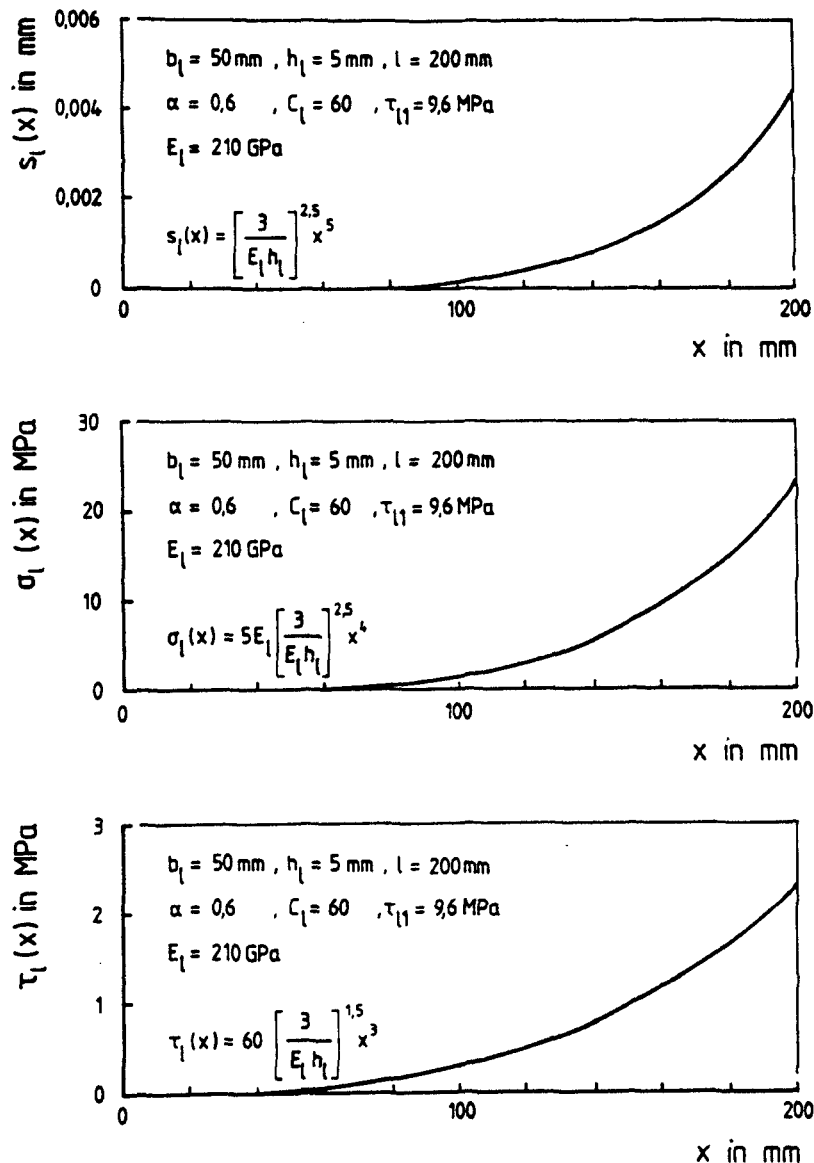


Bild 3.11: Rechnerische Verschiebungs- und Spannungsverläufe beim Verbundansatz von Wicke und Pichler

Zusammenfassend ist festzustellen, daß mit dem Ansatz die Verankerungslänge l_t ermittelt werden kann, die benötigt wird, um die maximale Verbundbruchkraft zu verankern. Er ist nicht geeignet, für Verbundlängen $l < l_t$ die Verbundtragfähigkeit zu bestimmen, was jedoch auch nicht Absicht der Autoren war.

3.3.5 Lösung der Dgl. für einen bilinearen entfestigenden Verbundansatz

In /68/ und /87/ wird über Versuche an laschenverstärkten Betonkörpern berichtet, bei denen die Verbundspannungen aus gemessenen Laschendehnungen rechnerisch bestimmt wurden. Mit steigender Belastung erreicht die Verbundspannung am belasteten Laschenende $x = l$ ein Maximum und nimmt dann wieder ab. Das Verbundspannungsmaximum "wandert" in Richtung des unbelasteten Laschenendes. Diese Beobachtungen werden durch die Versuche in /43/ bestätigt.

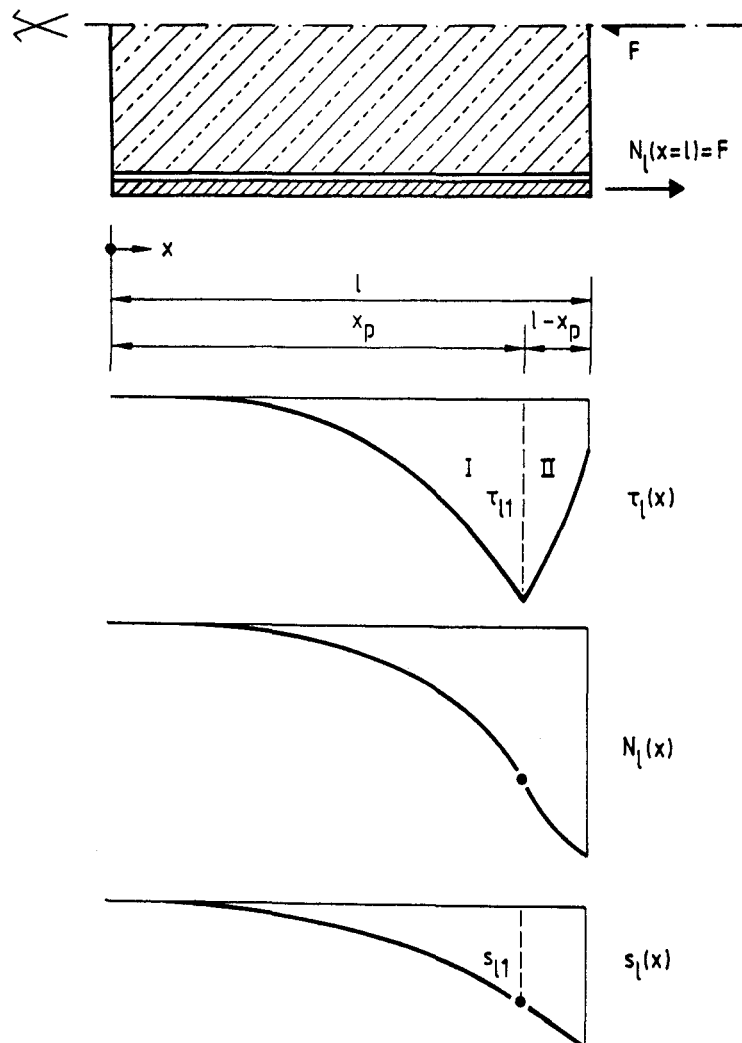


Bild 3.12: Verlauf von $\tau_l(x)$, $N_l(x)$ und $s_l(x)$ bei bilinearem Verbundansatz (schematisch)

Das beobachtete Verhalten kann nur mit Hilfe eines Verbundansatzes modelliert werden, der einen ansteigenden und einen abfallenden Ast aufweist. In /87/ wird idealisierend von einer bilinearen elastisch-plastisch entfestigenden Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung, Bild 3.9c, ausgegangen und diese in die Dgl. des verschieblichen Verbundes, Gl.(3.12) eingeführt. Der Lösungsweg wird in /84/ für den Zug-Zug-Körper detailliert beschrieben. Im folgenden wird die Lösung für den Zug-Druck-Körper in verkürzter Form hergeleitet.

Die Zone mit linear-elastischem Verbundverhalten wird dabei mit Bereich I, die entfestigte Verbundzone mit Bereich II bezeichnet, Bild 3.12.

Mit den Randbedingungen für den Bereich I $N_\ell(x=0) = N_c(x=0) = 0$ und $s_\ell(x=x_p) = s_{\ell 1}$ erhält man aus Gl.(3.16) die spezielle Lösung der Differentialgleichung Gl.(3.14) zu:

$$s_{\ell I}(x) = s_{\ell 1} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega x_p)} \quad \text{für } x \leq x_p \quad (3.32)$$

Für den Bereich II lautet die Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung:

$$\tau_{\ell II}(x) = \frac{G_g \lambda^2}{h_g} (s_{\ell 0} - s_{\ell II}(x)) \quad \text{für } x \geq x_p \quad (3.33)$$

mit

$$\lambda^2 = \frac{s_{\ell 1}}{s_{\ell 0} - s_{\ell 1}} \quad (3.34)$$

Durch Einsetzen von Gl.(3.33) in Gl.(3.14) erhält man die autonome inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$s_{\ell II}''(x) + \omega^2 \lambda^2 s_{\ell II}(x) = \omega^2 \lambda^2 s_{\ell 0} \quad (3.35)$$

Deren allgemeine Lösung lautet:

$$s_{\ell II}(x) = A_{II} \sin(\omega \lambda x) + B_{II} \cos(\omega \lambda x) + s_{\ell 0} \quad (3.36)$$

Mit der Randbedingung

$$s_{\ell II}(x=x_p) = s_{\ell I}$$

und der Übergangsbedingung

$$s_{\ell I}(x=x_p) = s_{\ell II}(x=x_p)$$

lassen sich die konstanten Koeffizienten A_{II} und B_{II} bestimmen. Man erhält dann die spezielle Lösung der Dgl. zu:

$$s_{\ell II}(x) = s_{\ell 0} - (s_{\ell 0} - s_{\ell 1}) [\cos(\lambda \omega(x-x_p)) - \lambda \tanh(\omega x_p) \sin(\lambda \omega(x-x_p))] \quad (3.37)$$

Mit der Bedingung an der Stelle $x = 1$

$$s_{\ell II}(x=1) = \frac{F(1 + n_{\ell} \mu_{\ell})}{E_{\ell} A_{\ell}},$$

erhält man durch einmalige Differentiation von Gl.(3.37)

$$F = \frac{E_{\ell} A_{\ell} \omega}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} [\lambda (s_{\ell 0} - s_{\ell 1}) \sin(\lambda \omega(1-x_p)) + s_{\ell 1} \tanh(\omega x_p) \cos(\lambda \omega(1-x_p))] \quad (3.38)$$

In Gl.(3.38) sind die Größe der Kraft F und die Länge der nicht entfestigten Zone x_p unbekannt. Durch Wahl von x_p läßt sich die zugehörige Kraft F errechnen. Umgekehrt muß für eine gegebene Kraft F die Länge x_p aus Gl.(3.38) iterativ bestimmt werden. Die Maximalkraft erhält man durch Differentiation von Gl.(3.38) nach x_p mit der Bedingung

$$\frac{\partial F}{\partial x_p} = 0 \quad (3.39)$$

Die Differentiation ergibt:

$$\frac{\partial F}{\partial x_p} = 0 = \tau_{\ell 1} b_{\ell} \tanh(\omega x_p) [\lambda \sin(\lambda \omega(1-x_p)) - \tanh(\omega x_p) \cos(\lambda \omega(1-x_p))] \quad (3.40)$$

Gl.(3.40) wird zu Null, wenn $x_p = 0$ oder wenn der in eckige Klammern gesetzte Ausdruck gleich Null ist. Hieraus folgt:

$$\tanh(\omega x_p) = \lambda \tan(\lambda \omega(1 - x_p)) \quad (3.41)$$

Aus Gl.(3.41) kann das zu $\max F$ gehörige x_p bestimmt werden. Setzt man Gl.(3.41) in Gl.(3.38) ein, erhält man:

$$\max F = \frac{E_\ell A_\ell \lambda \omega s_{\ell 0} \sin(\lambda \omega(1 - x_p))}{1 + n_\ell \mu_\ell} \quad (3.42)$$

In Gl.(3.42) ist das aus Gl.(3.41) ermittelte x_p einzusetzen. In /84/ wird gezeigt, daß die zur Maximallast $\max F$ gehörige Verschiebung am belasteten Laschenende $s_\ell(x=1) \leq s_{\ell 0}$ sein muß. Als obere Grenze mit

$$s_\ell(x=1) = s_{\ell 0}$$

erhält man die maximal übertragbare Kraft durch Verwendung der Gln.(3.37), (3.38) und (3.41) zu:

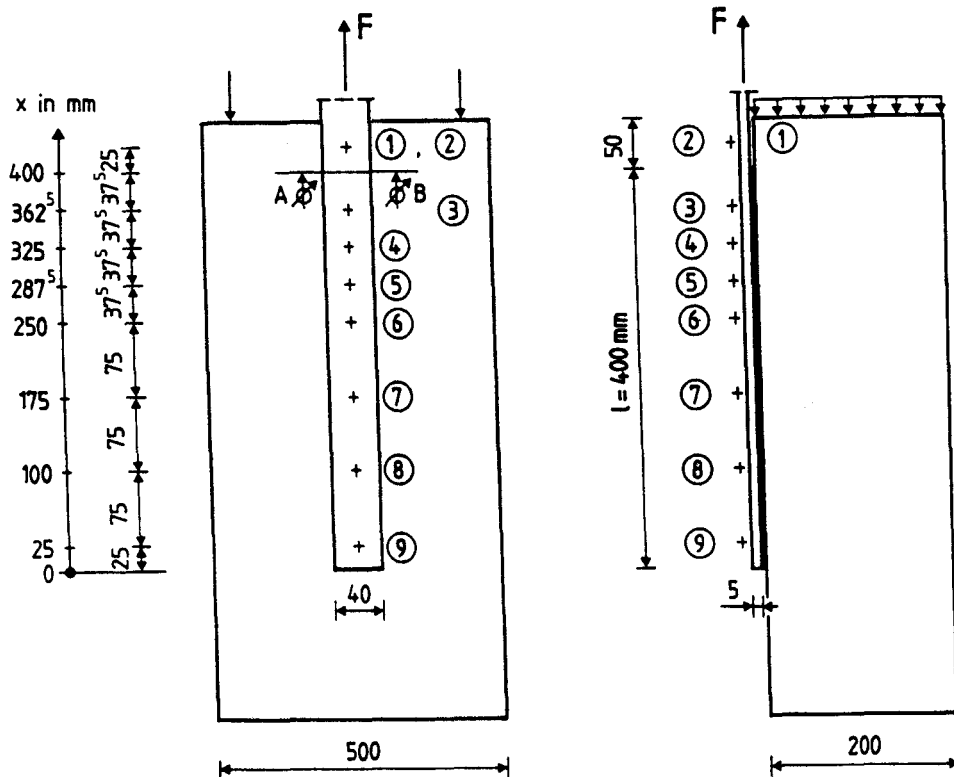
$$\max F = b_\ell \sqrt{\frac{E_\ell h_\ell \tau_{\ell 1} s_{\ell 0}}{1 + n_\ell \mu_\ell}} \quad (3.43)$$

Diese Kraft kann bei Annahme der Gültigkeit des bilinearen elastisch-plastischentfestigenden Verbundansatzes nicht überschritten werden. Wie $\max F$ von der Verbundlänge abhängt, soll an dieser Stelle nicht diskutiert werden, sondern wird im Abschnitt 3.5, das sich mit Verbundbruchverhalten und mit Bruchkriterien befaßt, behandelt.

3.3.6 Beurteilung der Vorhersagefähigkeit der Verbundansätze

In den vorangegangenen Abschnitten wurden analytische Lösungen für drei unterschiedliche Verbundansätze dargestellt. Nun soll ihre Vorhersagefähigkeit bezüglich des Kraft-Verschiebungs- sowie des Spannungsverlaufs beurteilt werden. Dies erfolgt beispielhaft anhand des in /43/ dokumentierten Versuchs HILTI 21.3, Bild 3.13.

Versuchskörper HILTI 21.3:



+ DMS - Meßstelle

Ø Wegaufnehmer

Rechenwerte :	Klebschichtdicke	$h_g = 1,50 \text{ mm}$
	Beton E-Modul	$E_c = 37 \text{ GPa}$
	Lasche E-Modul	$E_l = 200 \text{ GPa}$
	Bewehrungsgrad	$\mu_l = A_l/A_c = 0,002$

Bild 3.13: Versuchskörper HILTI 21.3

Es handelt sich um einen Betonkörper mit den Abmessungen $500 \times 200 \times 800 \text{ mm}^3$, auf den einseitig eine Stahllamelle der Stahlgüte CK 45 mit den Abmessungen $b_l \times h_l = 40 \times 5 \text{ mm}^2$ und einer Verbundlänge von $l = 400 \text{ mm}$ geklebt wurde. Es wurde der bauaufsichtlich zugelassene Epoxidharzklebstoff Concretin SK 41 der Fa. Concrete Chemie, Rüsselsheim, mit einer Klebschichtdicke von $h_g = 1,5 \text{ mm}$ verwendet. Die Stahllamelle wurde durch Korundstrahlen auf den Reinheitsgrad SA3 nach DIN 55 928 gebracht und anschließend mit Aceton entfettet. Der Betonkörper erhielt im Bereich der Klebfläche eine Vorbehandlung durch Schleifen. Die Betondruckfestigkeit betrug ca. $\beta_{Wm} = 55 \text{ MPa}$. Um eine Störung infolge vorzeitiger Bruchkeilbildung zu vermeiden, wurde erst 50 mm hinter der Betonkörpervorderkante mit der Klebung begonnen. Am Beginn der Klebung waren zur Messung der Relativverschiebung gem. Bild 3.13 zwei Wegaufnehmer und über

die Laschenlänge verteilt Dehnmessstreifen angeordnet. Der Versuch wurde als weggesteuerter Versuch am Zug-Druck-Körper durchgeführt.

In Bild 3.14 sind die für die rechnerische Überprüfung verwendeten Verbundansätze 1-5 dargestellt.

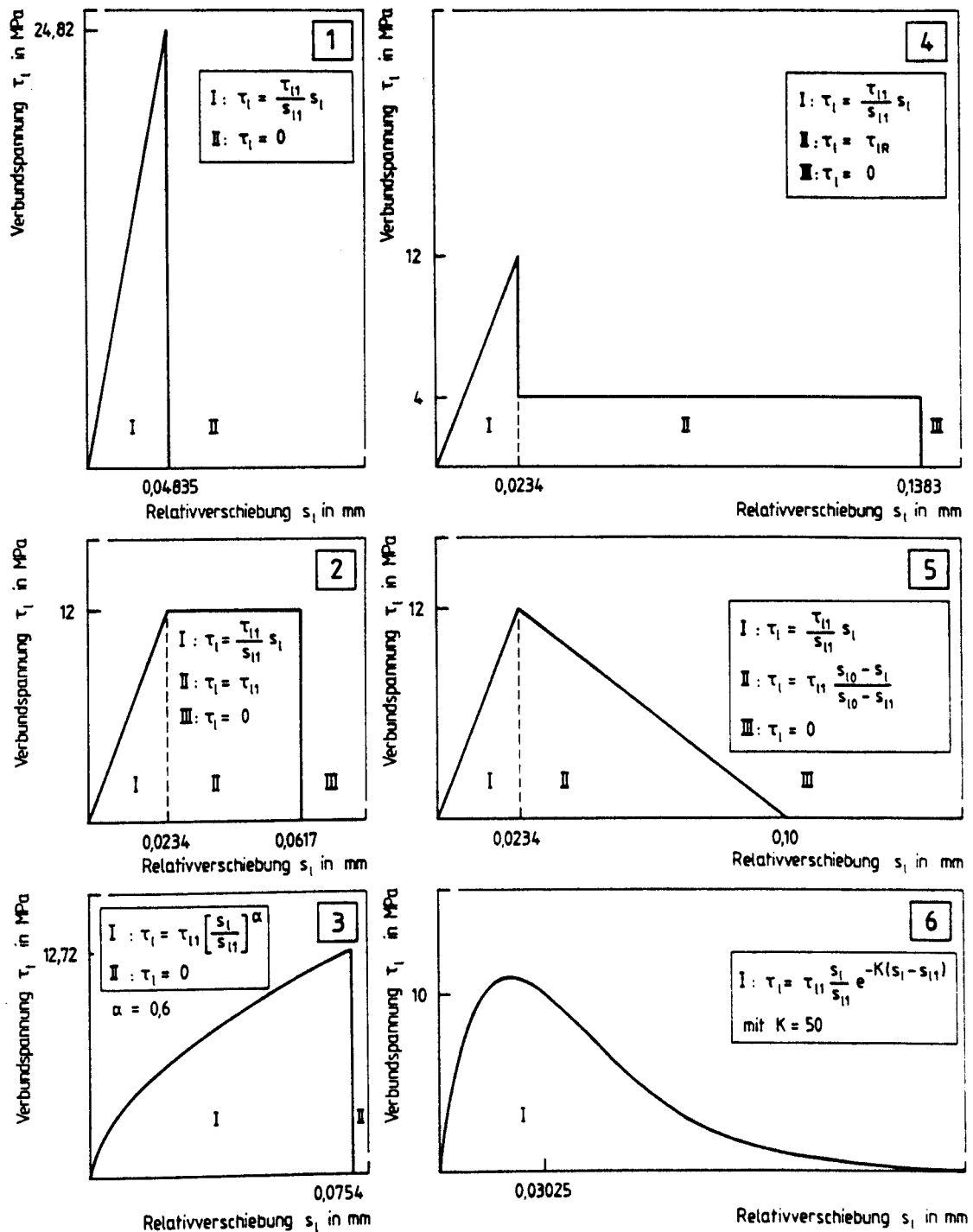


Bild 3.14: Übersicht über verschiedene Verbundansätze mit $G_f = 0,6 \text{ Nmm/mm}^2$

Neben den bereits erwähnten Ansätzen 1, 3 und 5 sollen zusätzlich auch die Ansätze 2 und 4 untersucht werden, da auch hierfür eine analytische Lösung hergeleitet werden kann. Zum Vergleich ist der Verbundansatz 6 dargestellt, um aufzuzeigen, wie ein über den gesamten Beanspruchungsbereich stetiger Verlauf mathematisch beschrieben werden kann. Eine analytische Lösung hierfür ist nicht gelungen.

Bei Körpern mit großen Verbundlängen wird die Maximalkraft rechnerisch dann erreicht, wenn am belasteten Laschenende ($x=1$) die maximale Verschiebung, bei der gerade noch Verbundspannungen übertragen werden, erreicht ist.

Für verschiedene Verbundansätze ergeben sich gleiche Maximalkräfte, wenn die τ_ℓ - s_ℓ -Ansätze flächengleich sind. Also gilt:

$$G_F = \int_0^{\infty} \tau(s_\ell) ds_\ell. \quad (3.44)$$

G_F wird als Bruchenergie bezeichnet und ist als jene Energie definiert, die benötigt wird, um eine Einheitsverbundfläche vom unbelasteten Zustand in den vollständig getrennten Zustand zu überführen [12,37]. Im vollständig getrennten Zustand können über die Einheitsfläche keine Kräfte mehr übertragen werden. Die Maximalkraft $\max F$ ergibt sich bei Annahme unendlicher Betondehnsteifigkeit, also $1 + n_\ell \mu_\ell \approx 1$ für alle Verbundansätze zu (s. Abschn. 3.3.5 und 3.5):

$$\max F = b_\ell \sqrt{2 G_F \cdot E_\ell \cdot h_\ell} \quad (3.45)$$

Im Versuch HILTI 21.3 betrug die Maximalkraft $\max F = 45,25$ kN. Setzt man diese Kraft sowie die Laschengometrie und $E_\ell = 200$ GPa in Gl.(3.45) ein, erhält man als Bruchenergie:

$$G_F = 0,64 \frac{\text{Nmm}}{\text{mm}^2} \approx 0,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Alle in Bild 3.14 dargestellten Verbundansätze wurden, um Vergleichbarkeit der Ansätze zu ermöglichen, so gewählt, daß $G_F = 0,6$ beträgt.

Der Schubmodul des Klebstoffs wurde wie in /87/ angegeben zu $G_g = 770 \text{ MPa}$ angenommen, so daß sich bei einer Klebschichtdicke von 1,5 mm für den linear-elastischen Anstieg nach Gl.(3.13) $\tau_\ell = 513 s_\ell$ ergibt. Die Parameter der Verbundansätze $\tau_{\ell 1}$, $s_{\ell 1}$, $s_{\ell 0}$ etc. wurden empirisch gewählt oder ergaben sich aus der Bruchenergiebedingung. Es wurde hier nicht darauf geachtet, ob z.B. im Verbundansatz 1 die angenommene maximale Verbundspannung $\tau_{\ell 1} = 24,82 \text{ MPa}$ als Materialwiderstand physikalisch begründet werden kann, da an dieser Stelle aufgezeigt werden soll, wie ein möglichst zutreffender Verbundansatz generell beschaffen sein muß.

Im folgenden werden für das Beispiel die s_ℓ -, τ_ℓ -, σ_ℓ -Verläufe mit den Verbundansätzen 1 - 5 gemäß Bild 3.14 berechnet. Die Berechnung erfolgt durch schrittweise Integration mit Hilfe eines eigenen Rechenprogramms.

Die Näherungslösung der Differentialgleichungsbeziehungen Gln.(3.1) bis (3.11) durch schrittweise Integration sind bereits von Rehm /89/ beschrieben und auch von anderen Autoren, z.B. /26,75,108/, verwendet worden. Sie soll hier deshalb nicht dargestellt werden.

Durch die Wahl kleiner Schrittweiten Δx kann die mit diesem Verfahren erreichte Näherung beliebig genau an die tatsächliche Lösung angepaßt werden. Ausgehend von den Anfangswerten $s_\ell(x=0)$, $\sigma_\ell(x=0)$ und $\sigma_c(x=0)$ errechnet man jeweils für die nächstfolgende Schrittweite nach den Differentialbeziehungen die Verschiebungs- und Spannungsänderungen und erhält so die gewünschten Verteilungslinien für s_ℓ , τ_ℓ und σ_ℓ . Ein derartiges Verfahren bietet zudem den Vorteil, daß beliebige mathematisch beschreibbare Verbundansätze, z.B. Verbundansatz 6, verwendet werden können, auch wenn eine analytische Lösung von Gl.(3.12) nicht existiert.

Im vorliegenden Fall wurde die Schrittweite zu $\Delta x = 2,5 \text{ mm}$ gewählt. Eine weitere Verringerung der Schrittweite erbrachte keine nennenswerte Genauigkeitssteigerung, erhöhte jedoch die erforderliche Rechenzeit deutlich. Für das Berechnungsbeispiel betrug die mit diesem Verfahren ermittelte rechnerische Maximalkraft für alle Verbundansätze übereinstimmend ca. $\max F = 43,5 \text{ kN}$. Für den Verbundansatz 5 betrug die Abweichung gegenüber der analytischen Lösung nach Gl.(3.43) weniger als 0,1 ‰.

Vergleich Versuchsbeobachtung und Rechenergebnis

Nun zu den Versuchsbeobachtungen beim bereits erwähnten Hilti-Versuch: In Bild 3.15a sind einerseits die gemessenen Laschendehnungen ε_ℓ für die Meßstellen 1 - 5 und andererseits die gemessene Relativverschiebung $s_\ell(x=1)$ in Abhängigkeit von der Zugkraft $F(x=1)$ dargestellt. Man erkennt, daß die Kurven etwa bis zu einer Kraft von $F = 25$ kN linear verlaufen und dann in einen gekrümmten Verlauf mit zunehmender Krümmung übergehen. Bei Erreichen der Maximalkraft nehmen die Dehnungen zu, ohne daß die Kraft gesteigert werden kann. Dieser Verlauf wird auch bei anderen Versuchen /43/ beobachtet und ist als charakteristisch anzusehen. Nach Erreichen von max F fällt die Kraft mit zunehmender Verschiebung ab. Bei $s_\ell = 0,3$ mm tritt schlagartiger Verbundbruch ein. Zum Vergleich sind gestrichelt die mit dem linearelastischen Verbundansatz (Ansatz 1) ermittelten rechnerischen Kurven dargestellt. Es ergeben sich über den gesamten Beanspruchungsbereich lineare F - ε_ℓ - sowie F - $s_\ell(x=1)$ -Zusammenhänge, wie sie auch aus den Gln.(3.18) und (3.19) folgen. Solange die gemessenen Kurven linear verlaufen, ist die Übereinstimmung gut, danach ist der gewählte Verbundansatz zu steif.

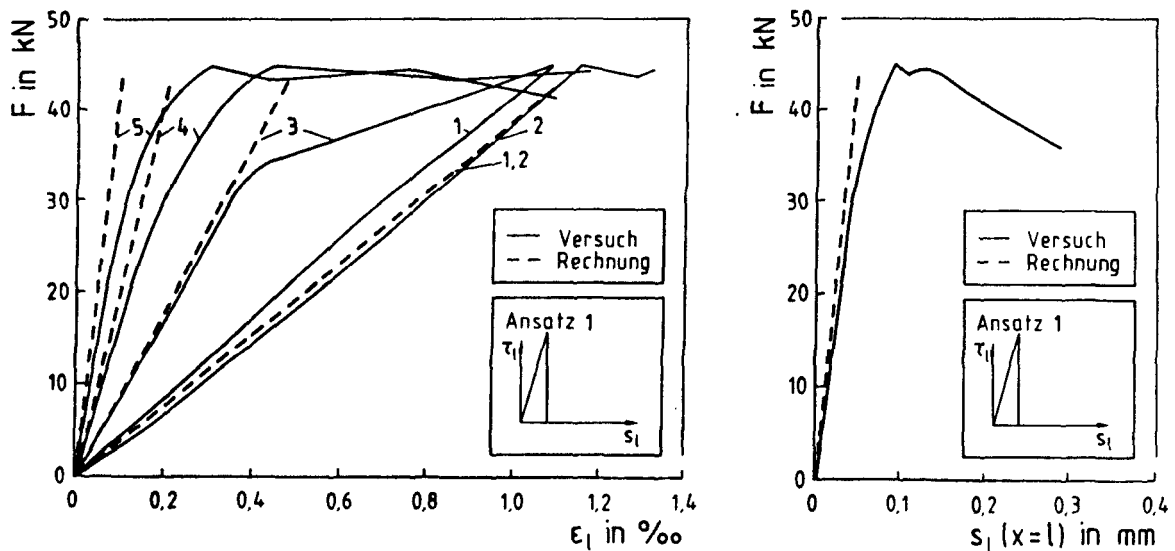


Bild 3.15a: Rechnerische Laschendehnungen und Relativverschiebungen im Vergleich zum Versuchsergebnis (Versuch HILTI 21.3), Ansatz 1

In Bild 3.15b sind die gemessenen Werte den mit dem linearelastischen-idealplastischen Verbundansatz (Ansatz 2) errechneten gegenübergestellt. Bis zu einer Kraft von ca. 21 kN sind die Kurven linear. Dies entspricht dem Erreichen des Verbundspannungsmaximums τ_{l1} an der Stelle $x = 1$. Danach geht der Verlauf in Kurven mit etwa konstanter Krümmung über bis die Maximal-

kraft erreicht ist. Bei Annahme idealplastischen Verhaltens nach Erreichen von s_{01} verhält sich die Verbindung gegenüber den Versuchswerten zu steif.

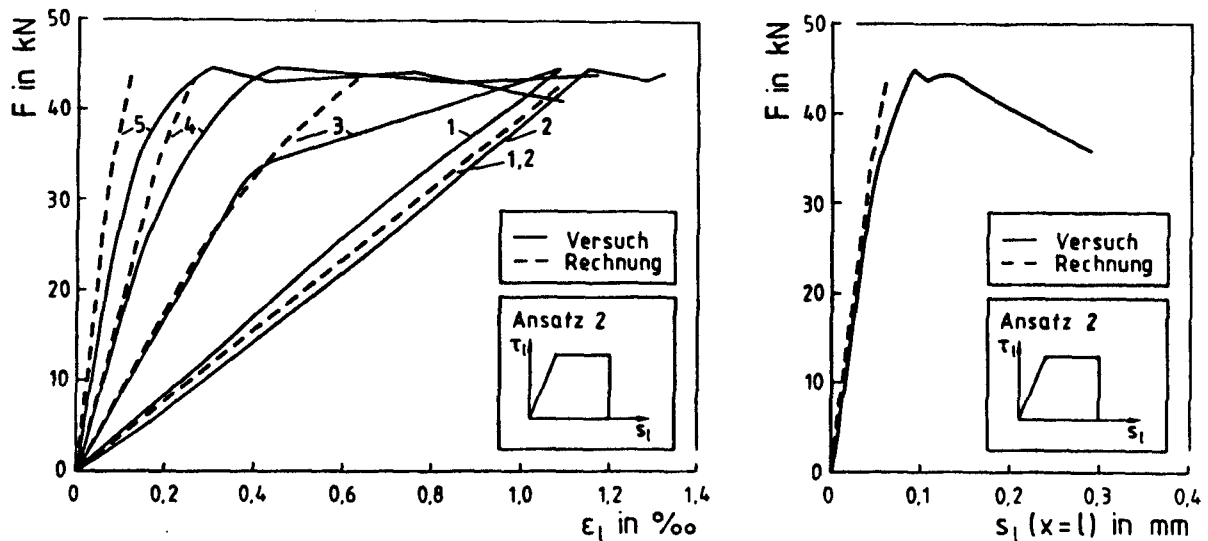


Bild 3.15b: Rechnerische Laschendehnungen und Relativverschiebungen im Vergleich zum Versuchsergebnis (Versuch HILTI 21.3), Ansatz 2

Der Verbundansatz nach /131/ (Ansatz 3) ist gegenüber den Versuchswerten zunächst etwas zu steif, dann zu weich und bei hohen Kräften wiederum zu steif, Bild 3.15c. Der Verschiebungsverlauf wird durch den Ansatz relativ gut beschrieben, der Dehnungsverlauf jedoch weniger befriedigend. Der Ansatz weist außerdem, wie bereits in Abschnitt 3.3.4 erläutert, die wesentliche Schwäche auf, daß sich bei kurzen Verbundlängen viel zu geringe Maximalkräfte ergeben, da der Ansatz $s_0(x=0) = 0$ voraussetzt.

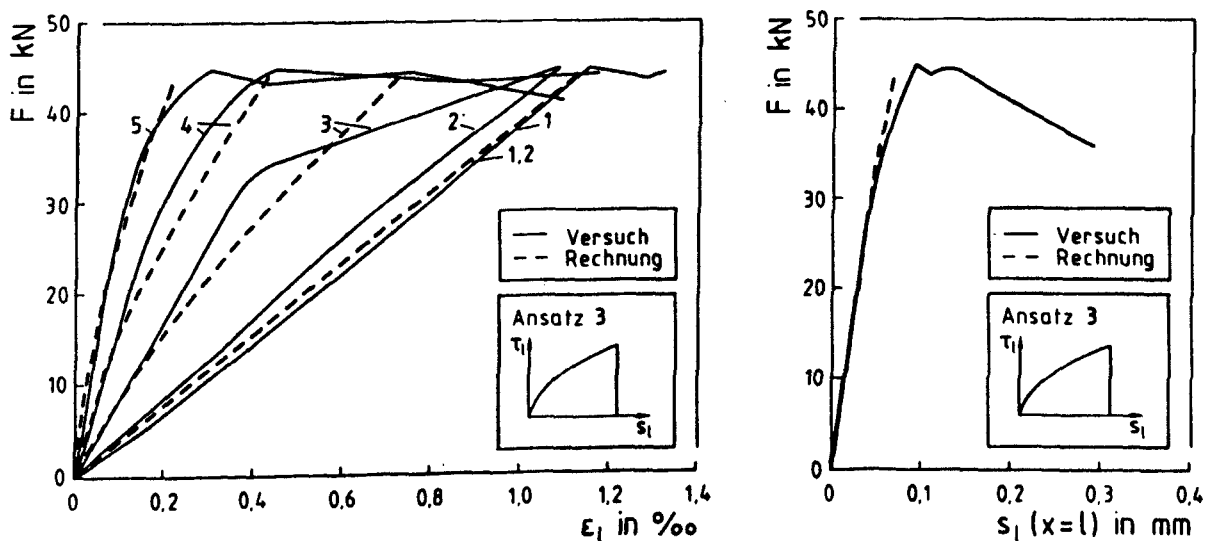


Bild 3.15c: Rechnerische Laschendehnungen und Relativverschiebungen im Vergleich zum Versuchsergebnis (Versuch HILTI 21.3), Ansatz 3

Da ein linearelastischer-idealplastischer Ansatz noch zu steif ist, werden im folgenden 2 Ansätze untersucht, bei denen die Verbundspannung nach Erreichen von $\tau_{\ell 1}$ abfällt. Im Verbundansatz 4, Bild 3.14, wird angenommen, daß nach Erreichen von $\tau_{\ell 1}$ ein abrupter Abfall auf ein konstantes Reibungsplateau von $\tau_{\ell R} = 4 \text{ MPa}$ erfolgt. Versuchs- und Rechenergebnis sind in Bild 3.15d dargestellt.

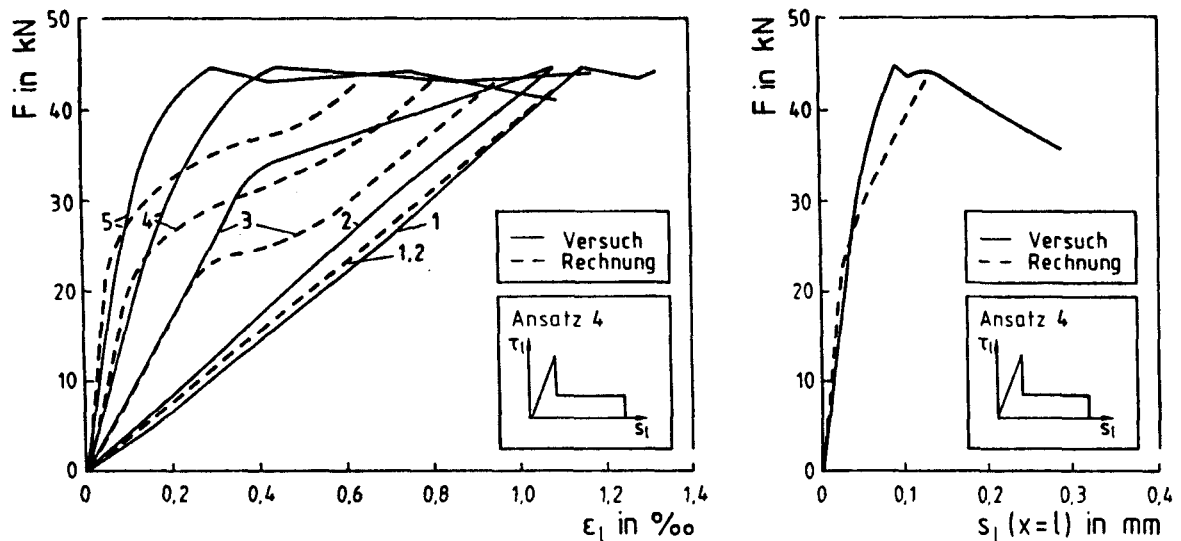


Bild 3.15d: Rechnerische Laschendehnungen und Relativverschiebungen im Vergleich zum Versuchsergebnis (Versuch HILTI 21.3), Ansatz 4

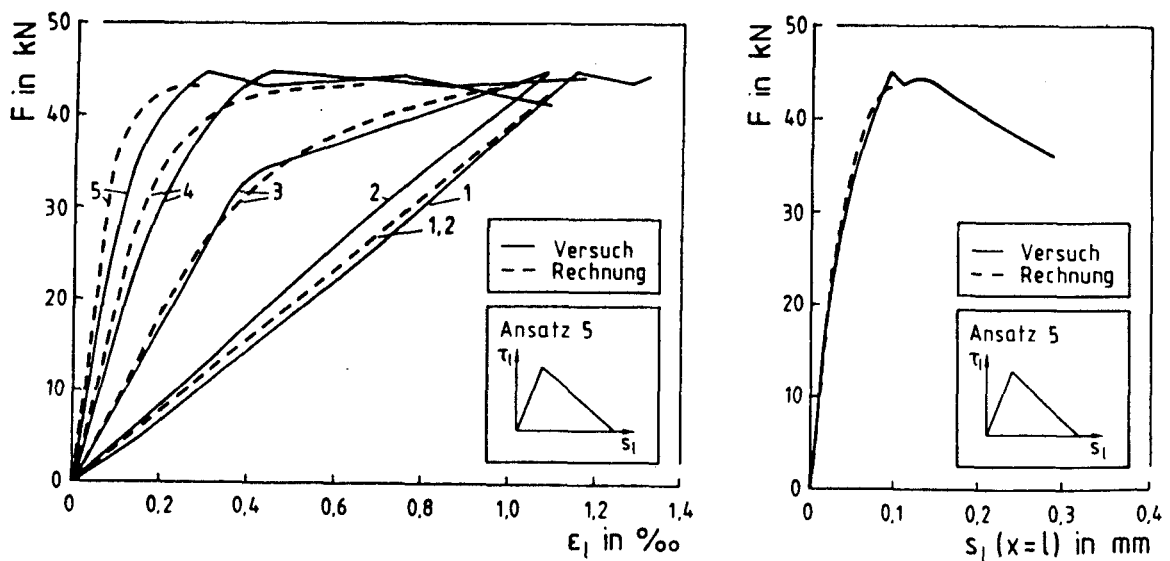


Bild 3.15e: Rechnerische Laschendehnungen und Relativverschiebungen im Vergleich zum Versuchsergebnis (Versuch HILTI 21.3), Ansatz 5

Die rechnerischen Kraft-Dehnungs-Kurven verlaufen zunächst linear, gehen nach Erreichen von τ_{01} in einen stark gekrümmten Verlauf über und haben dann einen Wendepunkt. Von $F = 40 \text{ kN}$ bis $\max F$ verlaufen sie parallel zueinander. Der Abstand beträgt ca. $0,15 \text{ ‰}$ und entspricht dem durch den konstanten Reibungsanteil zwischen zwei Meßstellen aufbaubaren Dehnungsunterschied. Versuchs- und Rechenwerte stimmen nicht gut überein. Lediglich in Versuchen, bei denen die Lasche mit Hilfe von Tellerfedern normal zur Klebschicht angepreßt wird, ist solch ein Verhalten zu beobachten /43/. Der rechnerische F - s_{ℓ} -Verlauf ist gegenüber dem gemessenen zu weich. Durch Veränderung des Verbundansatzes auf $\tau_{0R} = 6 \text{ MPa}$ und $s_{\ell 0} = 0,10 \text{ mm}$ kann eine bessere, jedoch keine gute Übereinstimmung erreicht werden. Erst mit einem bilinearen elastisch-plastisch-entfestigenden Verbundansatz (Ansatz 5) wird eine gute Übereinstimmung von Rechnung und Versuch erreicht, Bild 3.15e.

Mit dem Ansatz, der auch in /87/ gewählt wurde, kann sowohl der typische Kraft-Dehnungs- als auch der Kraft-Verschiebungsverlauf modelliert werden.

Die Dehnungen und Verschiebungen wurden bei den vorangegangenen Berechnungen nur bis zum Erreichen der Maximalkraft ermittelt. Dies entspricht im kraftgesteuerten Versuch gleichzeitig der Verbundbruchkraft. Im dehnungsgeregelten Versuch ist auch nach Erreichen von F_{\max} Kraftaufnahme bei gleichzeitig steigender Relativverschiebung möglich. Dies Verhalten wird lediglich mit dem Verbundansatz 5 in einem späteren Abschnitt untersucht und anhand von Versuchsergebnissen verifiziert.

3.3.7 Wahl des Verbundansatzes

Ziel ist es, ein möglichst einfaches Modell zu finden, mit dem die Spannungsverläufe und die Verschiebung am belasteten Laschenende über den gesamten Beanspruchungsbereich sowie die Verbundbruchkraft zutreffend beschrieben werden kann. Dies ist nach Ansicht des Verfassers nur möglich, wenn einerseits die Aufgabe als ebenes Problem aufgefaßt wird und andererseits Spannungen normal zur Klebschicht unberücksichtigt bleiben, indem die Biegung der Fügeteile vernachlässigt wird. Diese Annahmen führen zur sogenannten Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, wie sie auch zur Modellierung des Verbundverhaltens einbetonierter Bewehrungsstähle hergeleitet wurde. In Abschn. 3.3.6 wird gezeigt, daß gute Übereinstimmung nur mit einem Verbundansatz erreicht werden kann, der einen aufsteigenden Ast aufweist und nach Erreichen des Verbundspannungsmaximums abfällt. Es wird

wie in /87/ ein bilinearer elastisch-plastiscentfestigender Ansatz gewählt, da mit ihm ausreichend gute Übereinstimmung von Versuch und Rechnung erzielt wird. Gleichzeitig ist mit ihm eine analytische Behandlung des Problems möglich. Möglicherweise läßt sich mit Verbundansätzen, die einen stetigen Verlauf aufweisen (in der Art von Verbundansatz 6), Bild 3.14, bessere Übereinstimmung erreichen. Eine handhabbare analytische Lösung hierfür existiert jedoch nach Kenntnis des Verfassers nicht. Nachdem ein bilinearer Verbundansatz für weitere Untersuchungen gewählt wurde, folgt die Ermittlung der den Ansatz bestimmenden Größen.

3.4 Verallgemeinerung des bilinearen Verbundansatzes

Wie bereits im Abschnitt 3.3 erläutert, soll das Verbundverhalten durch einen für alle Verbundlängen einheitlichen Verbundansatz beschrieben werden. Dies ist mit einem bilinearen elastisch-plastiscentfestigenden Ansatz möglich. Hierzu sind die die Form bestimmenden Größen $\tau_{\ell 1}$, $s_{\ell 1}$ und $s_{\ell 0}$ zu ermitteln. Es wird vorausgesetzt, daß der Verbundansatz von der Laschengeometrie, der Laschenbeanspruchung und von Randeinflüssen, wie z.B. dem Verhältnis b_{ℓ}/b unabhängig ist. Systematische experimentelle Untersuchungen hierzu liegen z.Zt. nicht vor. Weiterhin wird angenommen, daß das Problem als ebener Spannungszustand behandelt werden kann. Somit ist der Verbundansatz lediglich von den Beton- und Klebstoffeigenschaften abhängig.

3.4.1 Maximale Verbundspannung $\tau_{\ell 1}$

Die maximale Verbundspannung $\tau_{\ell 1}$ soll mit Hilfe einfacher mechanischer Prinzipien bestimmt werden. Für Beton kommt hierfür die bekannte Mohr'sche Bruchhypothese mit einer Hüllparabel in Frage /6,7,69/. Dieser Ansatz ist dem von Marti für die Anwendung der Plastizitätstheorie verwendeten Ansatz gleichwertig /74,91/. Noch einfachere Zusammenhänge ergeben sich nach der Mohr-Coulomb-Hypothese mit einer Hüllgeraden, die Tangente an die einachsialen Zug- und Druckspannungskreise ist /91,128/. Wie Bild 3.16 zeigt, ergeben sich hiernach für die σ_1/σ_2 -Kombinationen die geringsten und damit die auf der sicheren Seite liegenden Werte. Es wird die Mohr-Coulomb-Hypothese als Kriterium zur Bestimmung von $\tau_{\ell 1}$ gewählt.

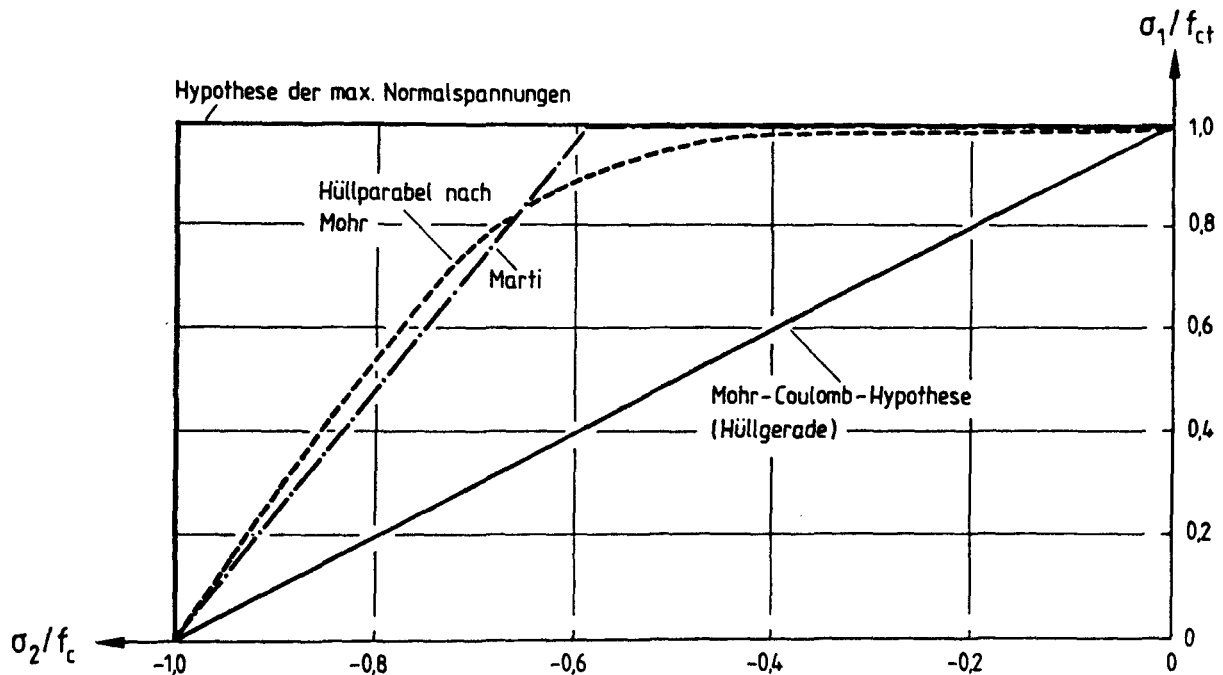


Bild 3.16: Vergleich verschiedener Vorschläge für den Festigkeitsverlauf im Druck-Zug-Bereich (ergänzt Bild A212 in /25/) nach /91/

Bei dem in Bild 3.17 dargestellten verstärkten Körper wirken in der Verbundfuge zum angrenzenden Beton, da keine äußeren Kräfte normal zur Klebschicht angreifen, definitionsgemäß nur Schubspannungen τ_{yx} . Somit ist $\sigma_y = 0$. Gesucht wird nun diejenige Hauptspannungskombination $\sigma_1 - \sigma_2$, deren Spannungskreis die Hüllgerade für $\sigma_y = 0$ berührt. Das zum Berührungspunkt zugehörige τ ist die gesuchte zum Gleitungsbruch führende maximale Schubspannung $\tau_{\ell 1}$. Zur Verdeutlichung sind in Bild 3.17 die Spannungsverhältnisse an einem herausgeschnittenen Element sowie im Mohr'schen Spannungskreis dargestellt. Außerdem ist die Gleichung der Hüllgeraden angegeben /128/.

Für $\sigma_y = 0$ ergibt sich $\tau_{\ell 1}$ zu

$$\tau_{\ell 1} = \frac{1}{2} \sqrt{f_{ct} \cdot f_c} \approx 1,8 f_{ct} \quad (3.46)$$

mit f_{ct} , der einachsialen Betonzugfestigkeit und f_c , der einachsialen Betondruckfestigkeit (Prisma oder Zylinder).

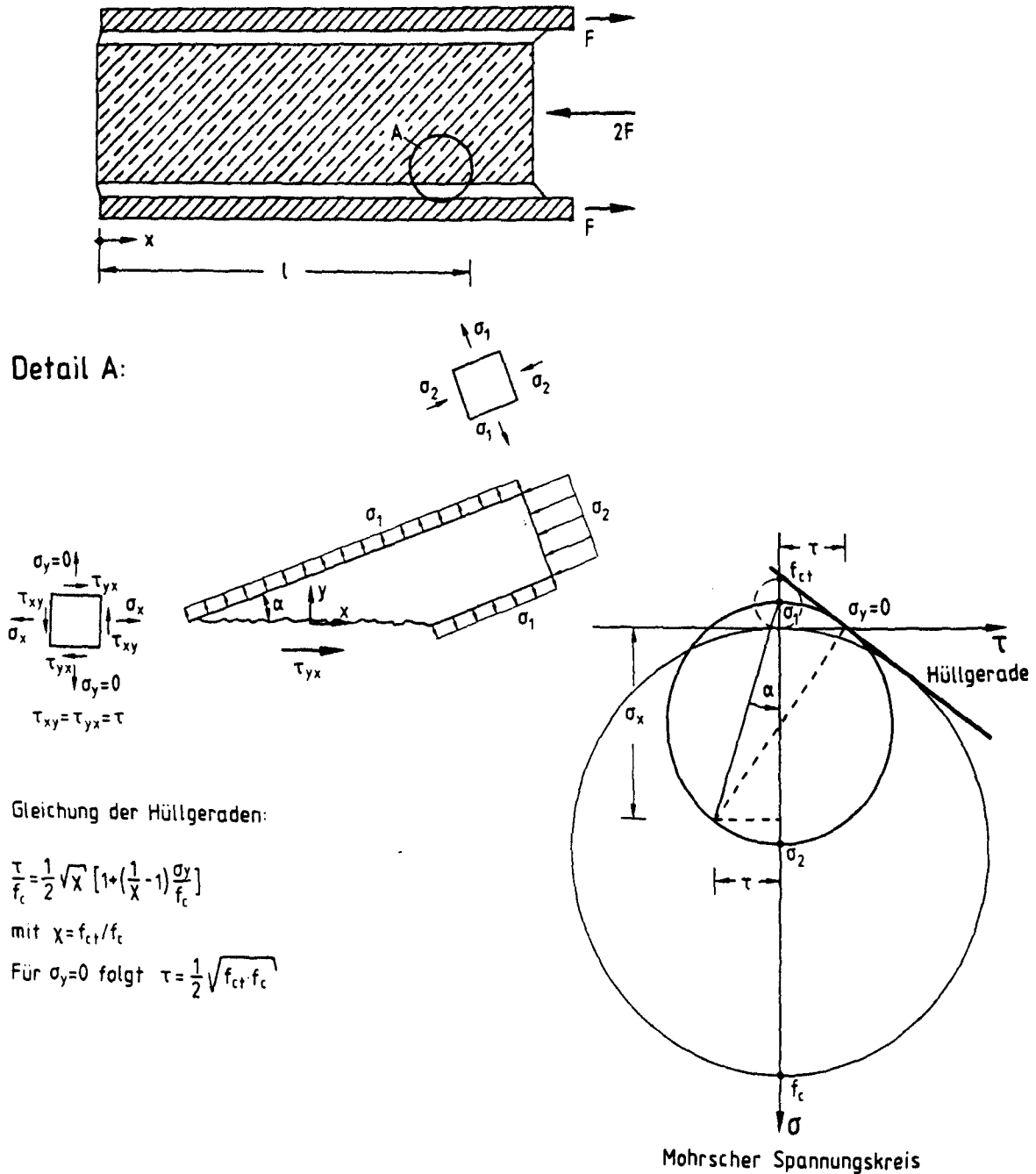


Bild 3.17: Bestimmung von τ_{\max} aus dem Mohr-Coulomb-Kriterium

3.4.2 Grenzwert der elastischen Verschiebung $s_{\ell 1}$

Die Relativverschiebung s_{ℓ} setzt sich aus Verschiebungen infolge Klebschicht- und Betonverzerrungen sowie echten Gleitungen zwischen den Klebschicht- und Fügeiteiloberflächen zusammen.

In /87/ wird der τ_ℓ - s_ℓ -Zusammenhang im linear-elastischen Bereich allein aus der Klebschichtgleitung hergeleitet. Nach Gl.(3.13) gilt hierfür:

$$\tau_\ell = G_g \gamma_g \approx \frac{G_g}{h_g} s_\ell$$

Der Schubmodul des Klebstoffs A wurde bei Prüfung nach DIN 54 451 zu $G_g = 770$ MPa bestimmt und beträgt damit nur ca. 30 % des theoretisch aus dem E-Modul ermittelten von $G_g = 2500$ MPa.

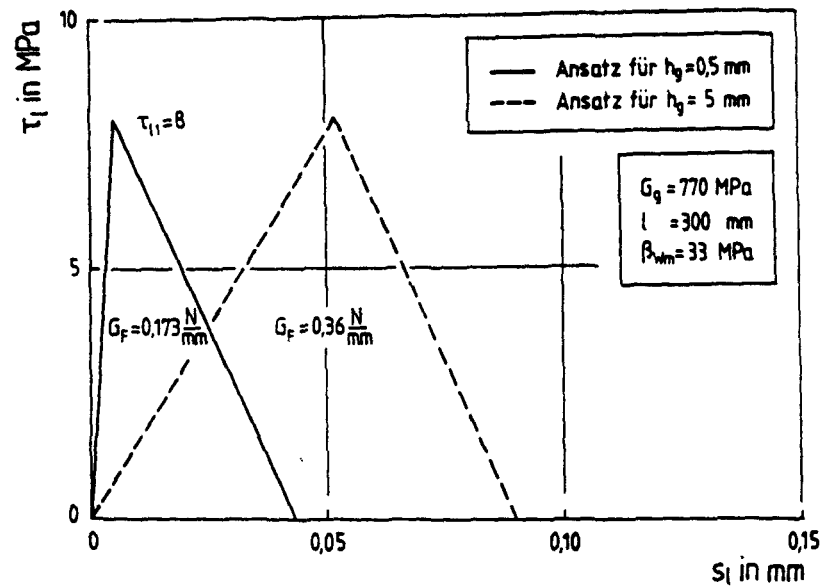
Mit bekanntem $\tau_{\ell 1}$ läßt sich die zugehörige Verschiebung $s_{\ell 1}$ ermitteln. Eine Verzehnfachung der Klebschichtdicke ergibt hiernach eine zehnfach weichere τ_ℓ - s_ℓ -Beziehung im linear-elastischen Bereich, Bild 3.18a.

Die Maximalverschiebung $s_{\ell 0}$ des Verbundansatzes ergibt sich nach /87/ aus

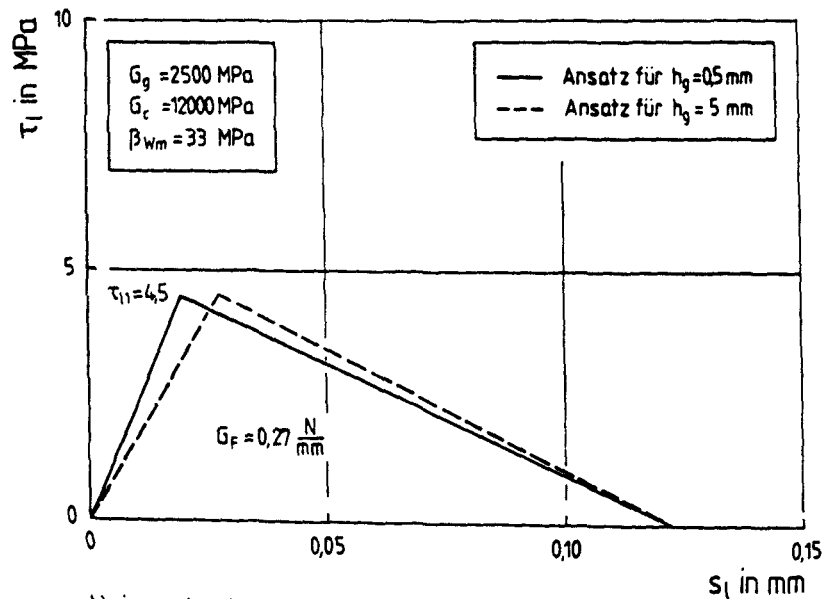
$$s_{\ell 0} = s_{\ell 1} + \alpha \cdot l = \frac{\tau_{\ell 1} \cdot h_g}{G_g} + \alpha \cdot l$$

mit $\alpha = 0,000127$ für B 25 und l, der Verbundlänge. In Bild 3.18a sind die hieraus resultierenden Verbundansätze für $h_g = 0,5$ mm und $h_g = 5$ mm bei einer Verbundlänge von $l = 300$ mm dargestellt. Hiernach führt eine Vergrößerung der Klebschichtdicke von 0,5 auf 5,0 mm zu einer Verdoppelung der Bruchenergie und damit rechnerisch zu einer ca. 40 % höheren Verbundtragfähigkeit. Nach /87/ wurde jedoch in Versuchen festgestellt, daß die Klebschichtdicke ohne signifikanten Einfluß auf die Bruchlast ist.

Die Relativverschiebungen zwischen Lasche und Beton steigen mit zunehmender Klebschichtdicke an. Allerdings ist der Anstieg nicht so deutlich, wie er sich rechnerisch mit dem vorstehenden Ansatz ergibt. Im folgenden wird eine verallgemeinerte Beziehung zur Abschätzung von $s_{\ell 1}$ angegeben, wobei angenommen wird, daß echte Gleitungen zwischen den Klebschicht- und Füge-teiloberflächen nicht auftreten. Diese Annahme ist begründet, da infolge der rauhen Füge-teiloberflächen eine gute mechanische Verzahnung zwischen dem Klebstoff und den Füge-teilen erreicht wird und eine gute Benetzung gegeben erscheint. Im übrigen werden konkave Zugkraft-Verschiebungskurven, die auf Gleitungen schließen ließen, nicht beobachtet.



a) Ansatz nach Ranisch



b) eigener Ansatz

Bild 3.18: Einfluß der Klebschichtdicke auf den Verbundansatz im Vergleich

Im nachfolgenden Ansatz wird vorausgesetzt, daß die Verzerrungen von Klebschicht und Beton in einem Summationsansatz zusammengefaßt werden können. Unter diesen Annahmen folgt:

$$\tau_g = \frac{G_g}{h_g} s_g \quad (3.47)$$

und

$$\tau_c = \frac{G_c}{h_c} s_c \quad (3.48)$$

$$s_{\ell} = s_g + s_c \text{ für } \tau_{\ell} = \tau_g = \tau_c \quad (3.49)$$

Aus den Gln.(3.47) bis (3.49) folgt:

$$\tau_{\ell} = \frac{s_{\ell}}{\frac{h_g}{G_g} + \frac{h_c}{G_c}} \quad (3.50)$$

Die Schubmoduln G_g und G_c werden aus den E-Moduln abgeleitet:

$$G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} \quad (3.51)$$

und

$$G_g = \frac{E_g}{2(1+\nu_g)} \quad (3.52)$$

Die Querdehnzahl des Betons wird mit, wie üblich, $\nu_c = 0,25$ angenommen. Die Querdehnzahl ν_g ist vom Klebstoff abhängig, wird hier jedoch vereinfachend ebenfalls zu 0,25 angenommen. Unbekannt in Gl.(3.50) bleibt noch die Tiefe h_c , über die sich die Verzerrung auswirkt. Zur Abschätzung von h_c wird die Spannungsmittelwerttheorie von Iványi /49/ herangezogen, die auf Bauteile mit ausgeprägten Zugspannungsgradienten angewendet wird. Hiernach tritt das Zugversagen des Betons dann ein, wenn sich in einer "Repräsentativen Volumeneinheit RVE" ein Mittelwert der Zugspannungen gleich der Betonzugfestigkeit einstellt. Damit wird der Plastizierung von gezogenem Beton in dessen post-kritischen σ - ε -Bereich Rechnung getragen /100/. Die RVE kann als Betonwürfel mit der Kantenlänge $d_{RVE} \approx 2,5 + 3 \cdot d_{max}$, Größtkorndurchmesser, gedeutet werden. Zur Vereinfachung kann d_{RVE} zu ca. 50 mm angenommen werden /5,32/. Unterstellt man, daß diese Betrachtung auf die hier vorliegende mehrachsiale Beanspruchung angewendet werden darf, kann $h_c \approx d_{RVE} = 50$ mm angenommen werden. Somit ergibt sich $s_{\ell 1}$ aus Gl.(3.50) zu:

$$s_{\ell 1} = 2,5 \tau_{\ell 1} \left[\frac{h_g}{E_g} + \frac{d_{RVE}}{E_c} \right] \quad (3.53)$$

Für das in Bild 3.18b dargestellte Beispiel betrug $\beta_{Wm} = 33$ MPa. Mit der in /40/ angegebenen Beziehung ergibt sich der Mittelwert der Zugfestigkeit rechnerisch zu

$$f_{ctm} \approx \beta_{bZm} = 0,24 \beta_{Wm}^{2/3} = 2,5 \text{ MPa}$$

und somit folgt für $\tau_{\ell 1}$ aus Gl.(3.46) $\tau_{\ell 1} = 1,8 f_{ctm} = 4,5$ MPa.

Mit $G_F = 0,11 \cdot f_{ctm} = 0,27$ N/mm, s. Abschn. 3.5.5.4, sowie $G_g = 2500$ MPa und $G_c = 12000$ MPa ergeben sich die in Bild 3.18b für Klebschichtdicken von $h_g = 0,5$ mm bzw. 5 mm dargestellten Verbundansätze. Hiernach ist die Verbundbruchkraft nahezu unabhängig von der Klebschichtdicke. Im linear-elastischen Bereich ist das Verbundspannung-Verschiebungsverhalten bei dicken Klebschichten weicher als bei dünnen.

3.4.3 Bruchenergie G_F und maximale Verschiebung $s_{\ell 0}$

Das Verbundverhalten zwischen Beton- und Klebelasche kann mit Hilfe der Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung beschrieben werden. Da diese von der lokalen Beanspruchungskombination $\tau\text{-}\sigma_x\text{-}\sigma_y$ abhängig ist, kann eine wirklichkeitsnahe Beschreibung nur durch Formulierung ortsabhängiger Ansätze gelingen. Da die theoretische Erfassung der lokalen Beanspruchung, zudem auch noch größen- und materialabhängige Effekte auftreten, schwierig ist und gezielte experimentelle Untersuchungen hierzu nicht vorliegen, ist z.Zt. nur die einheitliche materialabhängige Formulierung des Verbundansatzes möglich. Hiermit erhält der Verbundansatz den Charakter eines Stoffgesetzes. Durch die Fähigkeit des Betons auch nach Makrorißbildung noch Kräfte übertragen zu können, weist der Beton nichtlineares Verhalten mit einem ansteigenden und einem abfallenden Ast auf. Dies gilt auch für die $\tau_{\ell}\text{-}s_{\ell}$ -Beziehungen, s. Abschnitt 3.3.6. Der Ansatz wird durch die Größen $\tau_{\ell 1}$, $s_{\ell 1}$ sowie durch die Kurvenform und den Flächeninhalt bestimmt. Die maximale Verbundspannung ergibt sich aus der Schubfestigkeit des Betons bzw. des Klebstoffs oder der Grenzflächen im triaxialen Beanspruchungszustand. Die geringste Festigkeit ist maßgebend. Die zugehörige Verschiebung $s_{\ell 1}$ und die Form ergibt sich aus dem Spannung-Verformungsverhalten. Der Flächeninhalt kann ebenfalls mechanisch gedeutet werden. Er ist als bruchmechanische Kenngröße aufzufassen und wird als Bruchenergie G_F bezeichnet, Gl.(3.44),

Abschnitt 3.3.6. Sie entspricht der Energie, die verbraucht wird, um einen Riß mit einer Einheitsfläche zu erzeugen /36,41/.

Für zugbeanspruchten Beton kann die Bruchenergie z.B. in 3-Punkt-Biegezugversuchen an gekerbten Balken bestimmt werden /12/. Sie ist von den Betoneigenschaften abhängig. Dabei hat das Größtkorn des Betonzuschlags sowie die Betonfestigkeit den wesentlichen Einfluß. Diese Einflußparameter finden in einer vereinfachten Beziehung zur Bestimmung von G_F Berücksichtigung /18,41/.

$$G_F = G_{F0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad (3.54)$$

mit G_{F0} , dem Grundwert der Bruchenergie, abhängig vom Größtkorn des Zuschlags d_{max} ; $f_{cm0} = 10$ MPa und f_{cm} , dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit.

Die Vorhersagegenauigkeit ist nicht sehr hoch (Korrelationskoeffizient für $d_{max} = 16$ mm: $k = 0,83$). Dies ist nicht verwunderlich, da zugbeanspruchte Betone auf Veränderungen zwischen Korn und Matrix empfindlich reagieren /111/, die durch Gl.(3.54) nicht erfaßt sind.

In /92/ wird über einachsiale Zugversuche an gekerbten Proben berichtet. Hiernach ist G_F proportional zur einachsialen Zugfestigkeit f_{ct} , wie dies auch Gl.(3.54) annähernd ausdrückt.

Unterstellt man, daß die zuvor geschilderten Abhängigkeiten auch für den Laschenverbund grundsätzlich gelten und nimmt man idealisierend einen bilinearen Verlauf, Ansatz 5 in Bild 3.14, für den Verbundansatz an, läßt sich nun die bisher unbekannte Verschiebung $s_{\ell 0}$ verallgemeinert angeben:

$$s_{\ell 0} = \frac{2 G_F}{\tau_{\ell 1}} \quad (3.55)$$

Die Bruchenergie G_F ist unbekannt und nicht mit der für zugbeanspruchten Beton identisch. Die Bruchenergie G_F wird in Abschnitt 3.5.6.5. aus laschenverstärkten Zug-Druck- und Zug-Zug-Versuchen bestimmt. Mit der angenommenen Proportionalität zur Oberflächenzugfestigkeit f_{ctm} folgt

$$G_F = C_F f_{ctm} , \quad (3.56)$$

wobei die Konstante C_F in der Regressionsrechnung zu ermitteln ist. Die Betonoberflächenzugfestigkeit kann auf den vorbehandelten (sandgestrahlten) Klebflächen durch Haftzugfestigkeitsprüfung bestimmt werden. Da bei den durchgeführten Versuchen vielfach Haftzug- bzw. Zugfestigkeitswerte nicht vorliegen, wird f_{ctm} näherungsweise rechnerisch aus der Betondruckfestigkeit nach /40/ errechnet. Hiernach gilt:

$$f_{ctm} = 0,24 \beta_{wm}^{2/3} \quad (3.57)$$

3.5 Bruchmodelle

3.5.1 Einführung

Bruchmodelle sind Rechenmodelle zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit. Hier wird die Verbundtragfähigkeit von laschenverstärkten Zuggliedern (im Zug-Druck-Versuch und Zug-Zug-Versuch) unter monoton steigender Kurzzeitbeanspruchung behandelt. Geeignete Bruchmodelle müssen in der Lage sein, möglichst alle wesentlichen, die Verbundtragfähigkeit bestimmenden Parameter zutreffend zu berücksichtigen. Hier sind folgende Parameter zu nennen:

- Lamellenquerschnittsabmessungen b_ℓ , h_ℓ
- Verbundlänge l
- Elastizitätsmodul der Lamelle E_ℓ
- Streckgrenze der Lamelle $f_{\ell yk}$
- Oberflächenzugfestigkeit des Betons f_{ct}
- Größtkorn des Zuschlags d_{max}
- Lage der Klebfläche in bezug auf die Betonierichtung
- Dehnsteifigkeitsverhältnis $n_\ell \mu_\ell$
- Körper-Laschenbreitenverhältnis b_ℓ/b
- evtl. Anpreßdruck normal zur Lamelle σ_N
- Klebschichtdicke h_g

Bei den Bruchmodellen wird davon ausgegangen, daß das Verbundversagen im an die Klebschicht angrenzenden Beton eintritt. Im folgenden werden in der Literatur vorhandene Modelle vorgestellt und diskutiert.

3.5.2 Das Modell von Ranisch

In /87/ wird ein bilinear elastisch-plastischentfestigender Verbundansatz, Bild 3.14 (Ansatz 5), verwendet. Mit diesem Ansatz wird eine Näherungslösung für große Verbundlängen $l > 500$ mm für die rechnerische Verbundbruchkraft $\max F$ angegeben. $\max F$ läßt sich danach mit

$$\max F = b_\ell \sqrt{E_\ell h_\ell G_g h_g (1 - n_\ell \mu_\ell) \gamma_1 \gamma_0} \quad (3.58)$$

ermitteln. In Gl.(3.58) ist ein Fehler, mit allerdings geringer Auswirkung, enthalten. Bei korrekter Herleitung muß es in der Gleichung statt $(1 - n_\ell \mu_\ell)$ richtig $(1 + n_\ell \mu_\ell)$ heißen. Verwendet man außerdem die Beziehungen $G_g = \tau_{\ell 1} / \gamma_1$ und $\gamma_0 = s_{\ell 0} / h_g$, ergibt sich aus Gl.(3.58):

$$\max F = b_\ell \sqrt{E_\ell \cdot h_\ell \tau_{\ell 1} \cdot s_{\ell 0} \cdot (1 + n_\ell \mu_\ell)} \quad (3.59)$$

Da Ranisch in den Versuchen an Doppellaschenkörpern (Zug-Zug-Körper) eine etwa lineare Zunahme der Bruchverschiebung $s_{\ell u}$ mit steigender Verbundlänge beobachtet, führt er in Gl.(3.59) die Beziehung

$$s_{\ell 0} = s_{\ell 1} + \alpha \cdot l \approx \alpha \cdot l \quad (3.60)$$

mit $\alpha = 0,000127$ für B 25, ein. Die zugehörigen Verbundansätze zeigt Bild 3.19.

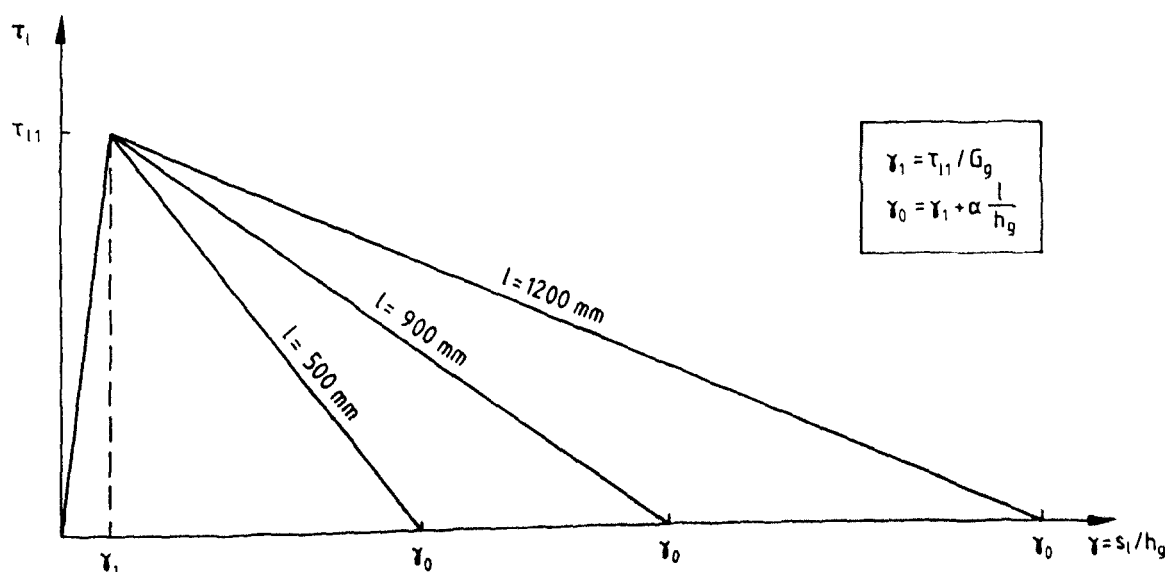


Bild 3.19: Verbundansätze nach Ranisch

Somit ergibt sich aus den Gln.(3.59) und (3.60)

$$\max F = b_l \sqrt{\alpha E_l h_l \tau_{l1} l (1+n_l \mu_l)} \quad (3.61)$$

und damit die Proportionalität $\max F \sim \sqrt{l}$, ohne daß eine obere Grenze für $\max F$ bzw. für eine wirksame Verbundlänge l angegeben wird. In Bild 3.20 wird der Zusammenhang Gl.(3.60) und Gl.(3.61) für ein Berechnungsbeispiel dargestellt.

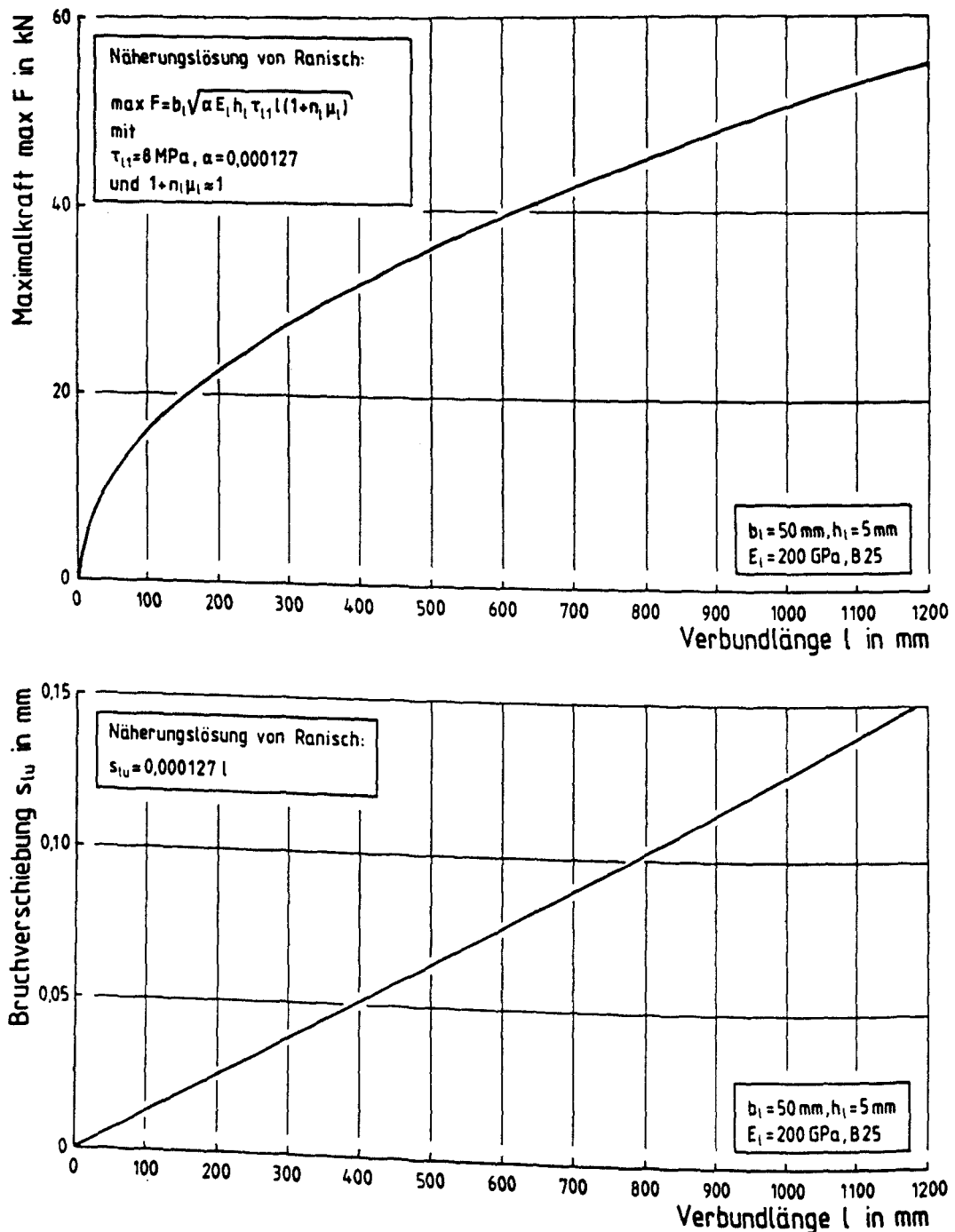


Bild 3.20: Berechnungsbeispiel für die Näherungslösung von Ranisch /87/

Wie in Abschnitt 3.5.5 durch Auswertung von Versuchsergebnissen gezeigt, wird jedoch die maximale Verbundbruchkraft bei Verbundlängen von ca. 300 bis 500 mm erreicht. Durch eine Vergrößerung der Verbundlänge darüber hinaus läßt sich keine Steigerung der Verbundbruchkraft erreichen. Diese Aussage wird durch Auswertungen in /114/ bestätigt. Gl.(3.61) führt für große Verbundlängen zu einer wesentlichen Überschätzung der Verbundbruchkraft. Hierauf wird auch in /50/ aufmerksam gemacht.

3.5.3 Das Modell von Wicke und Pichler

Das in Abschnitt 3.3.4 vorgestellte Modell von Wicke und Pichler /131/ dient zur Ermittlung der Verankerungslänge l_t , Gl.(3.31), die nötig ist, um die maximal mögliche Verbundbruchkraft zu erreichen. Letztere ergibt sich für Verbundlängen $l \geq l_t$ mit $s_\ell(x=l_t) = s_{\ell 1}$ nach einigen Umformungen zu:

$$\max F = b_\ell \sqrt{\frac{2 E_\ell h_\ell \tau_{\ell 1} s_{\ell 1}}{1 + \alpha}} \quad (3.62)$$

In /131/ wird der Begriff der Bruchenergie G_F nicht verwendet. Führt man G_F entspr. Gl.(3.44) ein, ergibt sich:

$$G_F = \int_0^\infty \tau(s_\ell) ds_\ell = \int_0^{s_{\ell 1}} c_\ell s_\ell^\alpha ds_\ell = \frac{\tau_{\ell 1} \cdot s_{\ell 1}}{1 + \alpha}$$

Setzt man G_F in Gl.(3.62) ein, erhält man die maximale Verbundbruchkraft:

$$\max F = b_\ell \sqrt{2 G_F E_\ell h_\ell} \quad (3.63)$$

Die zugehörige Verbundlänge l_t läßt sich mit Gl.(3.31) ermitteln:

$$l_t = \sqrt{\frac{2 E_\ell h_\ell s_{\ell 1}(1+\alpha)}{\tau_{\ell 1}(1-\alpha)^2}} \quad (3.64)$$

Im folgenden soll betrachtet werden, ob mit dem Modell für Verbundlängen $l < l_t$ die Verbundbruchkraft zutreffend vorhergesagt werden kann. Aufgrund der getroffenen Annahmen, s. Abschn. 3.3.4, kann für kürzere Verbundlängen

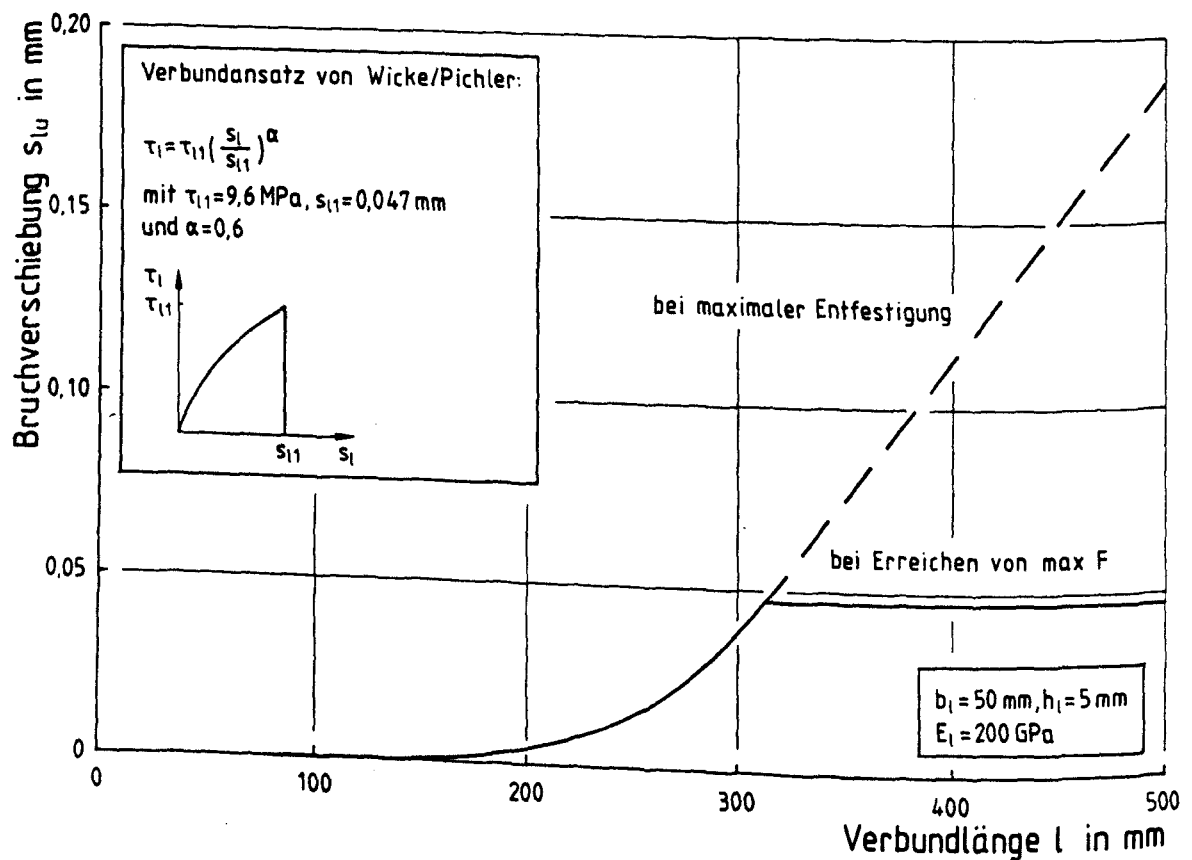
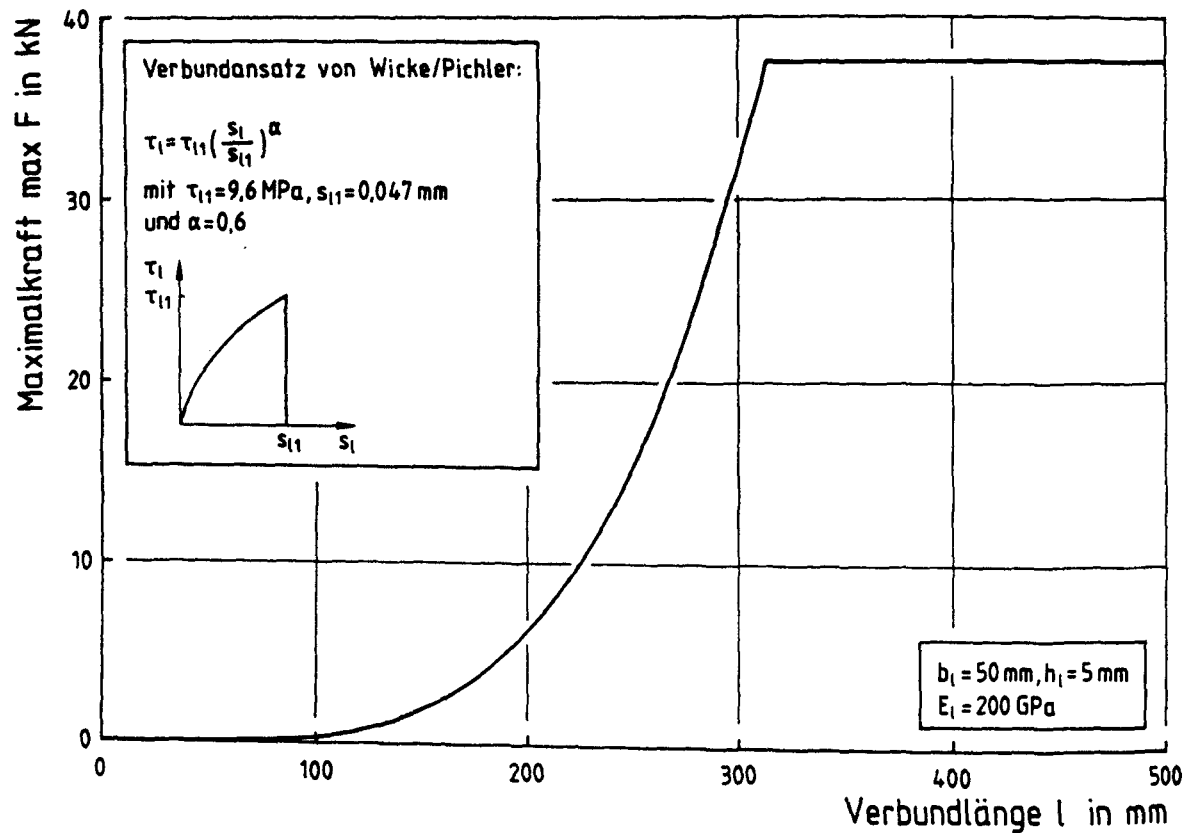


Bild 3.21: Berechnungsbeispiel für den Ansatz von Wicke und Pichler /131/

an der Stelle $x = l$ die maximale Verbundspannung $\tau_{\ell 1}$ nicht erreicht werden. Die Maximalkraft kann aus den Gln.(3.29) und (3.30) bestimmt werden:

$$\max F(l) = \frac{2 E_{\ell} A_{\ell}}{1 - \alpha} \left[\frac{C_{\ell} (1-\alpha)^2}{2 E_{\ell} h_{\ell} (1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (3.65)$$

In Bild 3.21 sind die Ergebnisse für ein Berechnungsbeispiel in Abhängigkeit von der Verbundlänge dargestellt.

Hiernach fallen die Maximalkräfte mit abnehmender Verbundlänge extrem ab. Für $l = 100 \text{ mm}$ ist $\max F$ nahezu Null. Dies steht im deutlichen Widerspruch zu den Versuchsergebnissen. Somit kann festgestellt werden, daß der hier behandelte Ansatz nicht geeignet ist, die Verbundbruchkraft in Abhängigkeit von der Verbundlänge zutreffend zu beschreiben.

3.5.4 Die Verbundbruchkraft nach linear-elastischer Bruchmechanik (LEBM)

In [36,59,60,114] wird die rechnerische Verbundbruchkraft mit der linear-elastischen Bruchmechanik für den Zug-Zug-Körper ermittelt. Die LEBM unterstellt, daß sich der Bruch als progressives Fortschreiten einer Rißzone konstanter Form und Größe ereignet und daß die Rißzone klein ist gegenüber den relevanten Bauteilabmessungen. Unter der Annahme großer Verbundlängen l können die genannten Voraussetzungen bei einer eindimensionalen Berechnung selbst dann als erfüllt angesehen werden, wenn kein vorgeformter scharfer Riß und keine Spannungssingularität vorhanden ist [36]. Bei großen Verbundlängen sind nur die Enden der Klebverbundzone aktiv. Bei einem Fortschreiten des Risses um da , wird soviel Energie dissipiert wie insgesamt für vollständige Rißbildung der Fläche $(b_{\ell} \cdot da)$ benötigt wird. Das bedeutet, daß die Energie G_c , die während des Fortschreitens des Risses dissipiert wird, gleich der Bruchenergie G_f (s. Abschn. 3.3.6) ist. Beim Zug-Zug-Körper, Bild 3.22a, beträgt die Änderung der Compliance C (Nachgiebigkeit) beim Fortschreiten des Risses um da :

$$dC = \frac{da}{E_{\ell} A_{\ell}} - \frac{da}{E_{\ell} A_{\ell} + E_c A_c} \quad (3.66)$$

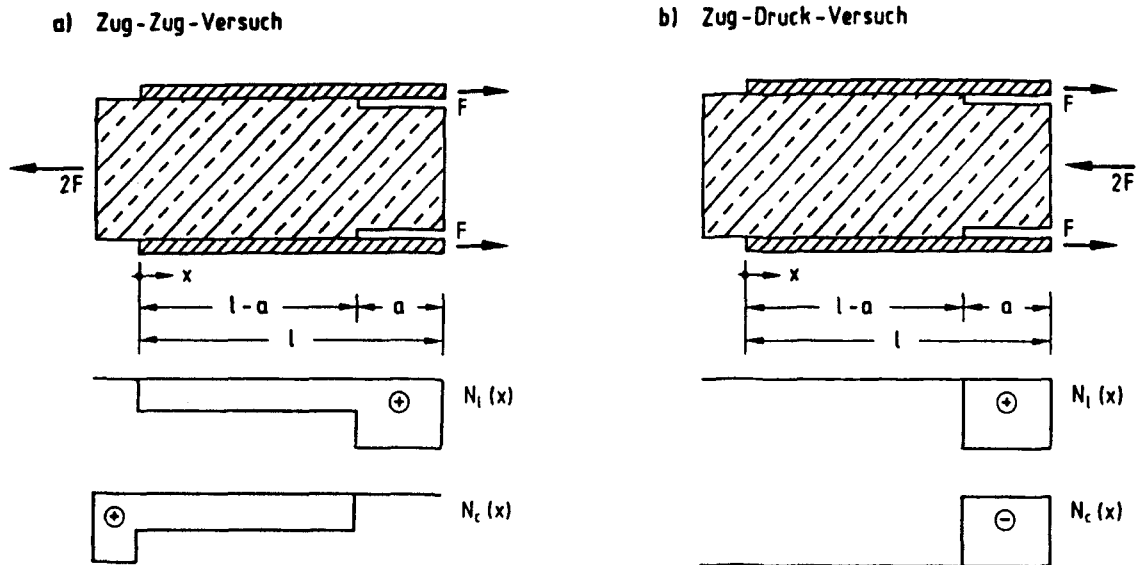


Bild 3.22: Zweischichtenkörper mit starrer Kopplung

Die zugehörige Änderung der potentiellen Energie dW beträgt:

$$dW = - \frac{1}{2} F^2 dC \quad (3.67)$$

Die RiBausbreitung wird instabil, wenn

$$-dW = G_F \cdot b_\ell \cdot da \quad (3.68)$$

wird.

Aus den Gln.(3.66) bis (3.68) ergibt sich die maximale Verbundbruchkraft $\max F$ zu:

$$\max F = b_\ell \sqrt{2 G_F E_\ell h_\ell (1 + n_\ell \mu_\ell)} \quad (3.69)$$

In analoger Weise läßt sich auch die Herleitung für den Zug-Druck-Körper, Bild 3.22b, durchführen. Hierbei ergibt sich für die maximale Verbundbruchkraft:

$$\max F = b_\ell \sqrt{\frac{2 G_F E_\ell h_\ell}{1 + n_\ell \mu_\ell}} \quad (3.70)$$

Die Gl.n.(3.69) und (3.70) unterscheiden sich im Term $(1+n_\ell \mu_\ell)$. Setzt man diesen zu ≈ 1 (unendliche Dehnsteifigkeit des Betonkörpers), erhält man eine Näherungslösung für $\max F$, die allgemein gilt:

$$\max F = b_\ell \sqrt{2 G_F E_\ell h_\ell} \quad (3.71)$$

Die Gl.n.(3.69) bis (3.71) sind unabhängig von der Verbundlänge l und stellen die Obergrenze der durch Verbund übertragbaren Kraft dar. Die Lösungen sind für große Verbundlängen, bei denen $\tanh(\omega l) \approx 1$, mit den rechnerischen Maximalkräften, die sich durch Berechnung mit Verbundansätzen ergeben, identisch (s. Abschn. 3.3.3 und 3.3.5 sowie Gl.(3.59) und Gl.(3.63)). Nach Gl.(3.71) hängt die Maximalkraft vom E-Modul der Lamelle, vom Lamellenquerschnitt sowie von der Bruchenergie G_F ab. Die Bruchenergie ist eine von der Betongüte abhängige Größe /18,41/.

3.5.5 Das Verhalten bei Annahme eines bilinearen Verbundansatzes

3.5.5.1 Rechenergebnisse bei bilinearem Ansatz

Wie in Abschnitt 3.3.6 gezeigt, kann das Verbundverhalten von laschenverstärkten Zuggliedern nur durch einen Verbundansatz beschrieben werden, der einen ansteigenden und einen entfestigenden Ast aufweist. Im folgenden wird gezeigt, daß der in Abschnitt 3.4 beschriebene bilineare Ansatz das Verhalten hinreichend genau beschreibt.

In Abschnitt 3.3.5 wird bei Annahme eines bilinearen Ansatzes die Dgl. des verschieblichen Verbundes für den Zug-Druck-Körper gelöst. Mit Hilfe der hergeleiteten Gleichung lassen sich der rechnerische Verlauf der Spannungen und Verschiebungen sowie die Verbundtragfähigkeit für beliebige Querschnittsabmessungen und Verbundlängen errechnen. Allerdings gelten die Gleichungen nur bis zum Erreichen der Maximalverschiebung $s_\ell(x=l) = s_{\ell 0}$. Hiermit lassen sich die Verhältnisse, wie sie im kraftgesteuerten Versuch vorkommen, einschließlich der Maximalkraft zutreffend vorhersagen.

In den Bildern 3.23 bis 3.26 sind die rechnerischen Kräfte und Verschiebungen für ein Beispiel mit drei verschiedenen Laschengemetrien in Abhängigkeit von der Verbundlänge dargestellt. Hiernach steigt die Verbundbruchkraft zunächst mit zunehmender Verbundlänge linear, flacht zunehmend ab und

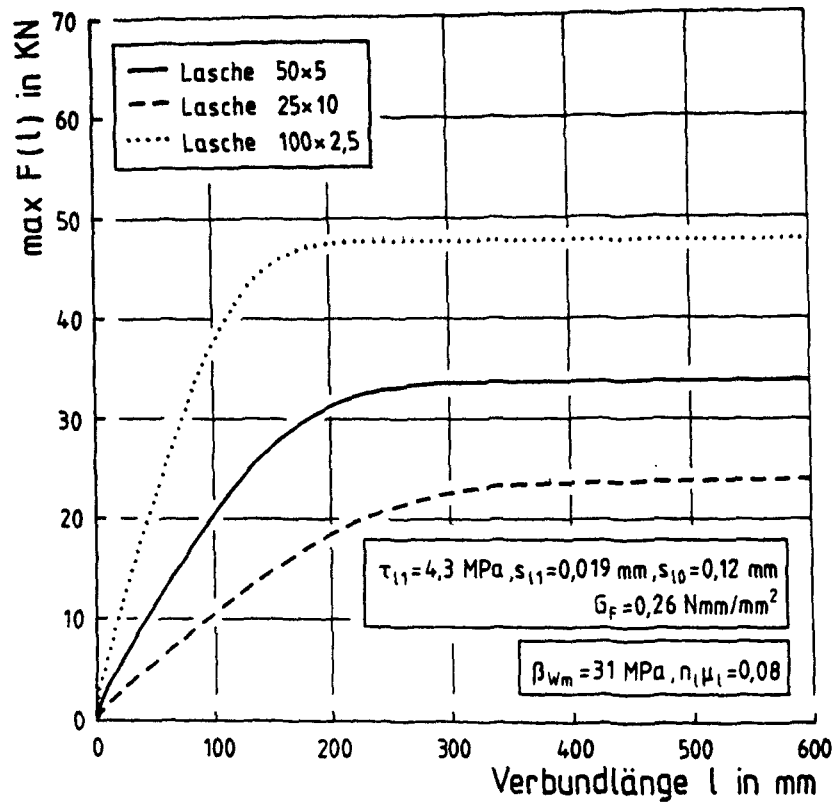


Bild 3.23: Rechnerische Verbundtragfähigkeit in Abhängigkeit von der Verbundlänge

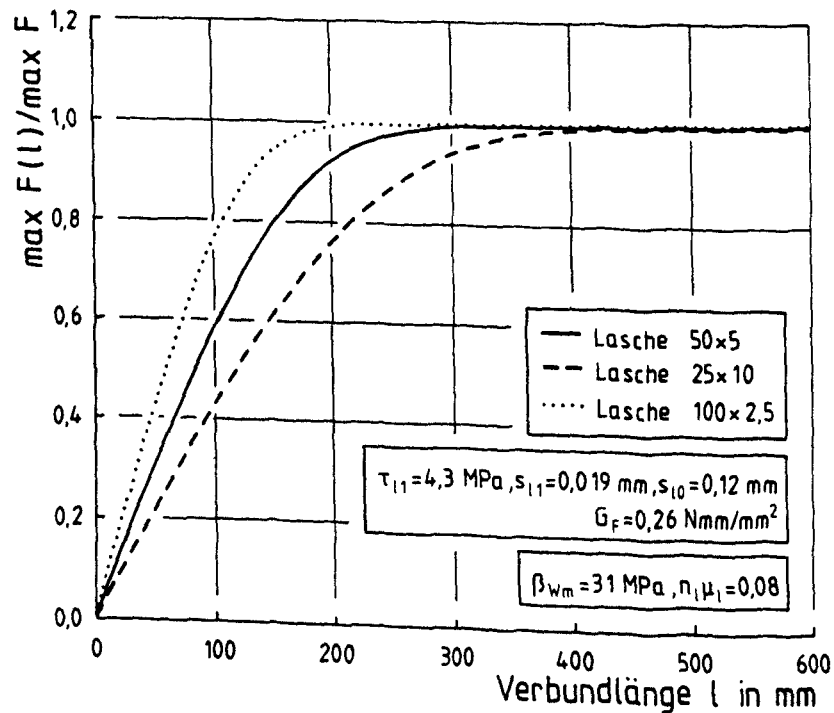


Bild 3.24: Rechnerische Verbundtragfähigkeit, bezogen auf max F , in Abhängigkeit von der Verbundlänge

erreicht dann einen Maximalwert, der auch bei sehr großer Verbundlänge nicht überschritten wird. In der in Bild 3.24 gewählten Darstellung ist deutlich zu erkennen, daß die Verbundlänge, die benötigt wird, um den Maximalwert zu erreichen, von der Laschendicke abhängt - Je dünner die Lasche, desto geringer die erforderliche Verbundlänge.

Bild 3.25 zeigt die mittlere Verbundspannung bei Maximallast $\max \tau_{lm} = \max F/(b_l l)$ in Abhängigkeit von der Verbundlänge. Für extrem kurze Verbundlängen ist $\max \tau_{lm} = \tau_{l1}$. Mit zunehmender Verbundlänge fällt $\max \tau_{lm}$. Hier gilt - je dünner die Lasche, um so geringer $\max \tau_{lm}$. Die maximalen Verschiebungen an der Stelle $x = l$ (belastetes Laschenende) entsprechen bei sehr kurzen Verbundlängen der Verschiebung s_{l1} , steigen mit zunehmender Verbundlänge an, bis sie bei größeren Verbundlängen den Wert s_{l0} annehmen.

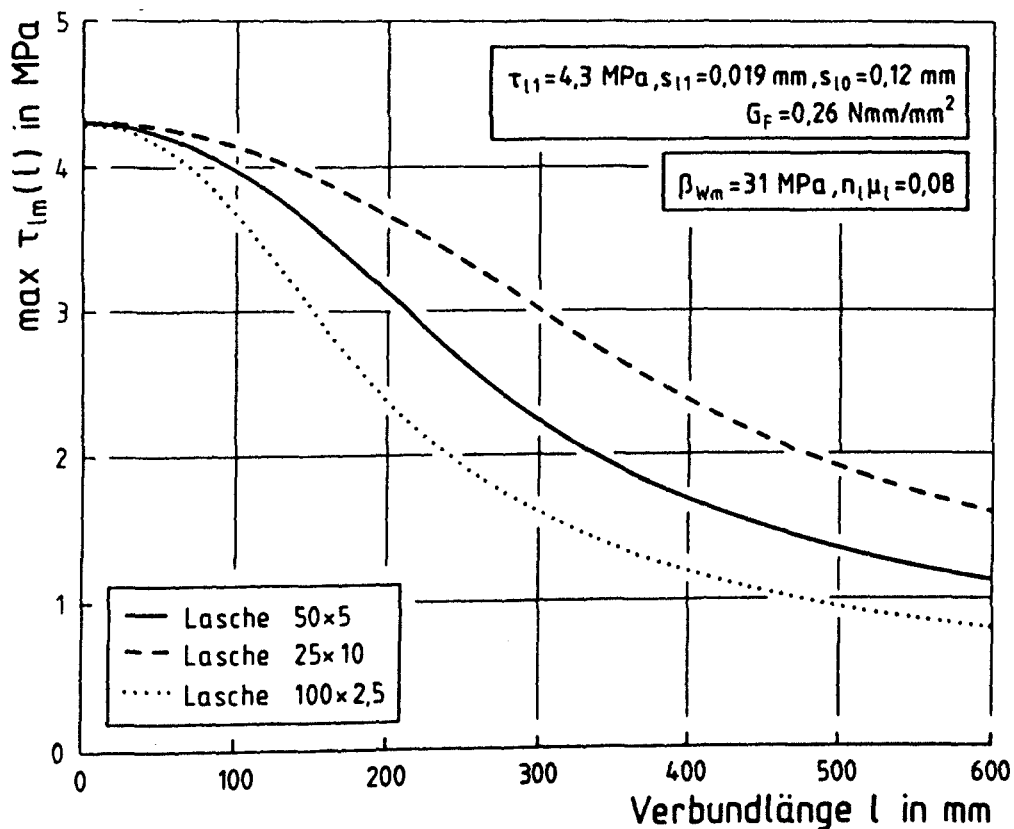


Bild 3.25: Rechnerische mittlere Verbundspannung bei Maximallast in Abhängigkeit von der Verbundlänge

Im dehnungsgeregelten Versuch kann das Verhalten auch nach Erreichen der Maximalkraft experimentell festgestellt werden. Hierbei schreitet die Verbundrißbildung vom belasteten Laschenende in Richtung unbelastetes Laschenende fort, so daß sich Bereiche ausbilden, in denen praktisch keine Verbundspannungen übertragen werden können. Rechnerisch ist das der Fall,

wenn die Relativverschiebung $s_\ell(x) \geq s_{\ell 0}$ ist. Wie bereits erwähnt, kann dies Verhalten durch die in Abschnitt 3.3.5 angegebenen Gleichungen nicht mehr beschrieben werden. Hier wird die bereits angesprochene Methode der schrittweisen Integration angewendet, mit der die Spannungs- und Verschiebungsverläufe über den gesamten Beanspruchungsbereich rechnerisch erfaßt werden können.

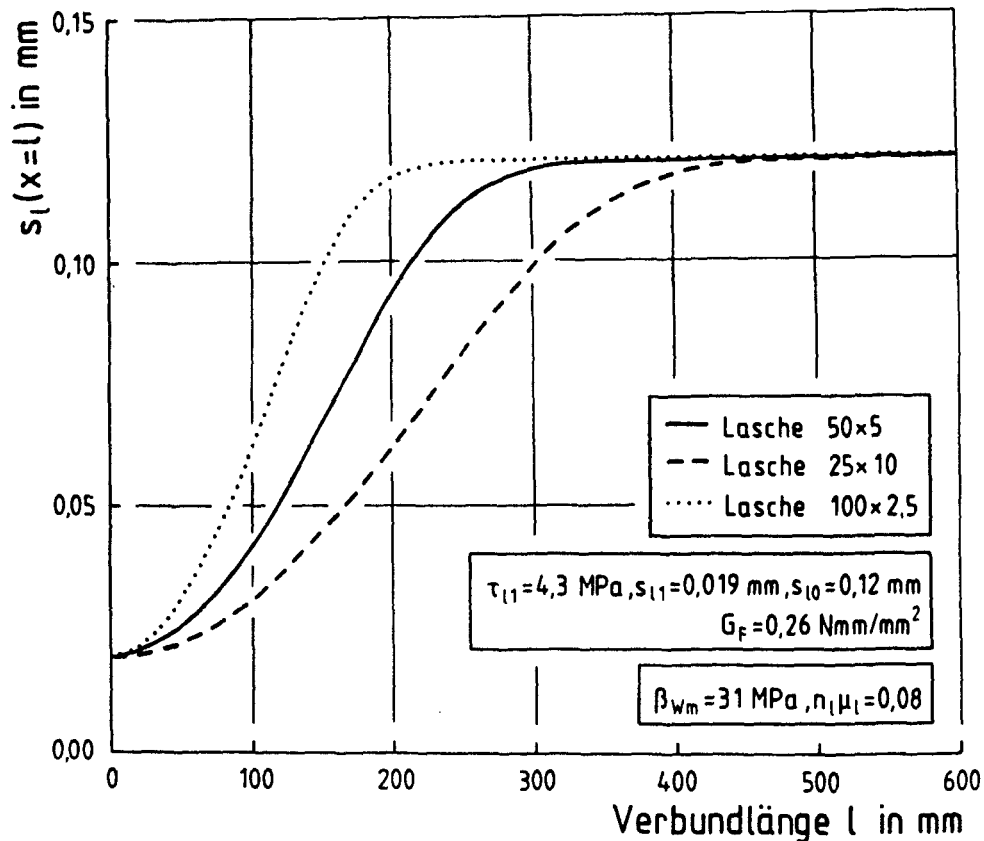


Bild 3.26: Rechnerische Relativverschiebung s_ℓ an der Stelle $x = l$ bei Maximallast

Im folgenden Abschnitt werden die zwecks Bestätigung der Theorie durchgeführten eigenen Versuche erläutert. Im Abschnitt 3.5.5.4 erfolgt dann die Gegenüberstellung von Versuch und Theorie für die Verbundtragfähigkeit und die Verschiebungen.

3.5.5.2 Erläuterung der eigenen Versuche

Zur Überprüfung der Theorie, insbesondere der Erkenntnis, daß bei großen Verbundlängen die Verbundtragfähigkeit einen Maximalwert annimmt, der sich durch Vergrößerung der Verbundlänge nicht mehr steigern läßt, wurden eigene Zug-Druck-Versuche durchgeführt. Die Ergebnisse sind in /66/ beschrieben. Die Betonkörper mit einem Querschnitt von $200 \times 200 \text{ mm}^2$ wurden durch zwei

Laschen der Stahlgüte CK 45 mit dem Querschnitt $50 \times 5 \text{ mm}^2$. Die Verbundlängen wurden zwischen 100 und 1200 mm variiert. Zur Linearisierung der Spannungs-Dehnungsline des Laschenstahls wurden die Laschen auf 120 kN vorgereckt. Der Laschenelastizitätsmodul beträgt $E_L = 190 \text{ GPa}$. Für den Beton wurde der Zement PZ 35 F verwendet, der Wasser-Zement-Wert betrug 0,95 und das Zuschlaggrößtkorn $d_{\max} = 16 \text{ mm}$. Die an Begleitwürfeln der Kantenlänge 150 mm ermittelte Betondruckfestigkeit ergab sich im Alter von 28 Tagen zu $\beta_{Wm28} = 27 \text{ MPa}$ und zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung zu $\beta_{Wm} = 31 \text{ MPa}$. Bei den Versuchen mit 100 mm und 200 mm Verbundlänge betrug die Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt des Versuchs ca. $\beta_{Wm} = 25 \text{ MPa}$. Die Betonoberflächen wurden mit Korund gestrahlt, bis das Zuschlagkorn sichtbar war. Auf die gestrahlten Flächen wurden insgesamt 14 Stahlstempel mit 50 mm Durchmesser und 20 mm Dicke geklebt. Anschließend wurde die Oberflächenzugfestigkeit des Betons bestimmt. Sie betrug i.M. 2,42 MPa. Ein signifikanter Unterschied zwischen Betonier- und Schalenseite wurde nicht festgestellt. Die Stahllaschen wurden auf den Reinheitsgrad SA3 gestrahlt und mit Aceton entfettet. Als Klebstoff wurde Concretin SK41 verwendet. Die Klebschichtdicke h_g betrug ca. 0,5 bis 1 mm. Die Versuche wurden als Zug-Druck-Versuche durchgeführt, um sicherzustellen, daß das Versuchsergebnis nicht durch eine eventuelle Trennrißbildung im Beton der Verbundstrecke beeinflusst wird. Zur Vermeidung von Bruchkeilbildung im Beton des belasteten Laschenendes wurde eine Vorlänge ohne Klebstoff von 100 mm Länge gewählt, Bild 3.27.

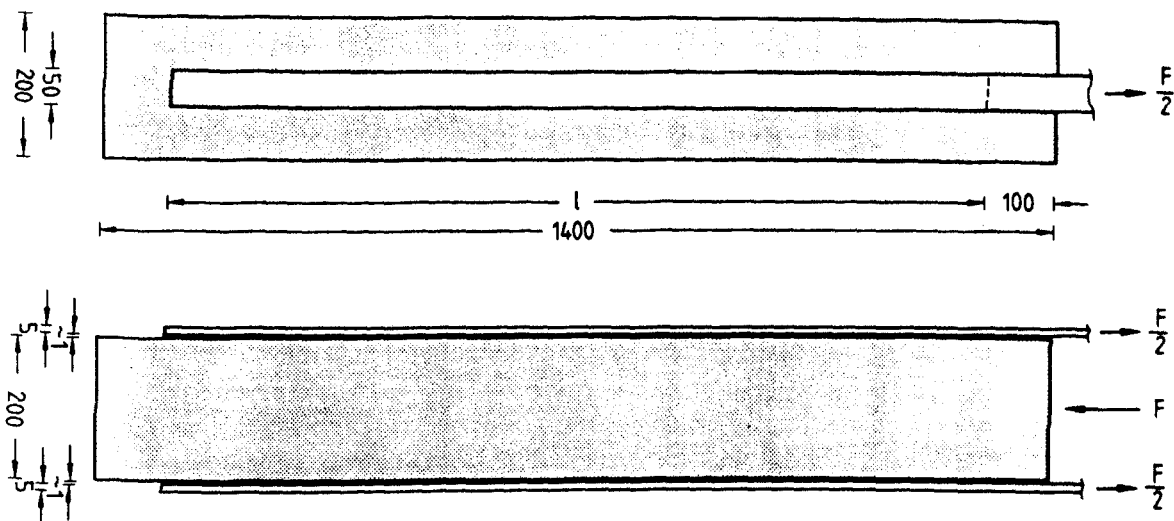


Bild 3.27: Versuchskörper

Insgesamt wurden 13 Versuche durchgeführt, wovon in 3 Versuchen beide Laschen auf die Schalenseiten geklebt wurden. Bei den anderen Versuchen wurde eine Lasche auf der Betonieroberseite appliziert und die auf die gegenüber-

liegende Schalseite geklebte Lasche mit Hilfe einer Klemmvorrichtung angepreßt. Hierdurch trat das Verbundversagen in allen Fällen auf der Betonieroberseite ein. Die Prüfkörper wurden stehend in die Prüfmaschine, Bild 3.28, eingebaut. Die Steuerung erfolgte im Bruchversuch dehnungsgeregelt nach der Relativverschiebung am belasteten Laschenende. Die ermittelten Verbundbruchkräfte sowie einige Kraft-Verschiebungskurven sind im Abschnitt 3.5.5.4 dargestellt. Im folgenden wird zunächst auf das beobachtete Bruchverhalten eingegangen.

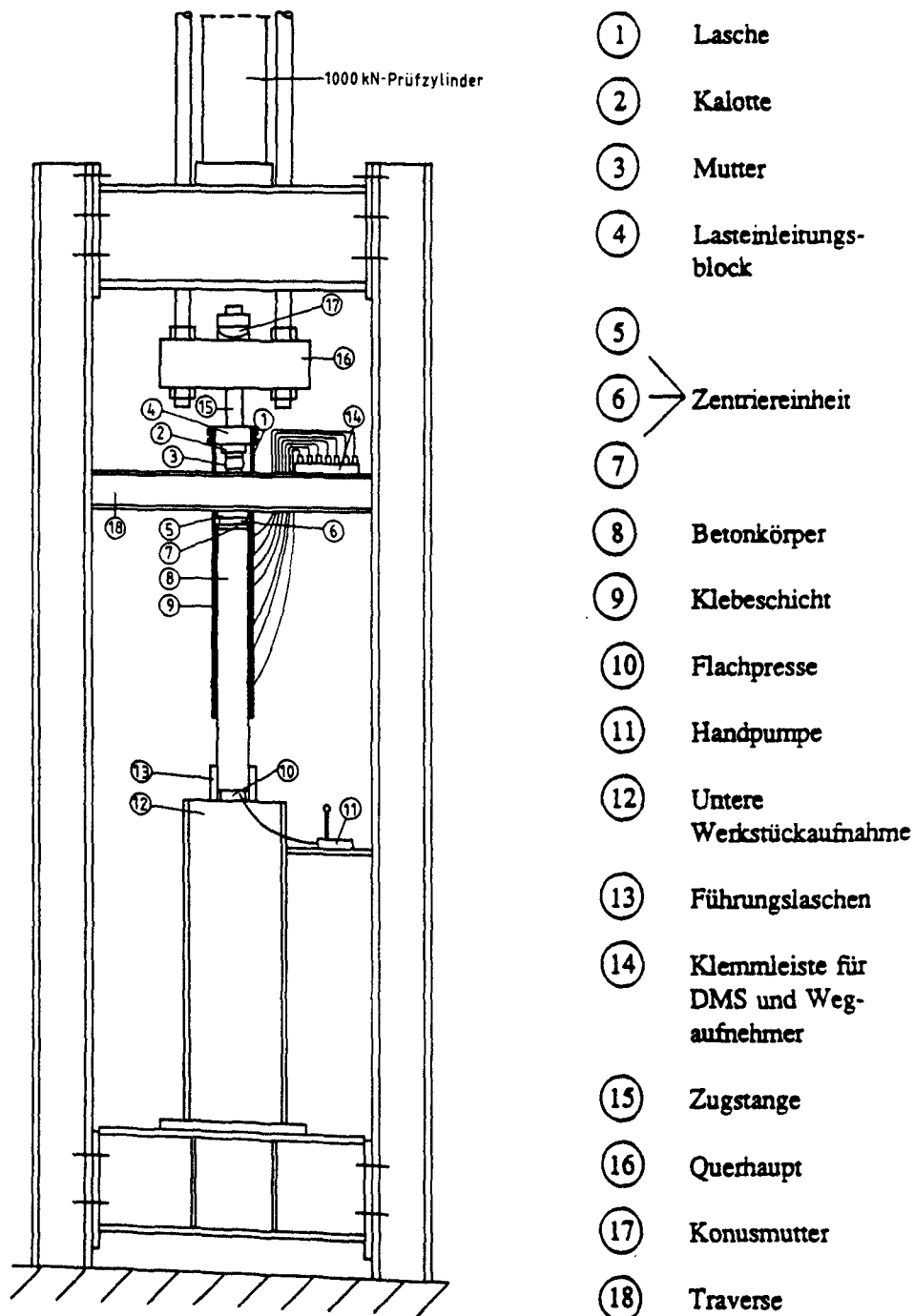


Bild 3.28: Versuchsanordnung

3.5.5.3 Bruchverhalten

Die Kraft-Verschiebungslinien steigen steil an, bis kaum noch Laststeigerung möglich ist und gehen dann in ein horizontales Plateau über. Die Zunahme der Verschiebung ohne Kraftsteigerung geht einher mit einem vom belasteten Laschenende fortschreitenden parallel zur Klebfläche wenige Millimeter über der Klebschicht verlaufenden Verbundriß im Beton, der auch mit bloßem Auge deutlich sichtbar ist. Entlang des Verbundrisses sind die Laschenspannungen praktisch konstant, die Verbundspannungen also Null. Somit entsteht die Verschiebungszunahme auf dem Plateau ausschließlich aus elastischer Laschendehnung im Bereich des Verbundrisses. Hatte sich der Verbundriß bis auf 250 - 300 mm dem Laschenende genähert, nahmen die Verschiebungen am unbelasteten Ende progressiv zu, bis ein schlagartiger Verbundbruch eintrat. Bild 3.29 zeigt vereinfacht den Verlauf der Laschenspannungen über die Verbundstrecke in zwei verschiedenen Zuständen. Über die linke Lasche ist jeweils der Verlauf bei Erreichen der Maximalspannung $\sigma_{\ell R}$ und über die rechte Lasche der Verlauf der kurz vor Auftreten des Verbundbruches gemessenen Laschenspannung $\sigma_{\ell U}$ aufgetragen. Diese Darstellung verdeutlicht den zuvor geschilderten Zusammenhang.

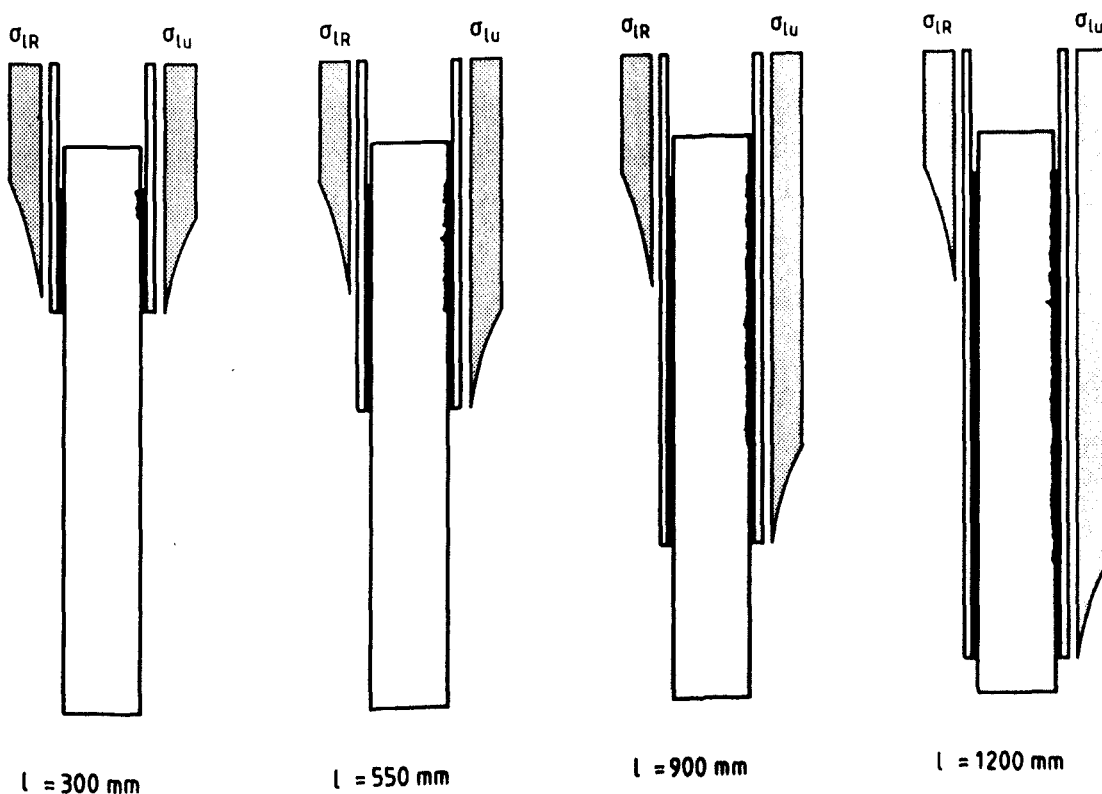


Bild 3.29: Spannungsverlauf entlang der Lasche bei unterschiedlichen Verbundlängen

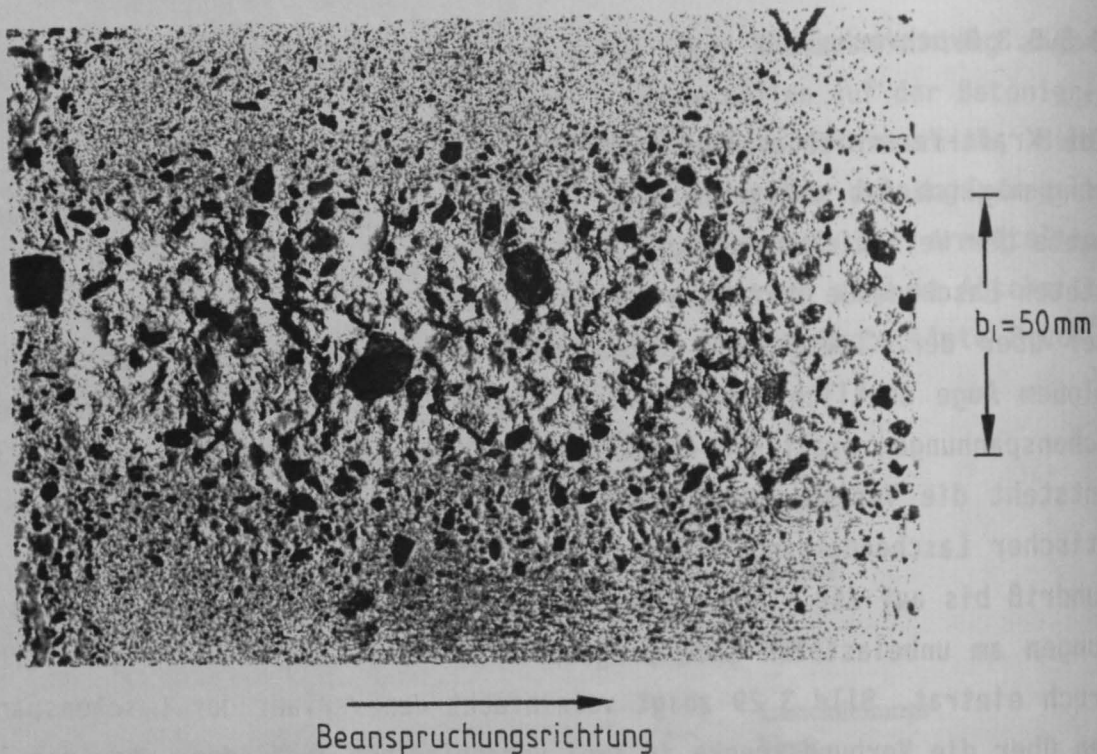


Bild 3.30: Aufsicht auf die Bruchfläche des Betonkörpers

Die Betonbruchfläche ist in Bild 3.30 dargestellt. Die Betonoberfläche ist unregelmäßig. Zum Teil sind die Grobzuschlagkörner aus der Zementmatrix herausgerissen, andere sind abgeschert. Diese Beobachtung deckt sich mit der in /87/ mitgeteilten. Weiterhin sind in engem Abstand in Beanspruchungsrichtung in die Tiefe des Betonkörpers entwickelnde Sekundärrisse zu beobachten. Um den Verlauf dieser Risse festzustellen, wurde ein Präparat hergestellt, indem der Beton der Bruchfläche mit Injektionsharz im Exsikkator eingegossen wurde /23/. Hierzu wird niedrigviskoses zweikomponentiges, mit handelsüblicher Farbpaste eingefärbtes Epoxidharz verwendet. Aus der Probe wurden ca. 15 mm dicke Längsschnitte hergestellt, deren Oberflächen geschliffen, mit farblosem Harz imprägniert und feingeschliffen wurden.

Das Präparat in bezug auf die Lage im Gesamtkörper ist in Bild 3.31 dargestellt. Bild 3.32 zeigt einen Ausschnitt, der die Rißbildung erkennen läßt. Die Risse erstrecken sich bis in eine Tiefe von ca. 10 - 15 mm und weisen eine Rißneigung von ca. 30° gegen die Klebfläche auf. Die Risse verlaufen durch die Matrix, entlang der Oberfläche des Grobzuschlags oder auch durch den Grobzuschlag. Die Bruchfläche verläuft jedoch im Beton parallel zur Klebfläche. Es ist zu erwarten, daß der Verbundwiderstand auch von der Form, Größe und Festigkeit sowie dessen Verteilung und Orientierung in der Verbundzone abhängt.

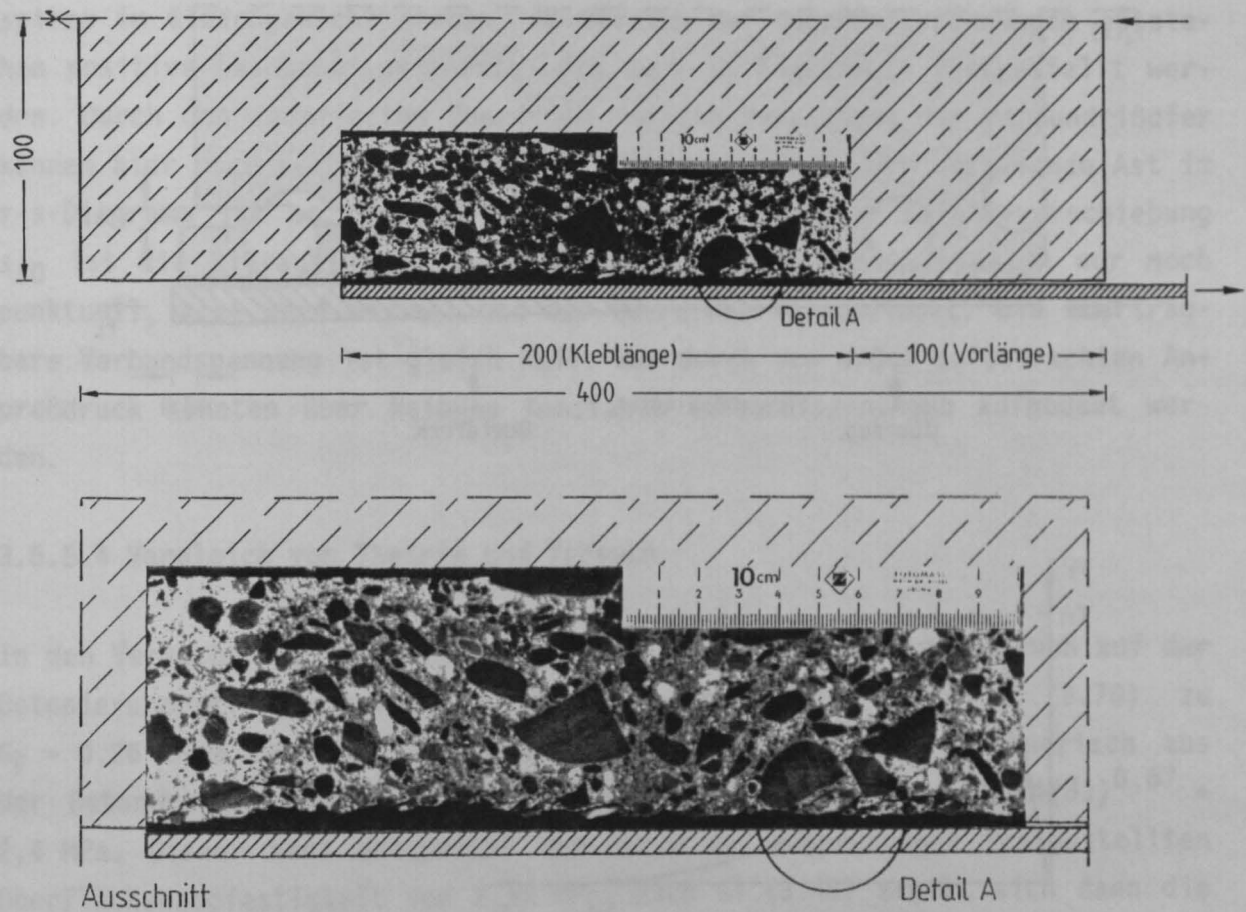


Bild 3.31: Schnitt durch den Versuchskörper mit 200 mm Verbundlänge mit Bruchbild

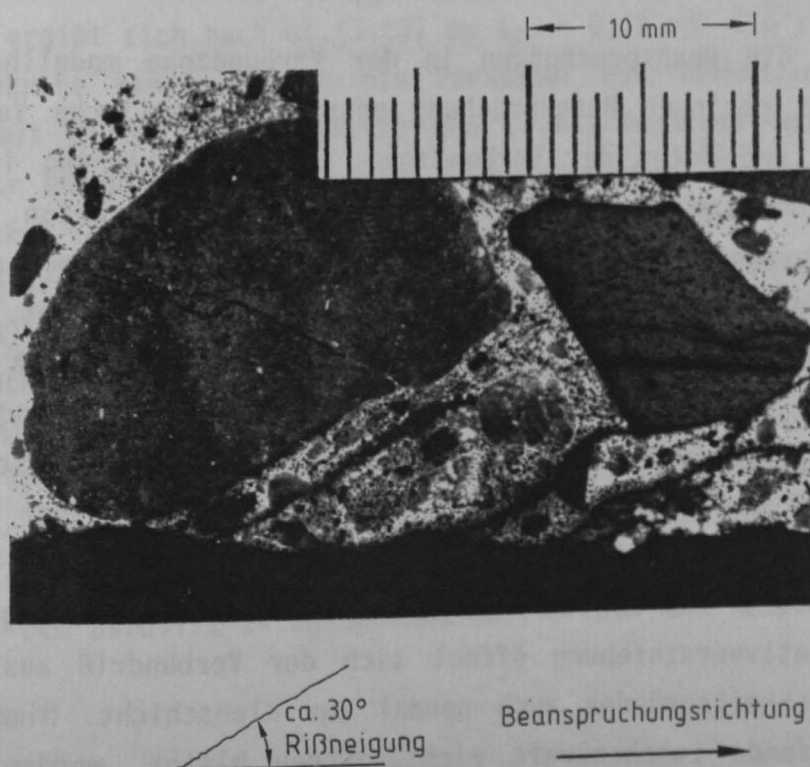


Bild 3.32: Rißbildung im oberflächennahen Beton (Detail A)

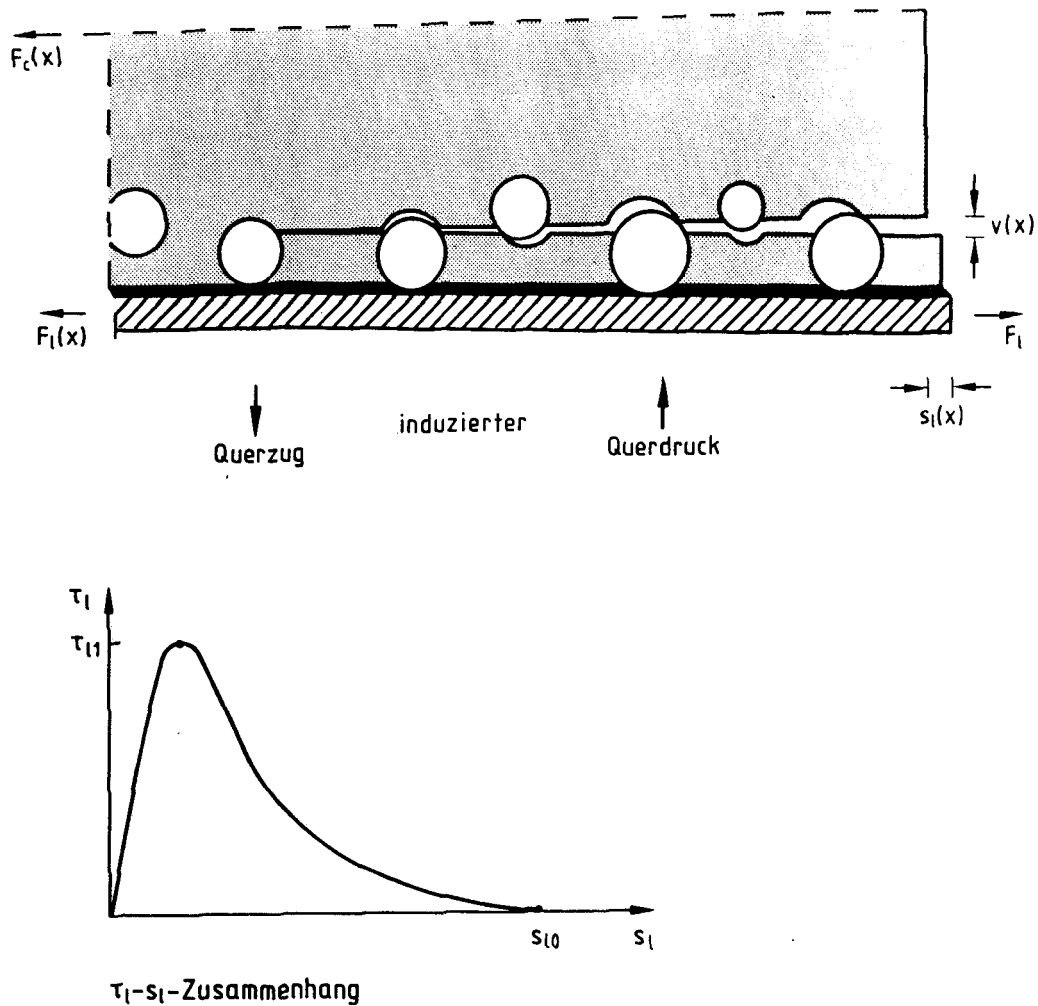


Bild 3.33: Bruchmodell und τ_l - s_l -Zusammenhang

Bild 3.33 soll die Beanspruchungen in der Verbundzone modellhaft veranschaulichen. Bei geringer Beanspruchung entstehen elastische Verzerrungen von Klebschicht und Beton der Verbundzone. Die τ - s -Beziehung ist linear. Bei steigender Beanspruchung bilden sich erste Risse im Beton. Es treten plastische Verformungen auf. Die Steigung der τ - s -Linie nimmt ab bis sie bei Erreichen des Verbundspannungsmaximums τ_{l1} gleich Null ist. Es bildet sich ein Verbundriß parallel zur Klebschicht. Stellt man sich den Beton idealisiert als Zweiphasensystem, bestehend aus Zementmatrix und kugeligen Zuschlagkörnern vor, und nimmt man weiterhin an, daß die Zuschlagkörner eine höhere Festigkeit besitzen als die Matrix, verläuft der Verbundriß durch die Matrix, aber entlang des Umfangs des Zuschlags. Diese Modellvorstellung liegt auch den in /127/ angestellten Überlegungen zugrunde. Mit zunehmender Relativverschiebung öffnet sich der Verbundriß aus geometrischen Verträglichkeitsgründen auch normal zur Klebschicht. Nimmt man an, daß die angreifende Laschenkraft richtungstreu bleibt, werden hierdurch Querdruckspannungen geweckt, die mit Querzugspannungen im Bereich der Ri-

spitze im Gleichgewicht stehen. Im Bereich der Querdruckspannungen entstehen positive Laschenbiegemomente, die auch im Zugversuch festgestellt werden. Durch den induzierten Querdruck und die Verzahnung der Verbundrißufer können hier noch Verbundspannungen übertragen werden. Der abfallende Ast im τ -s-Diagramm ist so gekennzeichnet. Ab Erreichen der Relativverschiebung $s_{\ell 0}$ ist die Rißbrauhigkeit überwunden. Die Rißufer berühren sich nur noch punktuell, $v(x)$ wird maximal und der Querdruck verschwindet. Die übertragbare Verbundspannung ist gleich Null. Nur durch von außen aufgetragenen Anpreßdruck könnten über Reibung konstante Verbundspannungen aufgebaut werden.

3.5.5.4 Vergleich von Theorie und Versuch

In den Versuchen mit Verbundlängen ≥ 300 mm, bei denen Verbundbruch auf der Betonieroberseite eintrat, wurde die Bruchenergie nach Gl.(3.70) zu $G_F = 0,26$ N/mm bestimmt. Ermittelt man die Zugfestigkeit rechnerisch aus der Betondruckfestigkeit nach Gl.(3.57), erhält man $f_{ctm} = 0,24(31)^{0,67} = 2,4$ MPa. Dieser Wert entspricht der durch Haftzugprüfungen festgestellten Oberflächenzugfestigkeit von 2,42 MPa. Nach Gl.(3.46) ergibt sich dann die maximale Verbundspannung des Verbundansatzes zu $\tau_{\ell 1} = 1,8 \cdot 2,4 = 4,3$ MPa. Die zugehörige Relativverschiebung wird mit $h_g = 1$ mm, $E_g = 11$ GPa und $E_c = 30$ GPa mit Gl.(3.53) zu $s_{\ell 1} = 0,019$ mm errechnet. Die Maximalverschiebung $s_{\ell 0}$ ergibt sich nach Gl.(3.55) zu $s_{\ell 0} = 0,12$ mm. Die rechnerische Verbundbruchkraft kann, nachdem die Parameter des Verbundansatzes bestimmt wurden, mit Hilfe der Gl.n.(3.41) und (3.42) bestimmt werden. Zusätzlich wurden zur Überprüfung des eigenen Rechenprogrammes die rechnerischen Verbundbruchkräfte durch schrittweise Integration ermittelt. Die nach beiden Verfahren errechneten Werte waren identisch. Die rechnerische Verbundbruchkraft ist in Bild 3.34 in Abhängigkeit von der Verbundlänge dargestellt. Die Versuchsergebnisse der eigenen Versuche, bei denen der Verbundbruch auf der Betonieroberseite eintrat, sind zum Vergleich eingetragen. Zusätzlich sind die in /106/ beschriebenen Ergebnisse aus Zug-Zug-Versuchen an Doppel-laschenkörpern mit gleichem Laschenquerschnitt dargestellt, da hier Betonrezeptur sowie Betondruckfestigkeit etwa mit den eigenen Versuchen übereinstimmen. Dem Bild ist zu entnehmen, daß Versuch und Rechnung gut übereinstimmen.

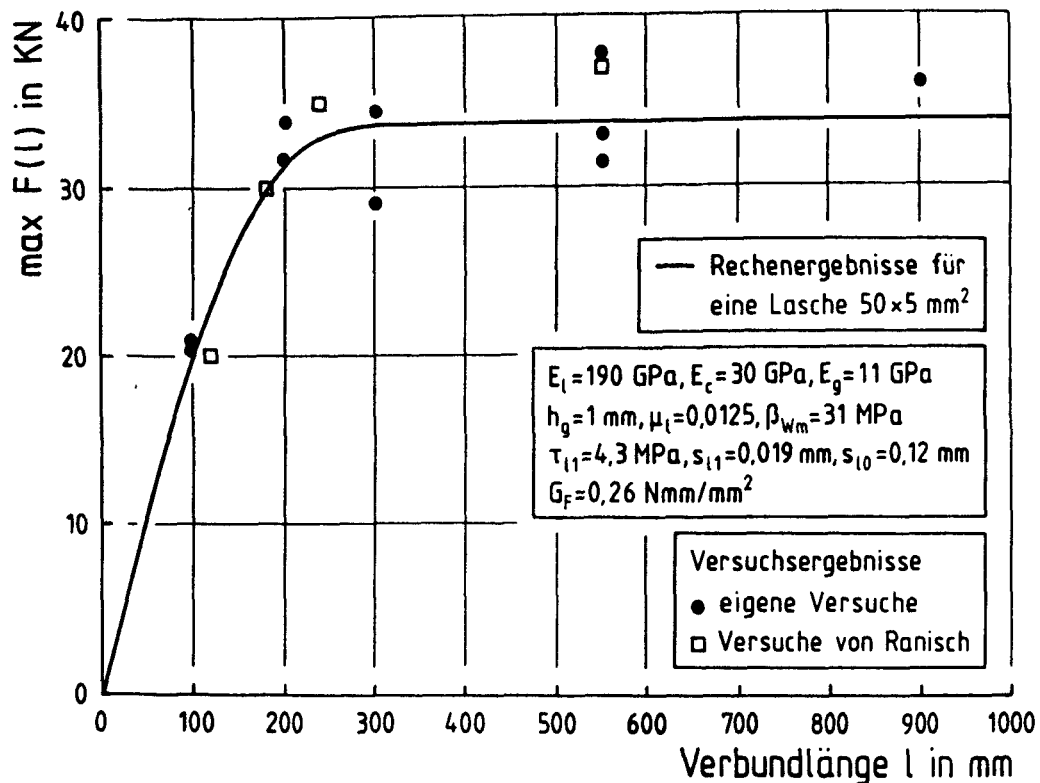


Bild 3.34: Maximale Laschenkraft in Abhängigkeit von der Verbundlänge, rechnerisch-experimentell

Bei einer Verbundlänge von ca. 200 bis 300 mm wird die maximale Verbundtragfähigkeit erreicht.

Die Versuchsergebnisse, bei denen die Laschen auf Schalseiten geklebt waren, sind hier nicht dargestellt. In diesen Versuchen wurde eine um ca. 15 bis 20 % höhere Verbundtragfähigkeit festgestellt. Eine systematische Auswertung war nicht möglich, da zur Überprüfung dieses Einflusses keine komplette Versuchsreihe durchgeführt werden konnte. In dem in Abschnitt 3.5.6 beschriebenen Rechenmodell wird der Einfluß durch einen Verbundfaktor berücksichtigt.

Zur Beurteilung der Qualität des Verbundansatzes ist die Überprüfung der Vorhersagefähigkeit der Verbundtragfähigkeit allein nicht ausreichend. Auch die Verschiebungen müssen durch die Theorie beschrieben werden können. In den Bildern 3.35 und 3.36 sind die gemessenen und berechneten Relativverschiebungen $s_l(x=1)$ in Abhängigkeit von der Laschenkraft an der Stelle $x = 1$ für die Verbundlängen $l = 100, 200, 300$ und 900 mm dargestellt.

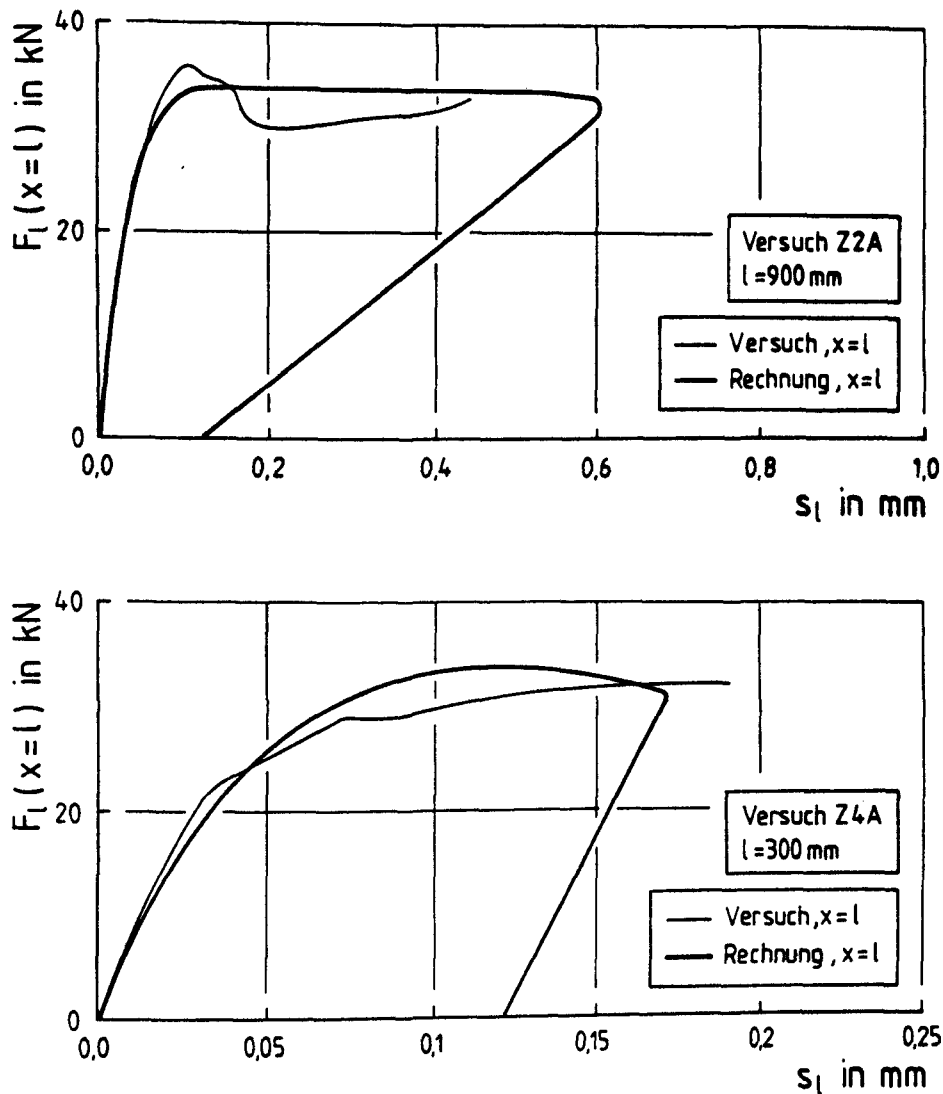


Bild 3.35: Laschenkraft an der Stelle $x = l$ in Abhängigkeit von s_l
- Vergleich von Versuch und Rechnung

Zusätzlich sind in Bild 3.36 die Verschiebungen am unbelasteten Laschenende ($x=0$) wiedergegeben. Die Übereinstimmung ist befriedigend. Aus den rechnerischen Verläufen bei großen Verbundlängen wird das Verhalten deutlich. Zunächst steigt die Kraft bei geringer Verschiebungszunahme stark an bis bei $s_l(x=l) = s_{l0}$ die Maximalkraft erreicht wird. Bei weiterer Verschiebungszunahme bleibt die Kraft nahezu konstant - es entwickelt sich ein Horizontalriß im Beton in Richtung des unbelasteten Laschenendes. In diesem Bereich werden praktisch keine Verbundspannungen übertragen, so daß hier die Laschenspannung konstant ist. Ist die Entfestigung so weit vorangeschritten, daß der Widerstand in der verbleibenden Verbundstrecke gleich der im System gespeicherten Energie ist, muß es zum Kraftabfall bei gleich-

zeitig abnehmender Verschiebung an der Stelle $x = l$ kommen (Snapback-Effekt). Im Versuch bedeutet das, daß es hier zum schlagartigen Verbundbruch kommt, da die Regelung nicht in der Lage ist, gleichzeitig die Kraft und die Verschiebung zurückzunehmen. Hieraus folgt, daß der Kraftverschiebungsverlauf bei abfallender Kraft experimentell nur dann nachgewiesen werden kann, wenn es gelingt, den Versuch nach der Relativverschiebung an der Reißspitze oder alternativ nach der Relativverschiebung am unbelasteten Laschenende dehnungsgeregelt zu steuern.

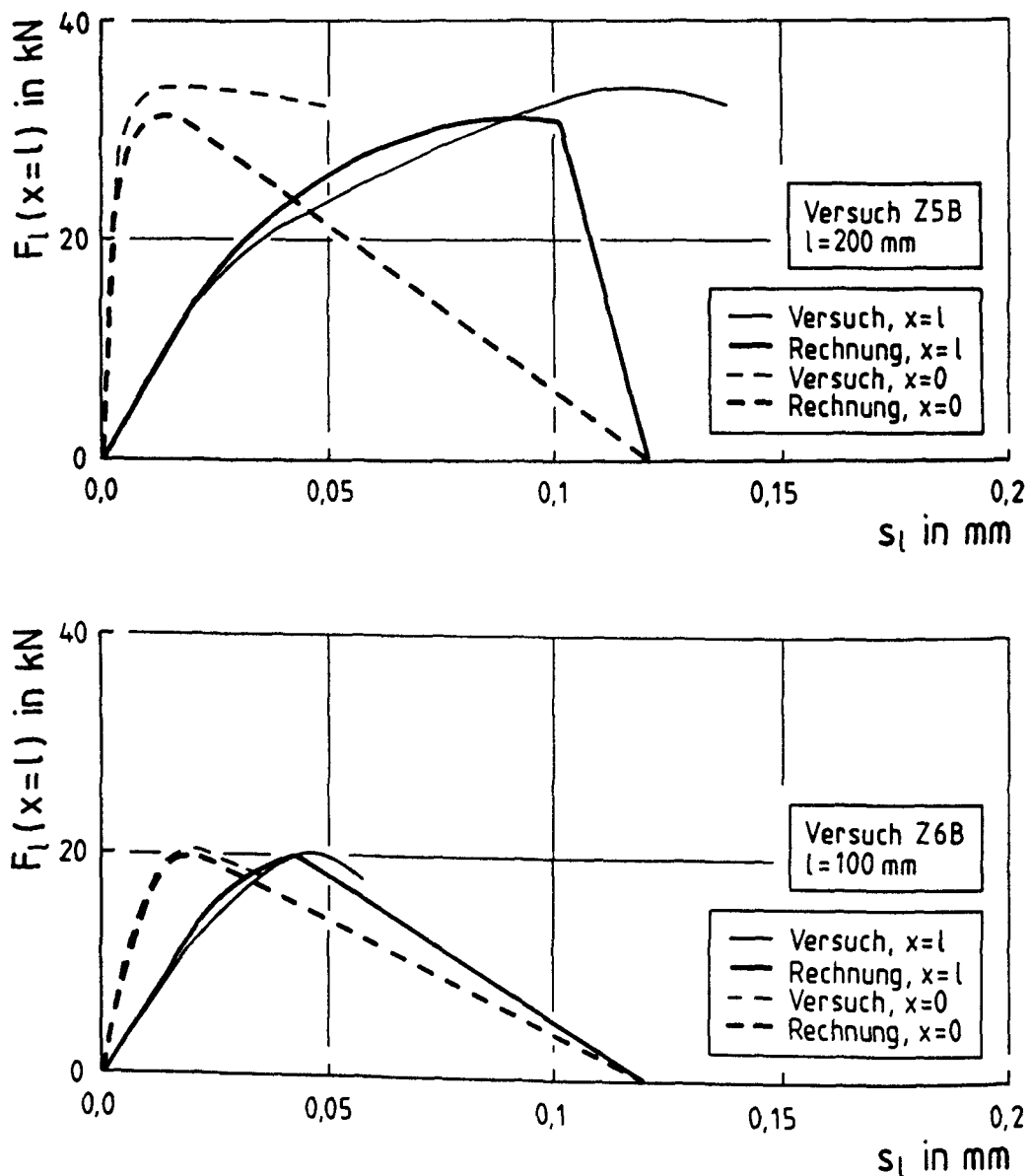


Bild 3.36: Laschenkraft an der Stelle $x = l$ in Abhängigkeit von s_l
- Vergleich von Versuch und Rechnung

3.5.6 Rechenmodell zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit

3.5.6.1 Vergleich der Tragfähigkeit bei bilinearem und bei linearem Ansatz

Ziel ist es, ein handhabbares Rechenmodell zu entwickeln, mit dem die statische Kurzzeitverbundtragfähigkeit zutreffend vorhergesagt werden kann. Wie bereits gezeigt, ist die zutreffende Vorhersage bei Annahme eines bilinearen Verbundansatzes mit Hilfe der Gl.n.(3.41) und (3.42) für alle Verbundlängen möglich. Allerdings ist $\max F$ iterativ zu bestimmen, was für die Praxis unbrauchbar ist. Verwendet man einen linearen Ansatz mit τ_{l1} nach Gl.(3.46), G_F nach Gl.(3.56) und $s_{l1} = s_{l0}$, ergibt sich die Verbundtragfähigkeit aus Gl.(3.20) für $1 + n_l \mu_l \approx 1$:

$$\max F = b_l \sqrt{2 G_F E_l h_l} \tanh \sqrt{\frac{\tau_{l1}^2 l^2}{2 G_F E_l h_l}} \quad (3.72)$$

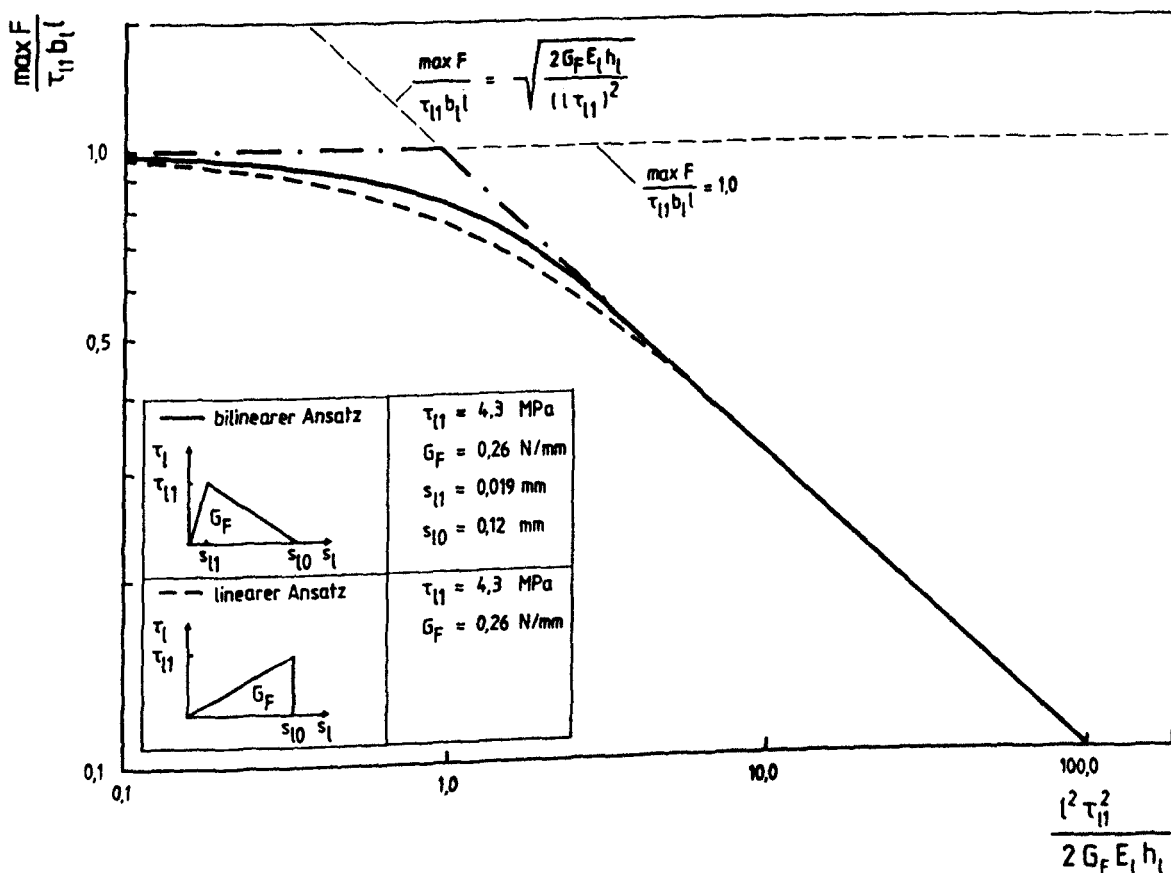


Bild 3.37: Bezogene rechnerische Verbundbruchkräfte für zwei Verbundansätze im Vergleich (doppelt logarithmische Darstellung)

In Bild 3.37 ist die rechnerische Verbundtragfähigkeit bei bilinearem und linearem Verbundansatz in bezogener doppellogarithmischer Form dargestellt. Diese Darstellungsform wird u.a. auch in /36/ verwendet und erlaubt die Normierung aller Einflußparameter. Wie dem Bild zu entnehmen ist, weichen die Ergebnisse der beiden Ansätze nur um maximal 6 % voneinander ab, so daß festgestellt werden kann, daß die rechnerische Verbundtragfähigkeit mit ausreichender Genauigkeit nach Gl.(3.72) ermittelt werden kann. Auf die Erfassung bisher nicht berücksichtigter Einflüsse wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

Beide Kurven nähern sich asymptotisch an zwei aus Gl.(3.72) hervorgehenden Grenzbeziehungen an.

Bei kleinen Verbundlängen ergibt sich:

$$\max F = \tau_{\ell 1} b_{\ell} l \quad (3.73)$$

Diese Gleichung wird in der Literatur /8/ als Festigkeitskriterium bezeichnet, da die Materialfestigkeit, in diesem Fall die Verbundfestigkeit $\tau_{\ell 1}$, hier maßgebend wird.

Bei großen Verbundlängen folgt aus Gl.(3.72):

$$\max F = b_{\ell} \sqrt{2 G_F E_{\ell} h_{\ell}} \quad (3.74)$$

Dies ist das sogenannte Bruchmechanikkriterium, wie es sich nach der linear-elastischen Bruchmechanik, Gl.(3.71), ergibt.

3.5.6.2 Einfluß der Versuchsart

Die theoretischen Herleitungen der Abschnitte 3.3.3 und 3.5.4 zeigen, daß sich rechnerisch für große Verbundlängen bei gleichen Abmessungen und Materialeigenschaften im Zug-Zug-Versuch $(1 + n_{\ell} \mu_{\ell})$ -fach höhere Verbundbruchkräfte ergeben als im Zug-Druck-Versuch. Berücksichtigt man diesen Einfluß, lautet die endgültige Bestimmungsgleichung der Verbundtragfähigkeit im Rechenmodell:

$$\frac{\max F}{\tau_{\ell 1} b_{\ell} l} = \frac{\tanh \sqrt{B}}{\sqrt{B}} \quad (3.75)$$

mit

$$B = \frac{\tau_{\ell 1}^2 l^2}{2 G_F E_{\ell} h_{\ell} k_{\mu}} \quad (3.76)$$

Im Zug-Zug-Versuch beträgt $k_{\mu} = 1 + n_{\ell} \mu_{\ell}$

und im Zug-Druck-Versuch ist $k_{\mu} = \frac{1}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}}$

Mit den vorstehenden Beziehungen erfolgt die abschließende Überprüfung des Modells in Abschnitt 3.5.6.5.

Für die Anwendung in der Praxis wird es im allgemeinen ausreichen $k_{\mu} \approx 1$ zu setzen.

In den folgenden Abschnitten 3.5.6.3 und 3.5.6.4 werden zwei bisher nicht berücksichtigte Einflüsse in das Modell eingeführt.

3.5.6.3 Einfluß der Lage der Klebfläche in bezug auf die Betonierrichtung

In den eigenen Zug-Druck-Versuchen wurde ein deutlicher Einfluß der Lage der Klebfläche in bezug auf die Betonierrichtung auf die Verbundtragfähigkeit festgestellt, Abschnitt 3.5.5.4. Auf die Schalseiten geklebte Laschen wiesen eine um ca. 15 bis 20 % höhere Verbundtragfähigkeit auf als auf die Betonieroberseite geklebte, obwohl kein signifikanter Unterschied bei der durch Haftzugfestigkeitsprüfung ermittelten Oberflächenzugfestigkeit des Betons feststellbar war. Daher wird vermutet, daß Form, Art und Maximalgröße des Zuschlags sowie dessen Verteilung und Orientierung in bezug auf die Lage der Klebfläche den Einfluß ausübt.

Der Einfluß des Zuschlaggrößtkorndurchmessers auf die Bruchenergie wurde bei verwandten Problemen quantifiziert [10,12,41]. Da systematische Untersuchungen hierzu bei geklebter Bewehrung nicht vorliegen, wird nur eine sehr einfache Unterscheidung in Kleben auf die Betonieroberseite (schlechte Verbundeigenschaften) und Kleben auf die Schalseite (gute Verbundeigenschaften) vorgenommen und zur Berücksichtigung der Beiwert k_c eingeführt.

Die endgültigen Beziehungen zur Bestimmung der Mittelwerte G_F und $\tau_{\ell 1}$ lauten dann

$$\tau_{\ell 1} = k_b k_c 1,8 f_{ctm} \quad (3.77)$$

$$G_F = k_b^2 k_c^2 C_F f_{ctm} \quad (3.78)$$

mit

$$\begin{aligned} k_c &= 1,0 && \text{für gute Verbundeigenschaften (Schalseite)} \\ k_c &= \sqrt{0,75} = 0,866 && \text{für schlechte Verbundeigenschaften (Betonieroberseite)} \end{aligned}$$

Der Beiwert k_b berücksichtigt dabei den im nachfolgenden Abschnitt beschriebenen Größeneinfluß der Laschenbreite.

3.5.6.4 Größeneinflüsse b_ℓ und b_ℓ/b

Zur Verbesserung der Vorhersagefähigkeit des Rechenmodells, soll der Beobachtung Rechnung getragen werden, daß mit steigender Probengröße die Festigkeit von Werkstoffen abnimmt. Der Verbundlängeneinfluß wird bereits im Modell zutreffend erfaßt. Die Laschenbreite b_ℓ geht jedoch linear ein, da die Formulierung der Lösungen der Verbundgleichungen auf der Annahme beruht, daß ein ebener Spannungszustand herrscht. In Wahrheit liegt ein dreiaxialer Spannungszustand vor.

Außer in x-Richtung stellen sich auch Spannungsgradienten in y- und z-Richtung ein. Weiterhin ist bei Veränderung der Abmessungen ein statistischer Größeneinfluß (Weibull-Typ), welcher in der stochastischen Zugfestigkeitsverteilung begründet ist, zu erwarten.

Zur Erfassung dieser Phänomene in ihrer Auswirkung auf die Größe von $\tau_{\ell 1}$ und G_F in Abhängigkeit von der Laschenbreite b_ℓ sowie dem Verhältnis b_ℓ/b wird der empirische Beiwert k_b eingeführt, Gln.(3.77) und (3.78). Es wird hierbei ein Rechenalgorithmus gewählt, der in seiner Form dem von Bazant vorgeschlagenen sogen. Größenabhängigkeitsgesetz (size effect law) entspricht /8,9/. Es lautet

$$f_u^* = \frac{f_u}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}}$$

mit f_u , der Materialfestigkeit; d_0 , einer empirischen Konstante und d , der variablen Größe.

Im vorliegenden Fall wird der Einfluß der Laschenbreite durch den Beiwert k_{b1} erfaßt mit:

$$k_{b1} = \sqrt{\frac{k}{1 + \frac{b_\ell}{b_0}}}$$

b_0 wurde in der Regressionsrechnung im Abschnitt 3.5.6.5 zu 400 mm ermittelt. Unter der Annahme, daß für $b_\ell = d_{RVE} = 50$ mm der Beiwert k_{b1} den Wert 1 annimmt, erhält man $k = 1,125$. Die Wirkung des Verhältnisses b_ℓ/b auf die Größe von $\tau_{\ell 1}$ kann durch einen Beiwert

$$k_{b2}^* = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{b_\ell}{b}}}$$

berücksichtigt werden. Etwa gleichwertig ist der Ausdruck:

$$k_{b2} = \sqrt{2 - \frac{b_\ell}{b}}$$

Er nimmt für $b_\ell/b = 1$ den Wert 1 und für $b_\ell/b = 0$ den Wert 1,4 an. Auf eine Begrenzung, beispielsweise auf $b_\ell/b \geq 1/3$, wird wegen der relativ geringen Auswirkung verzichtet. Faßt man die Beiwerte k_{b1} und k_{b2} multiplikativ zu einem Beiwert k_b zusammen, erhält man:

$$k_b = \sqrt{\frac{1,125 \left(2 - \frac{b_\ell}{b} \right)}{1 + \frac{b_\ell}{400}}} \quad (3.79)$$

In Bild 3.38 ist k_b in Abhängigkeit von b_l und b_l/b dargestellt. Man erkennt, daß k_b mit zunehmender Laschenbreite deutlich abnimmt. Da die rechnerische Verbundtragfähigkeit direkt proportional zu k_b ist, Gl.n.(3.75) bis (3.78) nimmt damit auch $\text{cal } F_{\max}$ ab. Die Beziehung Gl.(3.79) wird für große Laschenbreiten bewußt konservativ gewählt, da kaum Versuchsergebnisse mit Laschenbreiten $b_l > 100 \text{ mm}$ vorliegen. Die Modellierung ist nun abgeschlossen. Es folgt die Überprüfung des Modells mit Versuchsergebnissen.

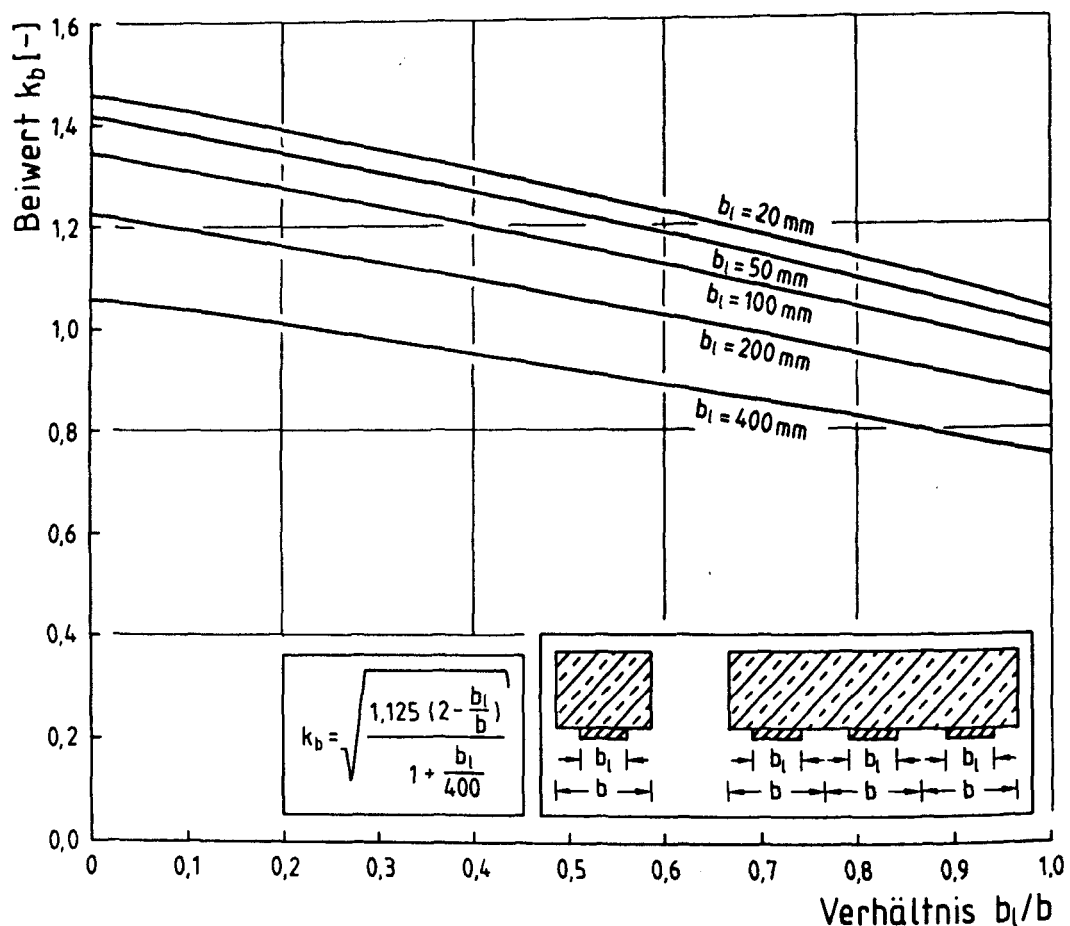


Bild 3.38: Beiwert k_b in Abhängigkeit von b_l und b_l/b

3.5.6.5 Auswertung von Versuchsergebnissen

Das Rechenmodell, Gl.n.(3.75) bis (3.79) wird anhand von insgesamt 73 Versuchen, 34 Zug-Druck-Versuchen und 39 Zug-Zug-Versuchen, überprüft. Hierzu werden Versuche ausgewählt, bei denen alle in das Modell eingehende Parameter bekannt sind, also auch ob die Laschen auf die Betonoberseite oder die Schalseite appliziert wurden. Lediglich die Betonzugfestigkeit wurde rechnerisch aus der Betondruckfestigkeit ermittelt, da die Betonoberflächenzugfestigkeit vielfach nicht bestimmt wurde.

In der Regressionsrechnung ergab sich C_F in Gl.(3.78) zu

$$C_F = 0,092$$

und eine Mittelwertkorrekturgröße zur Anpassung von $\tau_{\ell 1}$ in Gl.(3.77) von $1,004 \approx 1$.

In Bild 3.39 sind die Versuchsbruchkräfte der rechnerischen Verbundtragfähigkeit gegenübergestellt. Die Übereinstimmung von Versuch und Rechnung ist sehr gut. Der Variationskoeffizient beträgt $v = 0,12$.

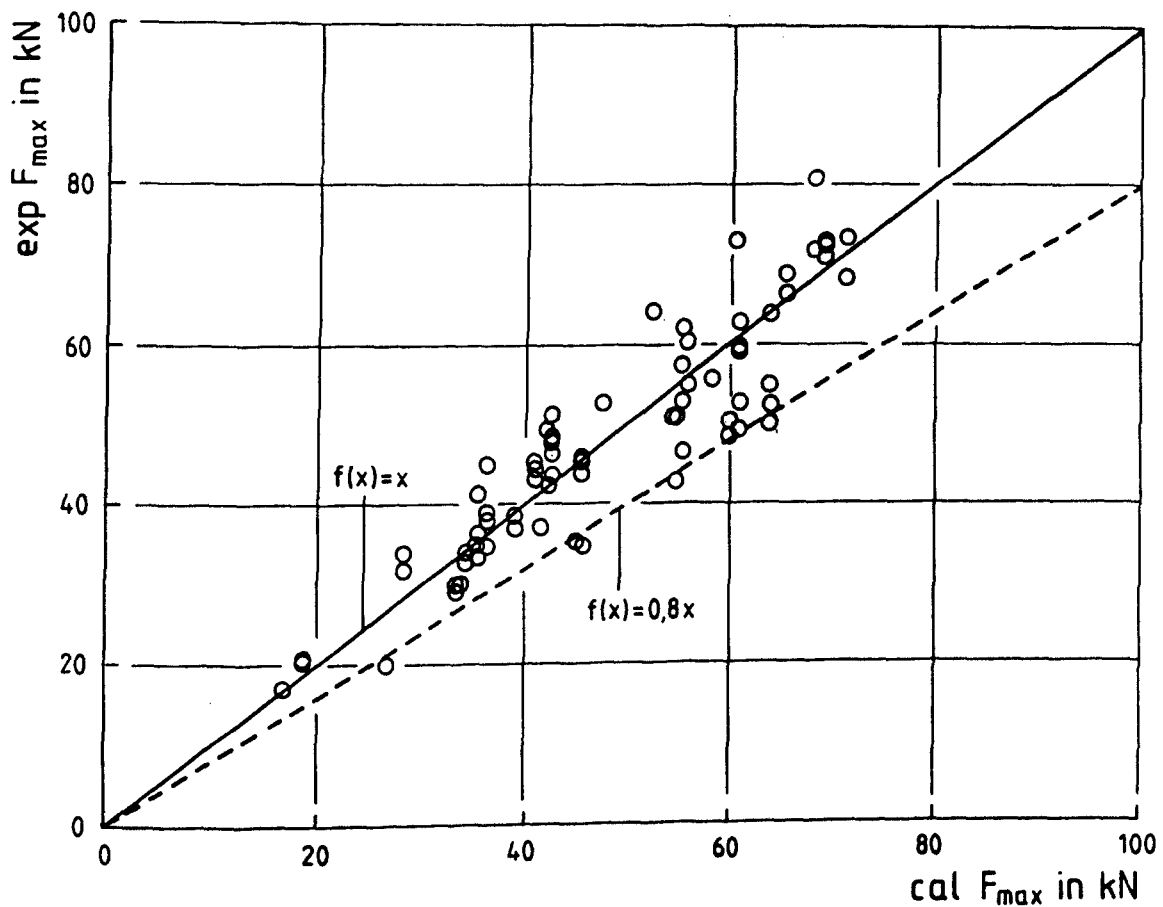


Bild 3.39: Vergleich der Verbundtragfähigkeit - Versuch und Rechnung

Die Übereinstimmung von Versuch und Rechnung wird durch Darstellung von $\exp F_{\max}/(\tau_{\ell 1} b_{\ell} l)$ in Abhängigkeit von B im Bild 3.40 verdeutlicht. Man erkennt, daß das Rechenmodell die Versuchsergebnisse über den gesamten Bereich der variierten Parameter etwa gleich gut beschreibt.

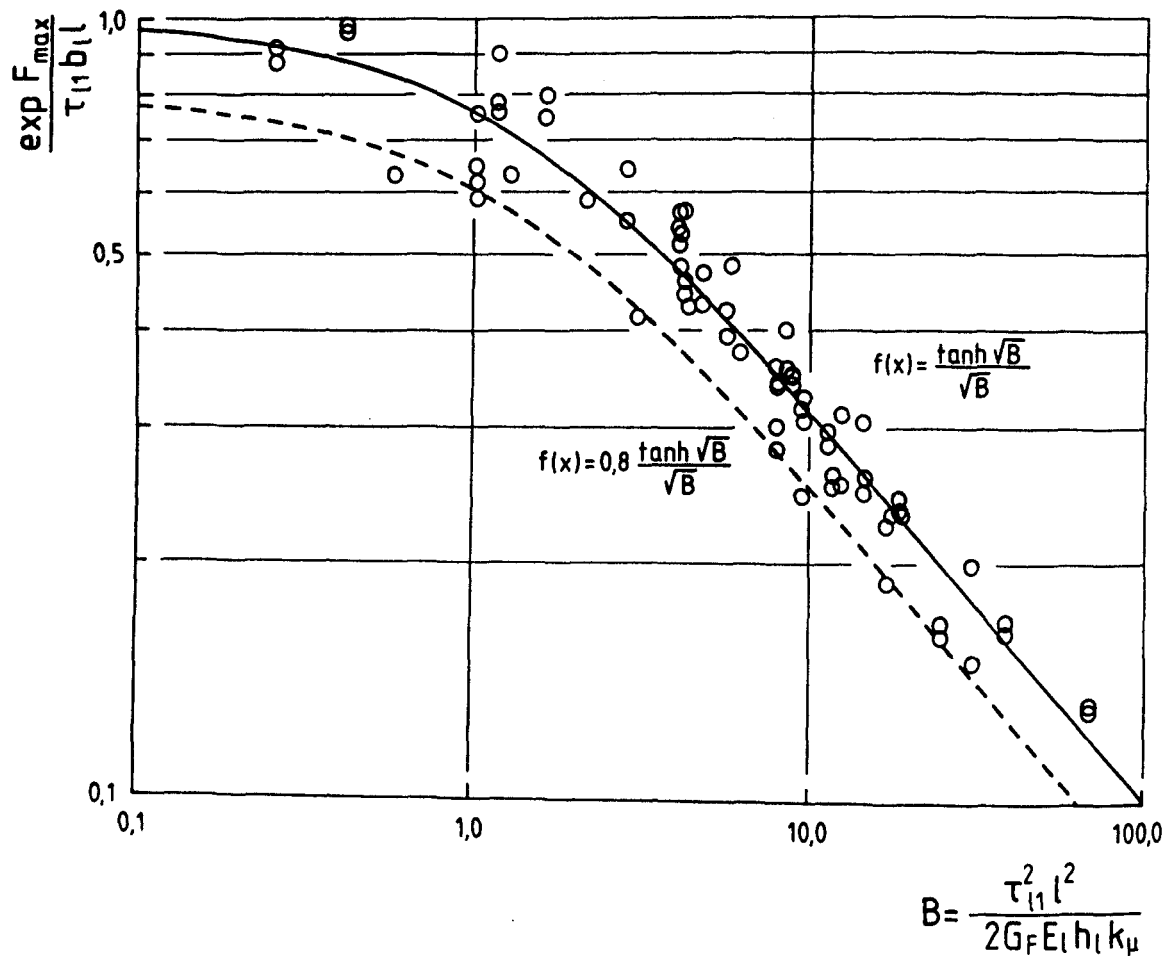


Bild 3.40: Normierte Verbundtragfähigkeit - Vergleich Versuch und Rechnung (doppelt logarithmische Darstellung)

Schlußendlich wird im Bild 3.41 $\exp F_{\max} / \text{cal } F_{\max}$ in Abhängigkeit von den einzelnen Einflußparametern dargestellt. Für jede Abhängigkeit wurde eine lineare Regression der Form $f(x) = a x + b$ durchgeführt. Anhand der eingetragenen Regressionsgeraden wird deutlich, daß im geprüften Wertebereich die Einflußparameter in zutreffender Weise in das Modell eingeführt wurden und somit $a \approx 0$ und $b \approx 1$ sind. Da das Rechenmodell auf mechanisch bzw. physikalisch begründeten Prinzipien basiert und nicht etwa auf empirischen Zusammenhängen aufbaut, kann es zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit unter statischer Kurzzeitbeanspruchung als befriedigend bezeichnet werden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß durch Temperatur-, Dauerstand- oder schwingender Beanspruchung die Verbundtragfähigkeit erheblich beeinflusst werden kann und das Rechenmodell für diese Beanspruchungen zu erweitern ist. Dies zu tun, ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

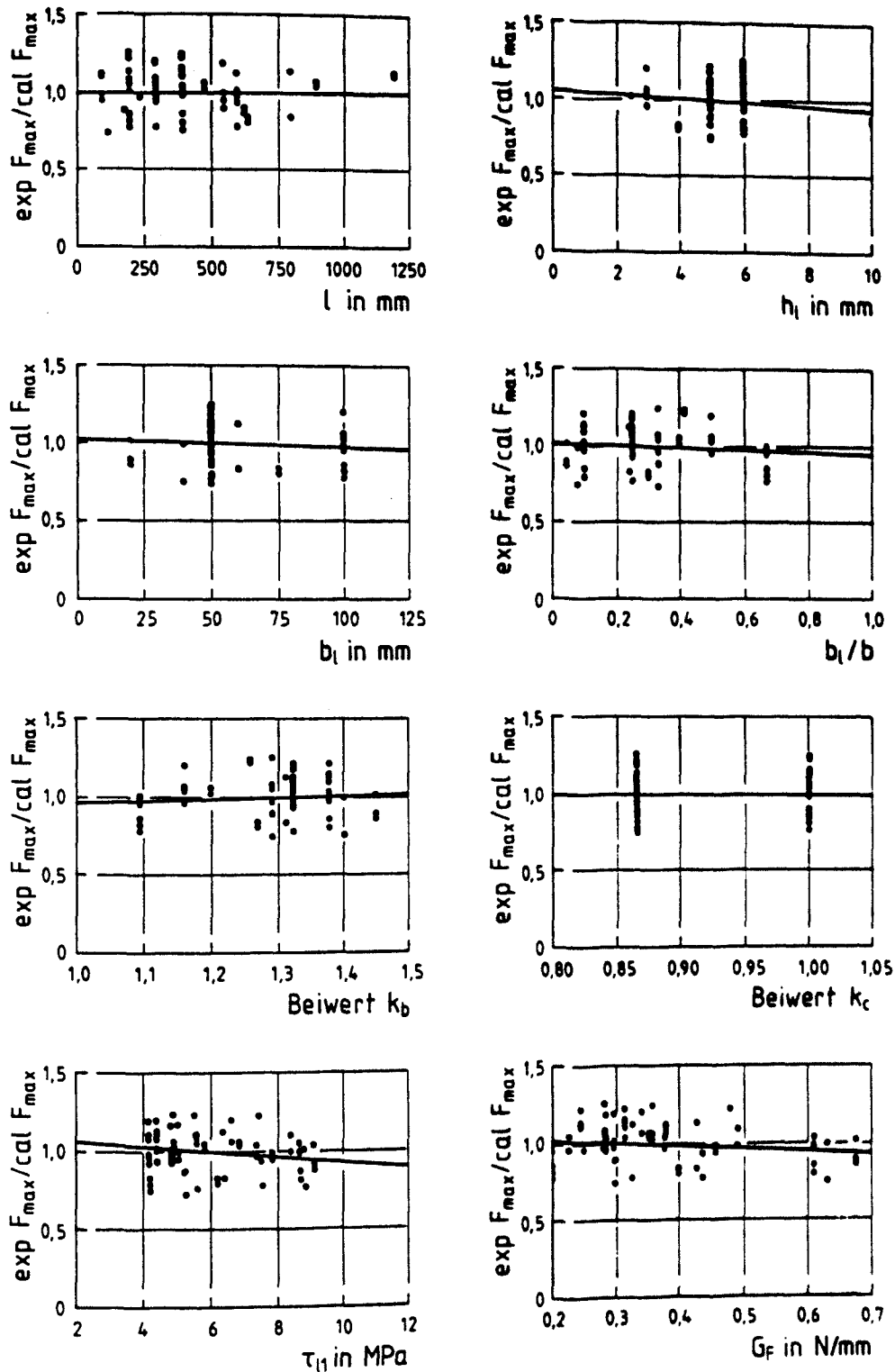


Bild 3.41: $\exp F_{\max}/\text{cal } F_{\max}$ in Abhängigkeit von den Einflußparametern

3.6 Die Wirkung von Anpreßdruck normal zur Klebschicht

Durch Aufbringen von Anpreßdrücken normal zur Fläche der Klebfuge können die durch Verbund übertragbaren Kräfte erheblich erhöht werden. Dies wurde von der Firma HILTI erkannt und in Zusammenarbeit mit dem Institut für

Stahlbeton- und Massivbau der Universität Innsbruck, Leitung Prof. M. Wicke in ein Versuchsprogramm umgesetzt /43/. Die umfangreichen von der HILTI-Konzern-Forschung unter Leitung von Herrn Dipl.-Ing. F. Mürger durchgeführten Versuche führten zu Erkenntnissen, die von Wicke und Pichler in ein Bemessungskonzept umgesetzt wurden /85,131/. Das Verfahren besteht darin, daß die Lasche mittels im Beton verankerter Dübel Tellerfederpakete gegen den Bauwerksbeton vorgespannt wird. Hiermit können unter Baustellenbedingungen Anpreßdrücke bis zu ca. 4 MPa dauerhaft erzeugt werden. Mit steigendem Anpreßdruck nimmt der Anteil der durch den Beton verlaufenden Bruchzone deutlich ab und der Anteil von Klebschichtbruch zwischen Klebstoff und Stahl zu. Nach Ansicht des Verfassers ist für $\sigma_N < 4$ MPa und Betongüten bis zu B 45 bei vorwiegend ruhender Beanspruchung eine rechnerische Verfolgung des Bruchartwechsels nicht erforderlich. Bei dynamisch beanspruchten Bauteilen kann hierauf möglicherweise nicht verzichtet werden. Der Verbundansatz nach Wicke und Pichler ist in Bild 3.42 dargestellt. Dabei ist $\tau_{\max,k}$ der charakteristische Wert der vom Anpreßdruck abhängigen maximalen Verbundspannung.

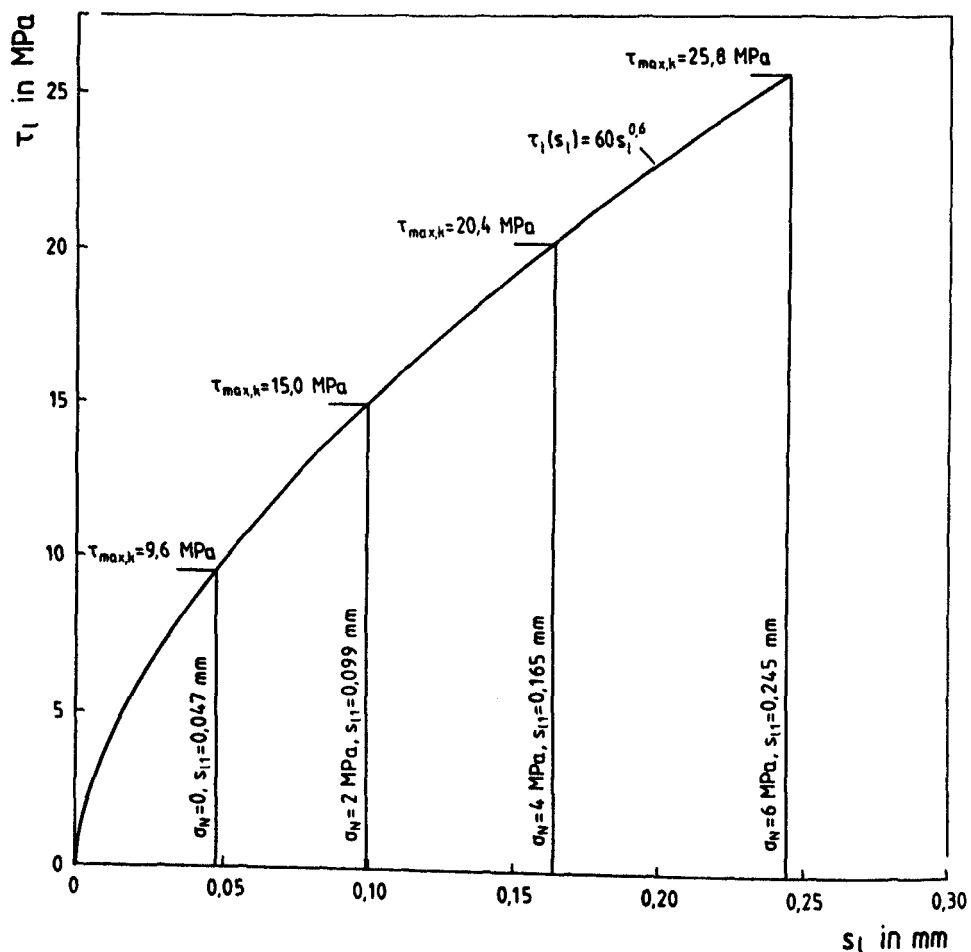


Bild 3.42: Verbundansatz nach Wicke und Pichler /85/

Bild 3.43 zeigt die Lage der Meßstellen für den Versuch HILTI 23.4. Die Lasche aus St52 hatte einen Querschnitt von $b_l \times h_l = 20 \times 10 \text{ mm}^2$. Die Verbundlänge betrug 625 mm und der aufgebrauchte Anpreßdruck $\sigma_N = 4 \text{ MPa}$. Die acht Anpreßbügel, mit denen der Anpreßdruck aufgebracht wurde, sind im Bild 3.43 nicht dargestellt. Im übrigen entsprach der Versuch dem in Abschnitt 3.3.6 dargestellten Versuch HILTI 21.3.

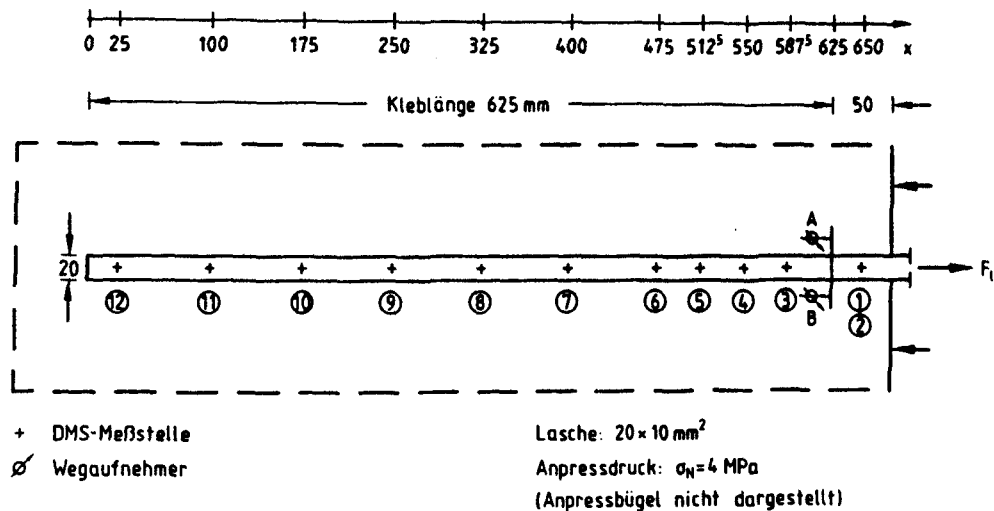


Bild 3.43: Versuchskörper HILTI 23.4 - Lage der Meßstellen

In Bild 3.44 sind die gemessenen Laschendehnungen für verschiedene Meßstellen in Abhängigkeit von der Laschenkraft an der Stelle $x = l$ sowie die Relativverschiebungen $s_l(x=l)$ in Abhängigkeit von der Kraft $F_l(x=l)$ dargestellt. Bei der Kraft-Verschiebungskurve lassen sich vereinfacht drei Bereiche unterscheiden. Zunächst steigt die Kurve bis zu einer Kraft von 25 bis 30 kN nahezu linear an und geht dann in eine gekrümmte Kurve über, bei der die Krümmung bis zu einer Kraft von 60 kN stetig zunimmt. Von dort bis zum Erreichen der Bruchkraft ist der Anstieg wieder nahezu linear. Zusätzlich sind in Bild 3.44 gestrichelt die rechnerischen Kurven nach dem Ansatz von Wicke und Pichler /85/ dargestellt. Auch bei vorhandenem Anpreßdruck wird der bereits in Abschnitt 3.3.4 dargestellte Potenzansatz verwendet, wobei jedoch der charakteristische Rechenwert der maximalen Verbundspannung $\tau_{\max,k}$ vom Anpreßdruck σ_N in folgender Form abhängt:

$$\tau_{\max,k}(\sigma_N) = \tau_{\max,k}(\sigma_N=0) + 2,7 \sigma_N \quad (3.80)$$

Auf die Berücksichtigung eines anschließenden Reibungsplateaus im Verbundansatz nach Erreichen des Verbundspannungsmaximums wird von den Autoren bewußt verzichtet.

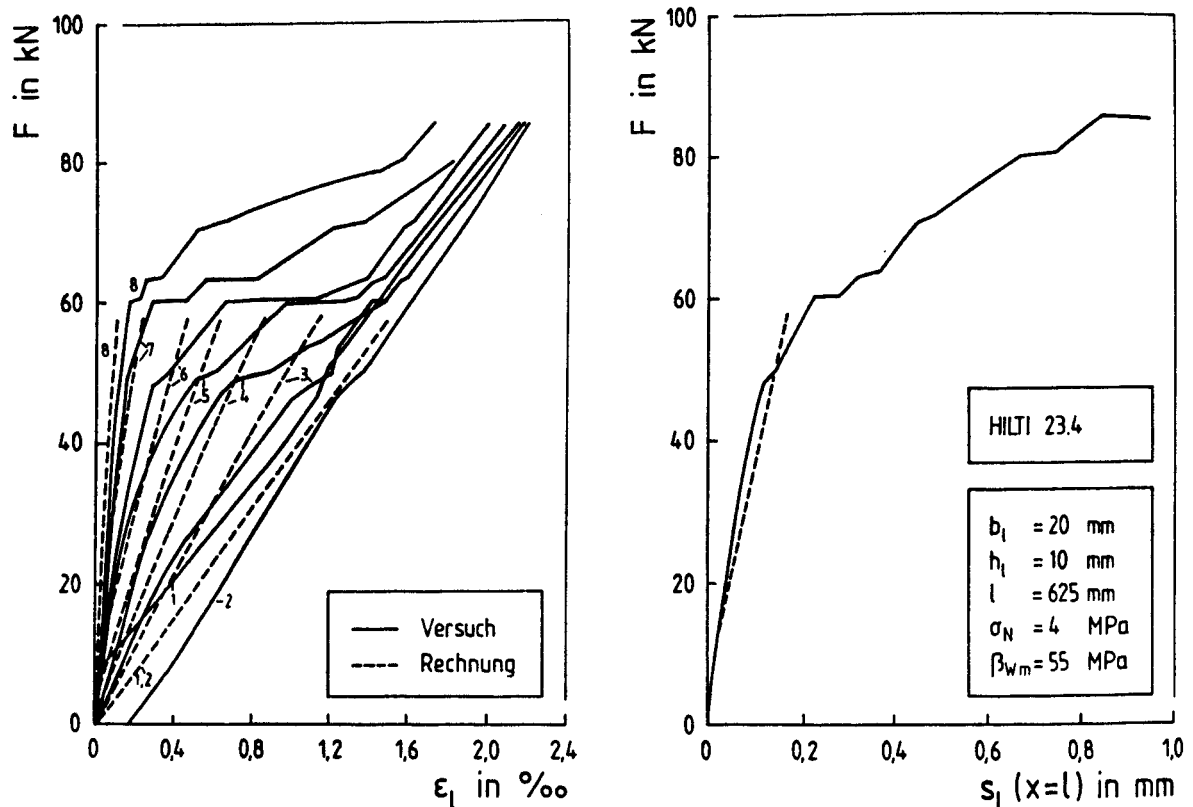


Bild 3.44: Rechnerische Werte nach Ansatz von Wicke und Pichler und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 23.4

Aus der Gegenüberstellung im Bild 3.44 wird erkennbar, daß der verwendete Rechenansatz die Kraft-Dehnungs- und Kraft-Verschiebungsverläufe relativ gut beschreibt, die typischen Merkmale der Kurven jedoch nicht erfaßt. Man erkennt, daß bereits bei Kräften unter 40 kN eine progressive Dehnungszunahme für die Meßstellen 3 und 4 auftritt. Mit steigender Kraft tritt dies auch an den anderen Meßstellen auf. Dies Verhalten kann nur durch eine Entfestigung im Verbundspannung-Verschiebungsverhalten erklärt werden.

Im folgenden wird der eigene Verbundansatz auf die Berücksichtigung von Anpreßdruck erweitert und gezeigt, daß es so gelingt, das Verhalten über den gesamten Beanspruchungsbereich zu beschreiben. Vom Anpreßdruck abhängige Größen werden dabei mit dem Index N bezeichnet.

Das Verbundspannungsmaximum wird in Abhängigkeit von σ_N durch folgende Gleichung ermittelt:

$$\tau_{elN} = k_b k_c (1,8 f_{ctm} + \mu_N \sigma_N) \quad (3.81)$$

mit k_c entspr. Abschnitt 3.5.6.3 und k_b nach Gl.(3.79).

Die Relativverschiebung ist lediglich ein Rechenwert, da angenommen wird, daß bei einer Verschiebung $s_{\ell R}$ die Entfestigungsgerade abknickt und sich als konstantes Reibungsniveau $\tau_{\ell R}$ fortsetzt mit:

$$\tau_{\ell R} = \mu_N \sigma_N \quad (3.84)$$

Für Anpreßdrücke $\sigma_N \leq 6 \text{ MPa}$ kann $\mu_N = 1,0$ angenommen werden. Eine räumliche Wirkung, berücksichtigt durch den Beiwert k_b kann hier nicht angenommen werden, da auf dem Reibungsplateau der Verbund bereits vollständig gestört ist und Verbundspannungen ausschließlich infolge Reibung übertragen werden. Die Verschiebung $s_{\ell R}$, die den Schnittpunkt von Entfestigungsgerade und Reibungsplateau beschreibt, läßt durch folgende Gleichung ermitteln:

$$s_{\ell R} = \frac{s_{\ell 0} \tau_{\ell 1N} - \mu_N \sigma_N (s_{\ell 0} - s_{\ell 1})}{\tau_{\ell 1}} \quad (3.85)$$

In Bild 3.45 ist der eigene Verbundansatz für ein Beispiel dargestellt. Beim Klebverbund ohne Anpreßdruck ist, wie bereits in dieser Arbeit herausgearbeitet, ab einer gewissen Verbundlänge die Verbundtragfähigkeit erreicht. Sie kann mit Hilfe von Gl.(3.75) ermittelt werden. Anders verhält es sich beim angepreßten Klebverbund. Durch das vorhandene Reibungsplateau kann die Verbundtragfähigkeit mit steigender Verbundlänge weiter erhöht werden. Allerdings geht dies mit einer großflächigen Verbundzerstörung einher. Verzichtet man jedoch auf den Ansatz des Reibungsplateaus kann die Bruchenergie G_{FN} ermittelt werden aus:

$$G_{FN} = 0,5 \tau_{\ell 1N} s_{\ell 0N} = G_F \left(\frac{\tau_{\ell 1N}}{\tau_{\ell 1}} \right)^2 = G_F \left(\frac{1,8 f_{ctm} + \mu_N \sigma_N}{1,8 f_{ctm}} \right)^2 \quad (3.86)$$

Die rechnerische Verbundtragfähigkeit kann entsprechend Abschnitt 3.5.6 bestimmt werden, indem statt $\tau_{\ell 1}$ und G_F die Größen $\tau_{\ell 1N}$ und G_{FN} in die Gleichungen eingesetzt werden. Eine Verifizierung dieser aus theoretischen Überlegungen gewonnenen Zusammenhänge kann nicht erfolgen, da Zug-Druck-Versuche mit Anpreßdruck und variierteter Verbundlänge, im übrigen aber gleicher Bedingungen fehlen.

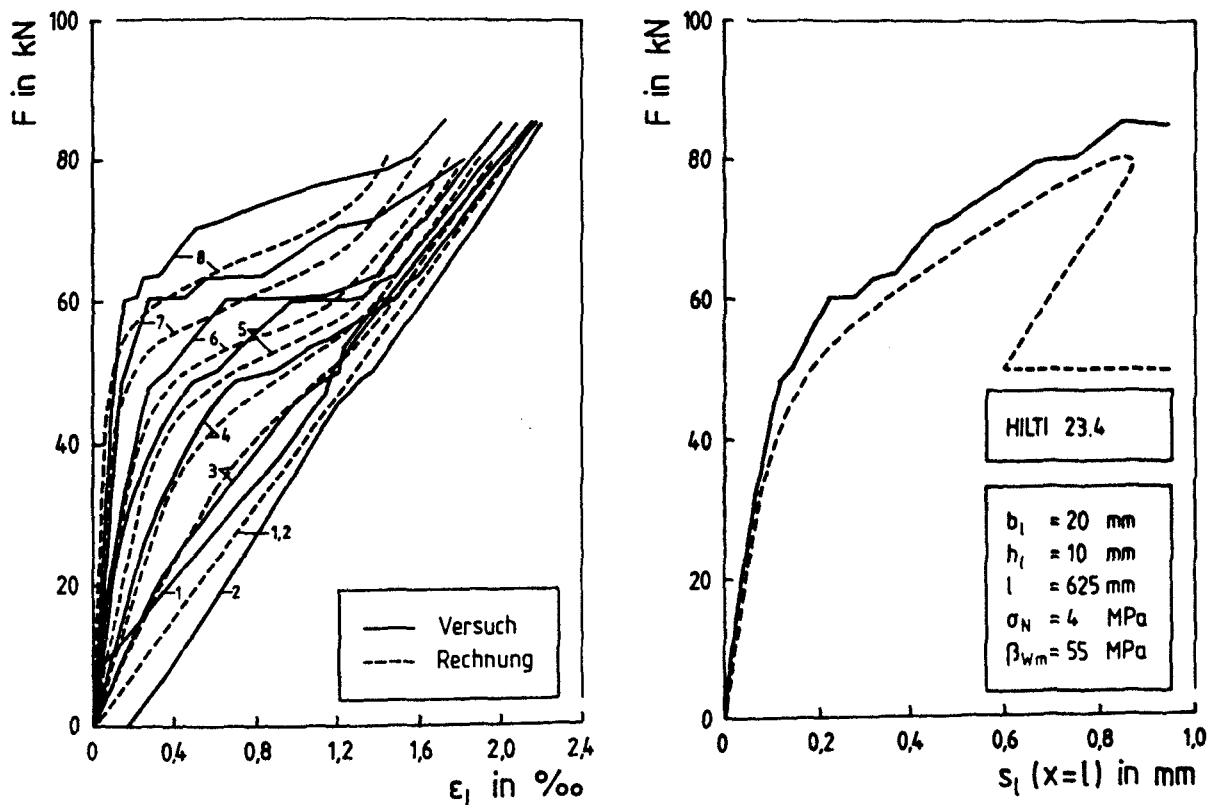


Bild 3.46: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse
- Versuch HILTI 23.4

In Bild 3.46 sind, wie in Bild 3.44, die Versuchsergebnisse des Versuchs HILTI 23.4 dargestellt. Zusätzlich sind die mit dem eigenen Verbundansatz ermittelten rechnerischen Kurven gestrichelt dargestellt. Dabei sind im Kraft-Verschiebungsdiagramm auch die rechnerischen Verschiebungen, die sich nach Erreichen der maximalen Verbundkraft ergeben, gezeigt. Im Kraft-Dehnungs-Bild wurde hierauf aus Übersichtlichkeitsgründen verzichtet. Man erkennt, daß die typischen Kurvenverläufe wie erwartet durch den Verbundansatz zutreffend erfaßt werden. Der Wendepunkt in den Kraft-Dehnungs-Verläufen kennzeichnet das Erreichen eines Wendepunktes im Verbundspannungs-Verschiebungsverhalten. Kurz darauf wird das Reibungsniveau erreicht - die Kraft-Dehnungslinien verlaufen nun parallel. Die Übereinstimmung von Versuch und Rechnung ist gut. Auch die erreichte Maximalverschiebung stimmt gut mit der theoretischen überein. Rechnerisch ergibt sich nach Erreichen der Maximalkraft ein "Snapback-Effekt", d.h. ein gleichzeitiger Rückgang von Kraft und Verschiebung. Bei $F_g = 50$ kN ist der Verbund auf ganzer Länge zerstört. Die Kraft wird ausschließlich durch Reibung übertragen. Weitere Vergleiche von Versuch und Rechnung zur Überprüfung des eigenen Ansatzes wurden anhand einiger HILTI-Versuche durchgeführt. Die Versuchskörper ent-

sprachen dabei den Versuchen 21.3 und 23.4. Die Ergebnisse sind im Anhang in den Bildern A1 bis A5 dargestellt.

Abschließend ist in Bild 3.47 die mit dem eigenen Ansatz ermittelte rechnerische Verbundbruchkraft der experimentellen für Versuche der Fa. HILTI mit und ohne Anpreßdruck gegenübergestellt. Die Vorhersagefähigkeit ist gut.

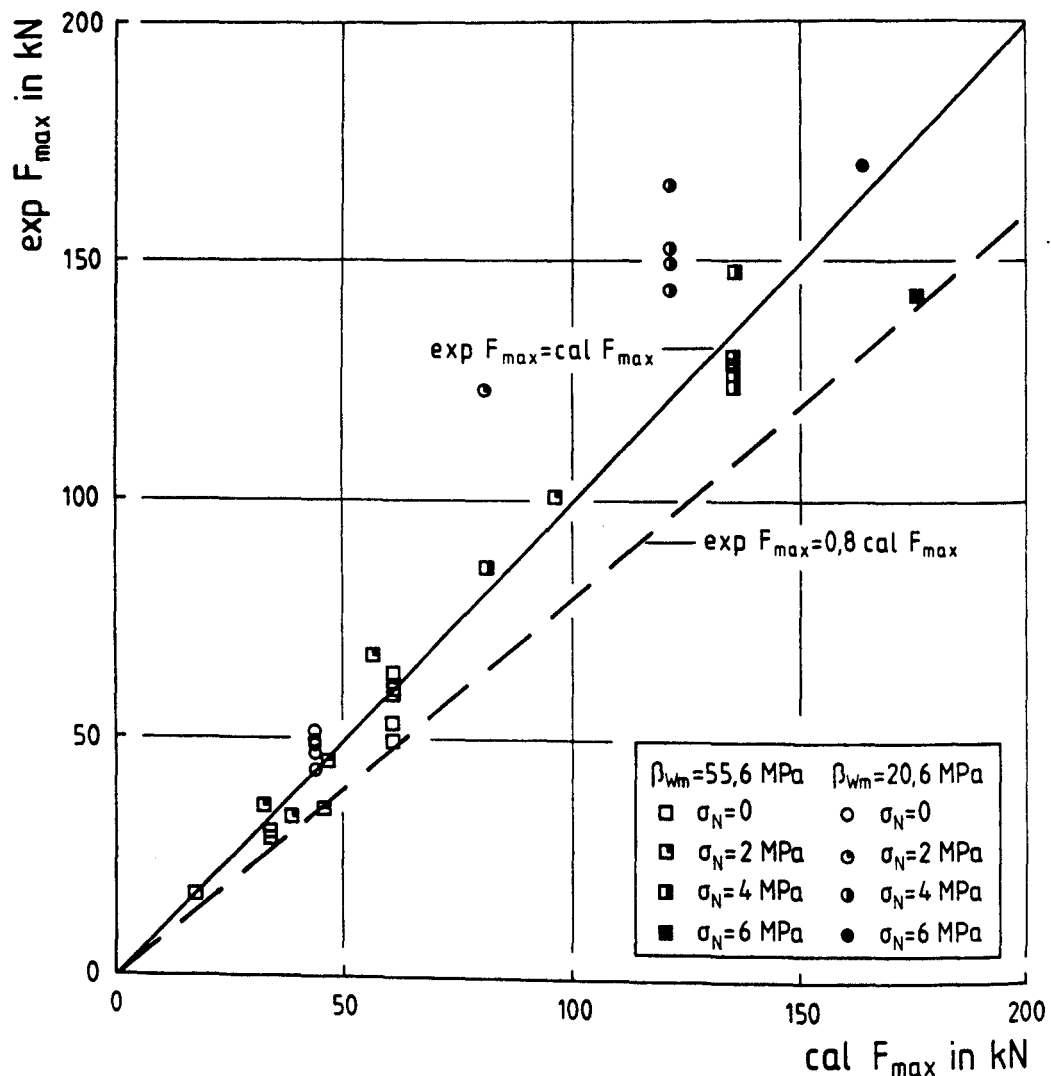


Bild 3.47: Vergleich von Versuch und Rechnung - HILTI-Versuche

3.7 Entwurfsmodell der Verbundtragfähigkeit

Abschließend wird ein Entwurfsmodell zur Verbundtragfähigkeit vorgeschlagen, das eine einfache Handhabung ermöglicht.

Das in Abschnitt 3.5.6 mit Gl.(3.72) vorgeschlagene Rechenmodell erlaubt die Vorhersage der Verbundtragfähigkeit bei beliebiger Verbundlänge. Hieraus ist jedoch nicht die für Bemessungsaufgaben der Praxis wichtige Frage

beantwortet, welche Verankerungslänge l_t benötigt wird, um den charakteristischen Wert des maximalen Verbundwiderstandes zu verankern. Aus Bild 3.34 geht jedoch hervor, daß etwa bei 97 % der maximalen Verbundtragfähigkeit eine Vergrößerung der Verbundlänge keine nennenswerte Erhöhung des Verbundwiderstandes zur Folge hat. Somit erhält man den zur Verankerungslänge l_t gehörigen charakteristischen Wert des Verbundwiderstandes $R_{k,max}$:

$$R_{k,max} = 0,8 \cdot 0,97 \cdot R_{m,max} = A_\ell \sqrt{\frac{2 G_{Fk} E_\ell}{h_\ell}} \quad (3.87)$$

Dabei ist:

$$G_{Fk} = (0,8 \cdot 0,97)^2 G_F = 0,6 G_F = 0,055 k_b^2 k_c^2 f_{ctm} \quad (3.88)$$

Die zugehörige Verankerungslänge l_t erhält man aus Gl.(3.72) zu:

$$l_t = 2 \sqrt{\frac{2 G_F E_\ell h_\ell}{\tau_{\ell 1}^2}} \quad (3.89)$$

Setzt man die Beziehungen für $\tau_{\ell 1}$, Gl.(3.77), und G_F , Gl.(3.78) ein, erhält man die sehr einfache Gleichung zur Bestimmung von l_t :

$$l_t = \sqrt{k \frac{E_\ell h_\ell}{f_{ctm}}} \quad (3.90)$$

mit $k = 0,25$ mm und f_{ctm} , der Oberflächenzugfestigkeit.

Gl.(3.90) ist nicht mehr dimensionsecht. Die Werte sind daher in [MPa] und [mm] einzusetzen.

Nachdem G_{Fk} und $R_{k,max}$ bestimmt sind, ist nun noch der Verbundwiderstand für $l \leq l_t$ auszudrücken. Aus Bild 3.34 ist erkennbar, daß hierzu die Formulierung durch eine quadratische Parabel mit dem Scheitel in (R_k, l_t) geeignet ist. Man erhält dann

$$R_k(l) = R_{k,max} \frac{l}{l_t} \left(2 - \frac{l}{l_t} \right) = \frac{2}{3} k_b k_c f_{ctm} b_l l \left(2 - \frac{l}{l_t} \right) \quad (3.91)$$

Der Vergleich von Rechenmodell (Abschnitt 3.5.6) und Entwurfsmodell wird anhand der in Abschnitt 3.5.5.4 erläuterten Versuchsergebnisse vorgenommen und in Bild 3.48 dargestellt. Die Übereinstimmung mit dem Rechenmodell ist gut.

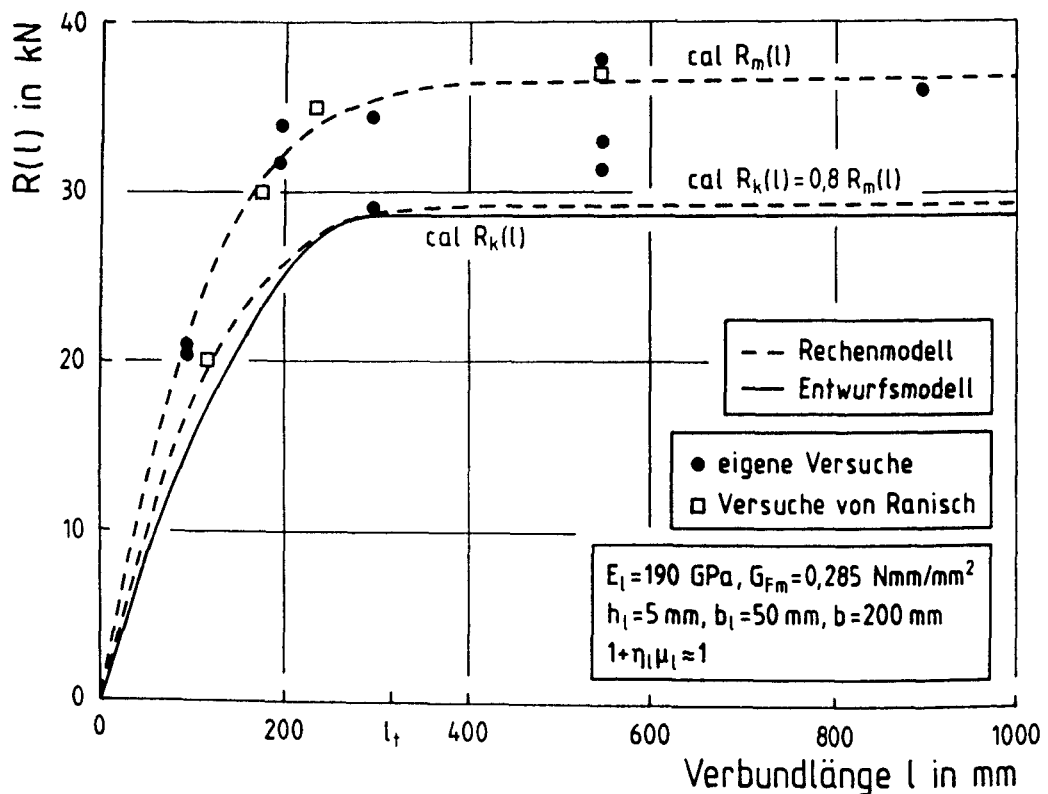


Bild 3.48: Vergleich der Verbundtragfähigkeit - Versuch, Ingenieur- und Entwurfsmodell

3.8 Zusammenfassung

Im Abschnitt 3.5 werden Bruchmodelle zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit unter Kurzzeitbeanspruchung behandelt. Die bestehenden Modelle sind nicht in der Lage, die Verbundtragfähigkeit unter Berücksichtigung aller relevanter Einflußparameter zutreffend vorherzusagen. Es wird gezeigt, daß eine zutreffende Vorhersage der Verbundbruchkraft und der Kraft-Verschiebungskurven nur mit Verbundansätzen möglich ist, die einen entfestigenden Ast aufweisen. Mit Hilfe eines bilinearen elastisch-plastischentfestigenden Ansatzes kann das im Versuch beobachtete Verhalten mit ausreichender Genau-

igkeit abgebildet werden. Mit Hilfe der linear-elastischen Bruchmechanik wird gezeigt, daß die Verbundtragfähigkeit bei großen Verbundlängen einem Endwert zustrebt. Dieser Endwert wird neben der Laschenbreite und -dicke sowie dem Laschenelastizitätsmodul von der Fläche unter der τ_ℓ - s_ℓ -Kurve, hier als Bruchenergie G_F definiert, bestimmt. Bei großen Verbundlängen lassen sich im dehnungsgeregelten Versuch große Verschiebungen am belasteten Laschenende ($x = 1$) auf dem Niveau dieses Endwertes realisieren. Ist jedoch die Entfestigung weit vorangeschritten, kommt es zu einem "Snapback-Effekt", d.h. zu einem Abfall der Kraft bei gleichzeitig rückläufiger Verschiebung an der Stelle $x = 1$.

In eigenen Zug-Druck-Versuchen konnte die Existenz des Endwertes der Verbundtragfähigkeit nachgewiesen werden. Der Nachweis des Snapback-Effektes auf experimentellem Wege gelang aus regelungstechnischen Gründen jedoch nicht.

Es wird gezeigt, daß - wie bereits aus der Literatur bekannt - zur Vorhersage der Verbundtragfähigkeit der bilineare Ansatz durch einen fiktiven linearen Ansatz mit gleichem $\tau_{\ell 1}$ und G_F ersetzt werden kann. Die maximale Abweichung der Ergebnisse beider Ansätze beträgt ca. 6 %. Mit dem linearen Ansatz ist eine geschlossene analytische Lösung nach Volkersen möglich.

Im Rechenmodell werden außerdem die Versuchsart (Zug-Zug- oder Zug-Druck-Versuch), die Größeneinflüsse b_ℓ und b_ℓ/b sowie die Verbundgüte (Betonier- oder Schalseite) berücksichtigt.

Das Rechenmodell wurde anhand von 73 Versuchen überprüft. Die Vorhersagefähigkeit ist als sehr gut zu bezeichnen. Der Variationskoeffizient von experimenteller und rechnerischer Verbundtragfähigkeit betrug 12 %.

Im Abschnitt 3.6 wird die Wirkung von Anpreßdruck normal zur Klebschicht auf die Verbundtragfähigkeit behandelt und der eigene Verbundansatz für Anpreßdruck erweitert.

Abschließend wird ein Entwurfsmodell angegeben, das die Ermittlung des charakteristischen Verbundwiderstandes unter statischer Kurzzeitbeanspruchung in Abhängigkeit von den wichtigsten Einflußparametern, insbesondere von der Verbundlänge, gestattet.

4. ZUSAMMENWIRKEN VON BETON UND KLEBELASCHE

4.1 Vorgehensweise

Stahlbeton- und Spannbetonbauteile sind für die erforderliche Trag- und Gebrauchsfähigkeit zu entwerfen. Im Gebrauch dürfen u.a. keine unzulässig großen Verformungen und Rißbreiten auftreten. Das Verhalten im Grenzzustand der Gebrauchs- und Tragfähigkeit wird maßgeblich von den Verbundeigenschaften der Bewehrung bestimmt.

Zur rechnerischen Vorhersage von Verformungen ist das Zusammenwirken von Beton und Bewehrung im gerissenen Zustand zu modellieren. Im Fall laschenbewehrter Betonbauteile wird die Rißbildung durch beide Bewehrungspartner, also durch "gemischte" Bewehrung mit unterschiedlichen Verbundeigenschaften gesteuert.

Um zu einem Ingenieurmodell zu gelangen, welches das Zusammenwirken gemischter Bewehrung erfaßt, sind zunächst laschenverstärkte Betonbauteile ohne Innenbewehrung zu untersuchen. Nur so können die Auswirkungen der Eigenschaften des Klebverbundes auf die Rißbildung studiert und dann modelliert werden. Insbesondere ist die Auswirkung der geringen Duktilität des Klebverbundes zu modellieren. Geeignet sind hierzu Versuche an laschenverstärkten Dehnkörpern ohne Innenbewehrung. Leider existieren solche Versuche nicht. Der Verfasser ist daher auf rechnerische Untersuchungen angewiesen. Die Untersuchungen werden an Dehnkörpern durchgeführt. Die Berechnung erfolgt durch schrittweise Integration mit dem im Abschnitt 3 dargestellten Verbundansatz. Weil der Rißabstand zunächst unbekannt ist, werden schrittweise Rißabstände vorgegeben. Dann werden die zugehörigen Spannungen und Dehnungen über den gesamten Beanspruchungsbereich berechnet und in einem Diagramm, z.B. Bild 4.4 eingetragen. Aus diesem läßt sich der maximale Endrißabstand ablesen. Er ergibt sich aus der doppelten Einleitungslänge, die benötigt wird, um die Betonzugfestigkeit zwischen den Rissen aufzubauen. Das in den Abschnitten 4.2 und 4.3 entwickelte Ingenieurmodell wird mit den Ergebnissen der Modellrechnung verglichen.

Ausgangspunkt der Modellbildung sind Untersuchungen zum Verhalten von Innenbewehrung und Beton zwischen den Rissen. Hierzu ist in den vergangenen Jahrzehnten eine Vielzahl von Arbeiten entstanden. In /27/ wird ein umfassender Überblick über wesentliche Rißtheorien gegeben. Dabei wird in klassische Betrachtungsweise der Rißbildung infolge Lastbeanspruchung /70,76,88,90,109/, infolge Zwangbeanspruchung /30,80,98,101/ und in kontinuierliche Rißtheorien /64,65,81,110/ unterschieden. Alle klassischen Theorien zur Bestimmung der Rißbreite betrachten von vornherein den Zustand mit abgeschlossenem Rißbild. In den kontinuierlichen Rißtheorien wird mit verbundorientierter Betrachtungsweise versucht, den gesamten Rißbildungsprozeß vom Erstriß bis zum abgeschlossenen Rißbild zu erfassen, womit eine Trennung der Betrachtungen für Last und Zwang nicht mehr erforderlich ist. Für den praktischen Gebrauch wird die Entwicklung handhabbarer Formeln angestrebt. Stark idealisierende Annahmen sind dabei vertretbar, da die streuenden Eingangsparameter (Betonzugfestigkeit, Verbundeigenschaften, wirksame Betonzugfläche u.a.) das Ergebnis erheblich beeinflussen und daher eine sehr große Genauigkeit ohnehin nicht zu erwarten ist.

Im CEB-FIP-Model Code 1990 /19/ werden einfache Verfahren zur Ermittlung von Rißbreite, Rißabstand und mittlere Dehnung angegeben, die dem Stand der Forschung Rechnung tragen, siehe hierzu auch /39,129,130/. Es wird vom Verbundspannung-Verschiebungs-Verhalten als mechanischer Grundlage ausgegangen. Die Formeln werden aber unter Annahme konstanter mittlerer Verbundspannungen für alle Beanspruchungsgrade sowie eines Integrationsfaktors β , der den Stahlspannungsverlauf beschreibt, angeschrieben. Die Streuung der Betonzugfestigkeit im Bauteil wird vernachlässigt. Vereinfachend wird vom Mittelwert der Betonzugfestigkeit f_{ctm} ausgegangen. Die im folgenden für den Klebverbund abgeleiteten Beziehungen folgen in der Vorgehensweise dem in /130/ beschrittenen Weg.

Aus der hohen Duktilität des Innenbewehrungsverbunds folgt, daß nur Verbundspannungen im Anstiegsast der τ -s-Kurve aktiviert werden. Lediglich in einer kurzen Störzone in der Rißumgebung kommt es zur Entfestigung. Bei der geklebten Bewehrung kann es dagegen, bedingt durch die geringe Duktilität des Klebverbunds, zur lokalen Verbundentkoppelung kommen. Bereits ab Rißbreiten von $w = 2 s_{l0} \approx 0,3 \text{ mm}$ können sich vom Riß ausgehende Zonen ausbilden, in denen keine Verbundspannungen mehr übertragen werden können. Bei

hohem Bewehrungsgrad sind die Rißabstände und damit die Rißbreiten klein. Dann ist eine frühzeitige Entkoppelung nicht zu erwarten. Verbundentkopplung tritt bei großen Rißbreiten auf. Diese werden auftreten, wenn der Bewehrungsgrad gering und außerdem die Klebfläche im Verhältnis zur Laschenquerschnittsfläche klein ist. Die mögliche Klebverbundentkopplung ist rechnerisch zu berücksichtigen. Dies kann nur gelingen, wenn das Verhalten des laschenverstärkten Bauteils im gerissenen Zustand modelliert wird. Hierzu sind vor allem zwei Fragen zu beantworten:

- Wie groß ist die Dehnsteifigkeit in Abhängigkeit vom Beanspruchungsgrad?
- Wie groß ist die maximale Rißbreite in Abhängigkeit vom Beanspruchungsgrad?

Zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit ist das Gesamtbauteil zu betrachten. Hierbei wird vereinfachend angenommen, daß sich auf Erstrißkraftniveau F_{cr} ein mittlerer Rißabstand s_{rm} einstellt. Eine weitere Rißteilung findet nicht statt. Die von der Beanspruchung abhängige sukzessive Rißteilung bleibt unberücksichtigt.

Die maximale Rißbreite kann nicht aus den mittleren Dehnungen des Gesamtbauteils abgeleitet werden. Hier ist die Umgebung der doppelten sogenannten Einleitungslänge l_ℓ eines einzelnen Risses zu betrachten. Im folgenden werden zunächst die Beziehungen zur Ermittlung der maximalen Rißbreite hergeleitet. Dabei werden folgende Bezeichnungen vereinbart. Der Riß wird mit dem Index 2, das Ende der Einleitungslänge l_ℓ mit der Relativverschiebung $s_\ell = 0$ mit dem Index 1 bezeichnet. Das Erstrißkraftniveau erhält den Index r und das Entkoppelungsniveau den Index e.

Die folgenden Herleitungen erfolgen unter der Annahme, daß die Betonzugfläche A_c gleich der Betonzugfläche $A_{c,ef}$ im Bereich der Wirkungszone der Bewehrung ist. Bei nicht gleichmäßig durchgesetzter Zugzone ist $A_{c,ef}$ zu verwenden. Da für geklebte Bewehrung über die Größe der wirksamen Betonzugfläche keine Untersuchungen vorliegen, wird vorgeschlagen $A_{c,ef}$ wie im Model Code 1990 anzunehmen. Außerdem wird in den folgenden Berechnungsbeispielen für die Betonzugfestigkeit der Mittelwert f_{ctm} eingesetzt.

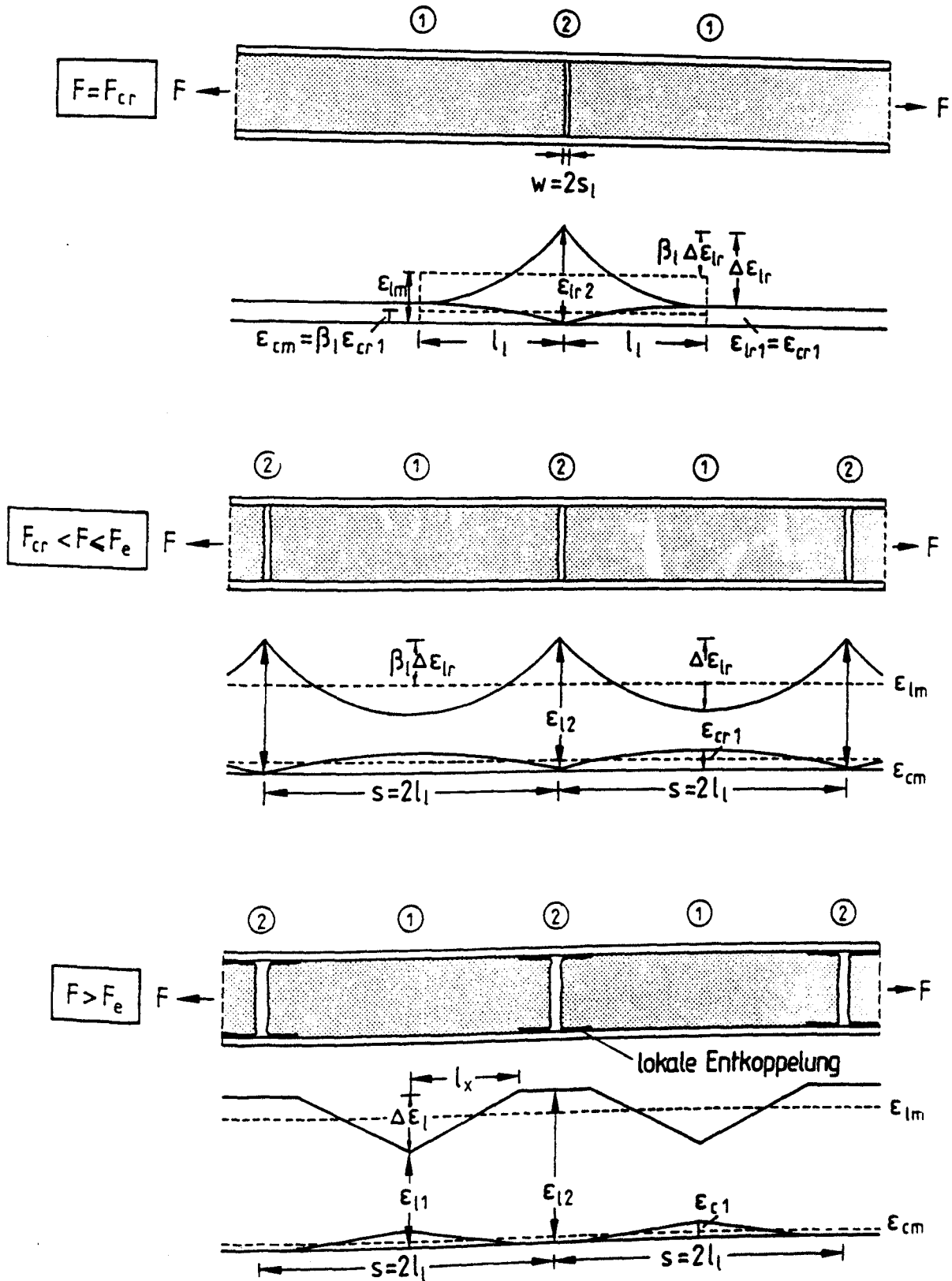


Bild 4.1: Dehnungsverlauf bei maximalem Rißabstand (schematisch)

4.2 Ermittlung der maximalen Rißbreite

Bild 4.1 zeigt schematisch den Dehnungsverlauf für drei grundsätzlich unterschiedliche Beanspruchungsgrade. Für alle Beanspruchungsgrade gilt

$$w_{\max} = 2 l_{\ell, \max} (\varepsilon_{\ell m} - \varepsilon_{cm}) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{\ell m} = \frac{1}{E_{\ell}} (\sigma_{\ell 2} - \beta_{\ell} \Delta \sigma_{\ell}) \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{cm} = \frac{1}{E_{\ell}} \beta_{\ell} n_{\ell} \mu_{\ell, ef} \Delta \sigma_{\ell} \quad (4.3)$$

mit β_{ℓ} , einem Integrationsfaktor zur Beschreibung des Spannungsverlaufs. Weiter werden die Einleitungslänge und die über Verbund einzuleitende Stahlspannungsdifferenz angeschrieben:

$$l_{\ell, \max} = \frac{\Delta \sigma_{\ell} h_{\ell}}{\tau_{\ell m}} \quad (4.4)$$

$$\Delta \sigma_{\ell} = \sigma_{\ell 2} - \sigma_{\ell 1} \quad (4.5)$$

Aus den Gln.(4.1) bis (4.4) folgt:

$$w_{\max} = \frac{2 \Delta \sigma_{\ell} h_{\ell}}{E_{\ell} \tau_{\ell m}} [\sigma_{\ell 2} - \beta_{\ell} (1 + n_{\ell} \mu_{\ell}) \Delta \sigma_{\ell}] \quad (4.6)$$

Nach dieser allgemeinen Herleitung, sind nun die Unbekannten $\Delta \sigma_{\ell}$, β_{ℓ} und $\tau_{\ell m}$ in Abhängigkeit von der Beanspruchung zu bestimmen. Dies geschieht durch Anpassung an die Ergebnisse der Berechnung mit bilinearem Verbundansatz. Das Vorgehen wird an einem Beispiel erläutert. Folgende Werte werden für den laschenverstärkten Dehnkörper gewählt:

$$b = 400 \text{ mm}, h = 150 \text{ mm}$$

$$b_\ell = 200 \text{ mm}, h_\ell = 6 \text{ mm}, A_\ell = 200 \cdot 6 = 1200 \text{ mm}^2, \mu_\ell = \mu_{\ell,ef} = 0,02$$

$$E_\ell = 200 \text{ GPa}, E_C = 31,7 \text{ GPa}, f_{ct} = f_{ctm} = 2,4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\ell 1} = 5,4 \text{ MPa}, s_{\ell 1} = 0,023 \text{ mm}, s_{\ell 0} = 0,127 \text{ mm}$$

Zum Vergleich wird das gleiche Beispiel für den Fall Beton und Innenbewehrung mit dem Verbundansatz nach MC 90, Abschn. 3.1 ($\tau_{\max} = 10 \text{ MPa}$, $s_1 = s_2 = 0,6 \text{ mm}$, $s_3 = 1,0 \text{ mm}$, $\alpha = 0,4$, $\tau_f = 0,15 \tau_{\max}$) berechnet. Der Stabdurchmesser beträgt $d_s = 24 \text{ mm}$, da dieser das gleiche Oberflächen-/Querschnittsflächenverhältnis aufweist wie eine Laschendicke von 6 mm.

In den Bildern 4.2 und 4.3 sind die $\sigma_{\ell 2}-\varepsilon_{\ell m}$ - bzw. $\sigma_{s 2}-\varepsilon_{s m}$ -Kurven für gewählte Rißabstände s gestrichelt dargestellt. Ein Vergleich der Bilder macht den generellen Unterschied deutlich. Infolge des sehr duktilen Innenbewehrungsverbundes tritt im gesamten Beanspruchungsbereich keine Entfestigung außer in einer kurzen, hier nicht berücksichtigten Störzone auf. Für den Klebverbund beginnt die Entfestigung etwa bei einer Spannung von 70 MPa (Ende des elastischen Verbundes). Die Entfestigung nimmt bis zum Erreichen der Laschenstahlspannung im Riß $\sigma_{\ell u 2}$ zu (Ende des plastisch-entfestigenden Verbundes). $\sigma_{\ell u 2}$ errechnet sich nach Abschnitt 3.5 zu

$$\sigma_{\ell u 2} = \sqrt{\frac{2 G_F E_\ell (1 + n_\ell \mu_\ell)}{h_\ell}} \quad (4.7)$$

Für $\sigma_{\ell 2} > \sigma_{\ell u 2}$ nimmt die Entfestigung bei großen Rißabständen deutlich zu. Es kommt hier zur Ausbildung von Zonen am Riß, in denen der Verbund lokal zerstört ist. Bis zum Erreichen von $\sigma_{\ell u 2}$ ist das Verbundverhalten von Innenbewehrung und Klebelasche ähnlich, so daß gleiche vereinfachte Modelle angewendet werden können. Wendet man jene des MC 90, Abschnitt 7.4.3 an, lassen sich $\varepsilon_{\ell m}$, $\varepsilon_{c m}$, $l_{\ell, \max}$ und w_{\max} mit den Gln.(4.1) bis (4.6) ermitteln, wobei der Integrationsfaktor β_ℓ bei Annahme eines parabolischen Spannungsverlaufs zu 0,6 anzusetzen ist.

Die Spannungsdifferenz $\Delta \sigma_\ell$ errechnet sich für $F \leq F_{cr}$ bei vorhandenem Einzelriß wie folgt:

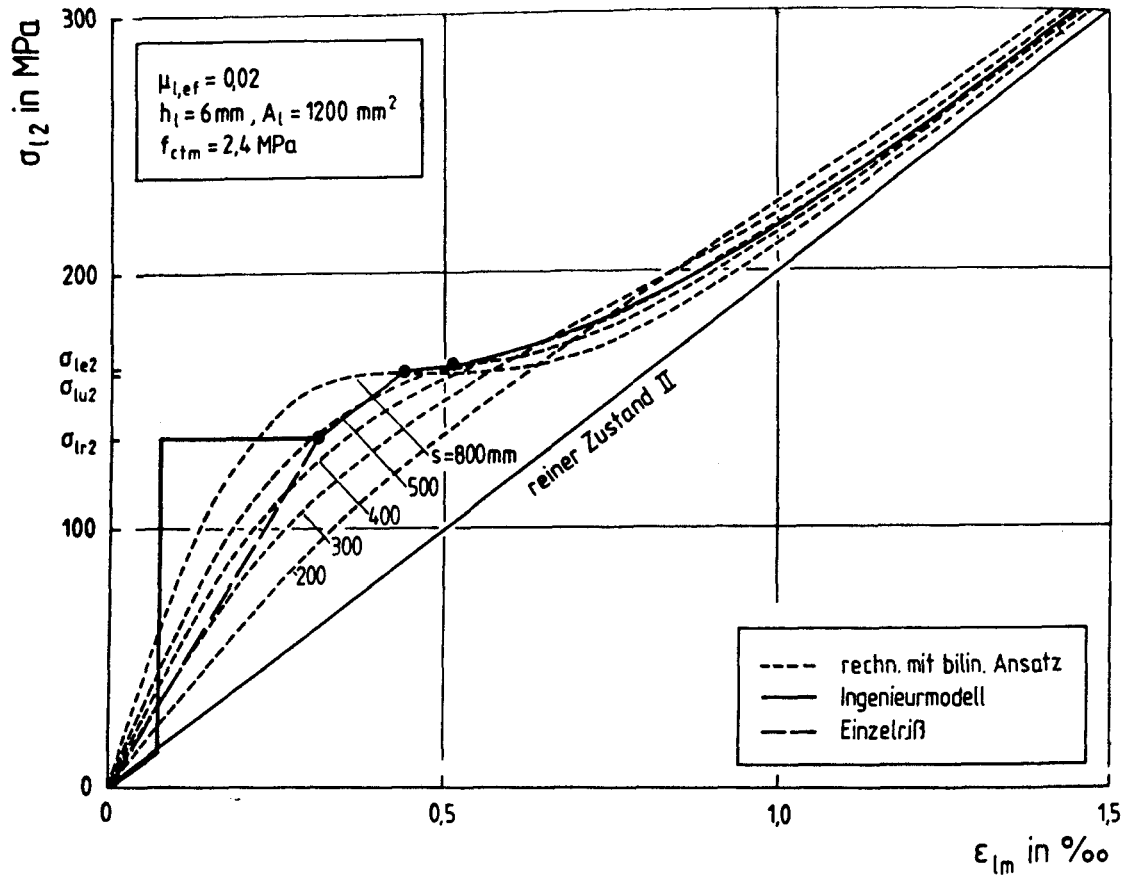


Bild 4.2: σ_{l2} - ε_{lm} -Linien für $l_{l,max}$ - Beispiel 1

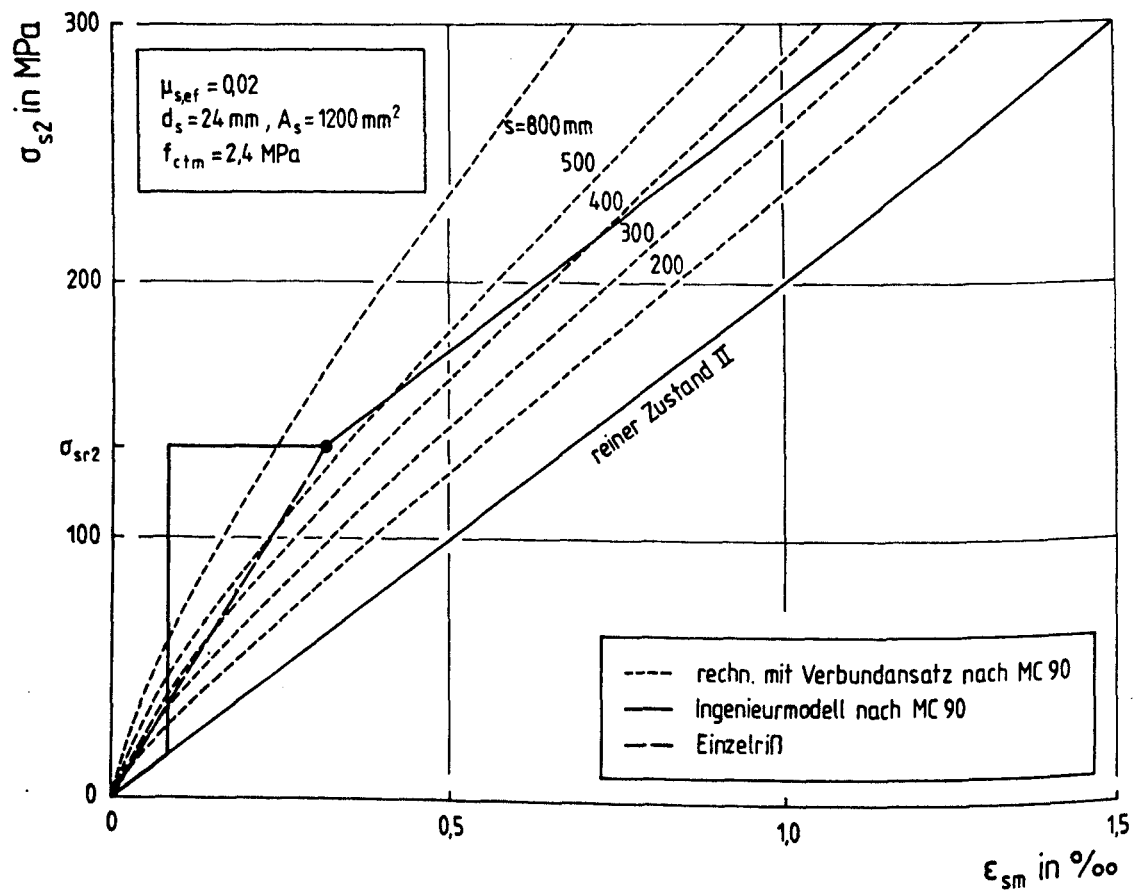


Bild 4.3: σ_{s2} - ε_{sm} -Linien für $l_{s,max}$ (Betonstahlbewehrung)

$$\Delta\sigma_{\ell} = \frac{\sigma_{\ell 2}}{1 + n_{\ell}\mu_{\ell}} \quad (4.8)$$

Und für $F_{cr} < F \leq F_e$ (abgeschlossenes Rißbild):

$$\Delta\sigma_{\ell} = \Delta\sigma_{\ell r} = \frac{\sigma_{\ell r 2}}{1 + n_{\ell}\mu_{\ell}} = \frac{f_{ct}}{\mu_{\ell}} \quad (4.9)$$

Zur Bestimmung von $l_{\ell, \max}$ nach Gl.(4.4) ist nun noch die mittlere Verbundspannung $\tau_{\ell m}$ zu ermitteln. Diese ist unter anderem abhängig von der Höhe der Beanspruchung und vom Verhältnis $\sigma_{\ell r 2}/\sigma_{\ell u 2}$. Da aber analog zu MC 90 im Ingenieurmodell $\tau_{\ell m}$ als konstant angenommen werden soll, wird $\tau_{\ell m}$ so bestimmt, daß sich etwa gleiche Einleitungslängen wie bei der Berechnung mit bilinearem Verbundansatz ergeben.

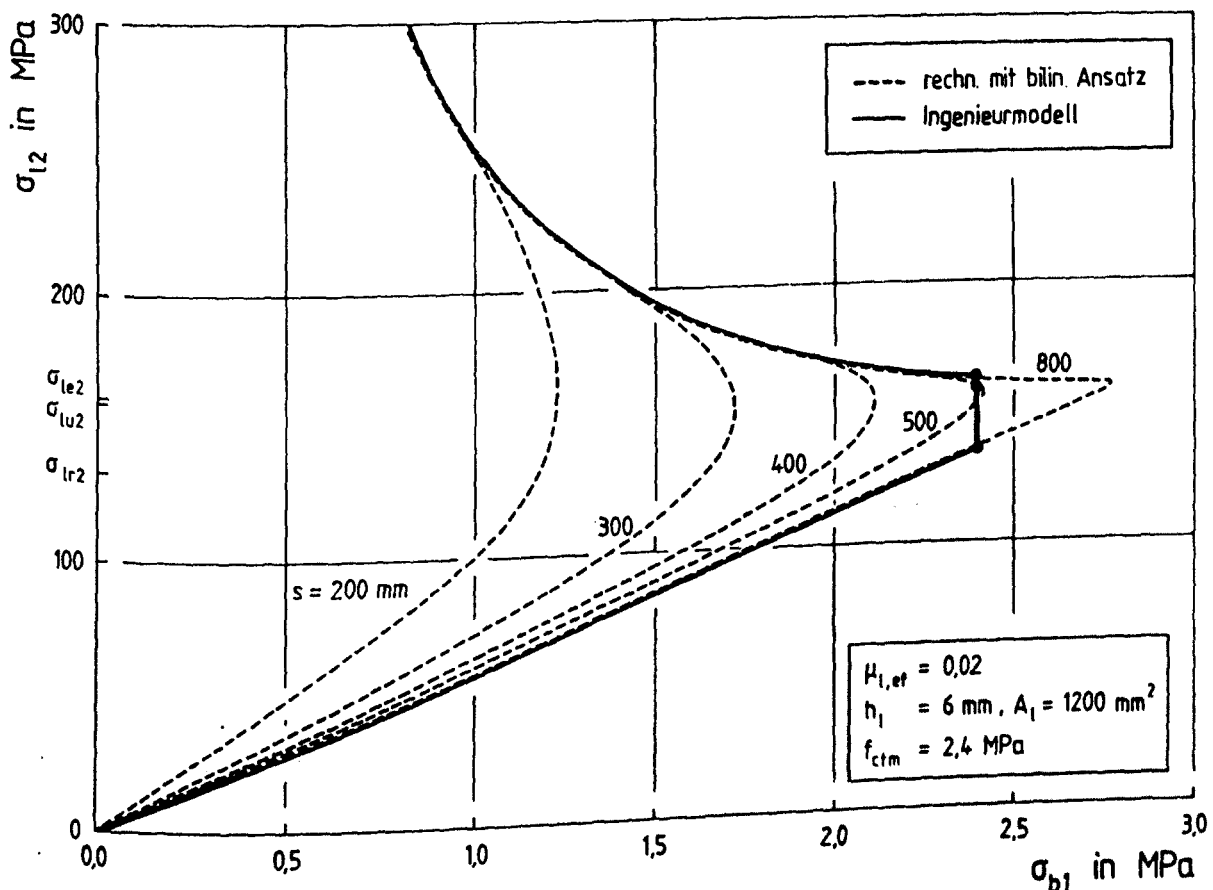


Bild 4.4: σ_{l2} - σ_{c1} -Linien für $l_{\ell, \max}$ - Beispiel 1

Hierzu ist in Bild 4.4 die über Verbund aufbaubare Spannung σ_{c1} (Ort 1) in Abhängigkeit von der Spannung $\sigma_{\ell 2}$ im Riß (Ort 2) für verschiedene Rißabstände dargestellt. Unter der Spannung $\sigma_{\ell u2}$ ist die zum Aufbau der Betonzugfestigkeit f_{ctm} benötigte Verbundstrecke minimal und beträgt ca. 245 mm. Die mittlere Verbundspannung beträgt etwa:

$$\tau_{\ell m} = k_b k_c f_{ctm} = \frac{\tau_{\ell 1}}{1,8} \approx 1,25 f_{ctm} \quad (4.10)$$

Mit $\Delta\sigma_{\ell r} = 2,4/0,02 = 120$ MPa nach Gl.(4.9) ergibt sich $l_{\ell, \max}$ nach Gl.(4.4) zu $l_{\ell, \max} = 120 \cdot 6/(1,25 \cdot 2,4) = 240$ mm. Eine Überprüfung anhand weiterer Beispiele ergab, daß mit der vereinfachten Annahme von $\tau_{\ell m}$ gute Übereinstimmung zu den mit bilinearem Verbundansatz ermittelten Einleitungslängen besteht. Oberhalb von $\sigma_{\ell u2}$ setzt, da - wie Bild 4.4 zeigt - σ_{c1} abfällt, Verbundentfestigung ein. Die abfallende Kurve nähert sich asymptotisch an eine für alle Rißabstände geltende Hüllkurve an. Aus Gleichgewichtsgründen ergibt sich somit auch für die Spannung $\sigma_{\ell 1}$ eine Hüllkurve.

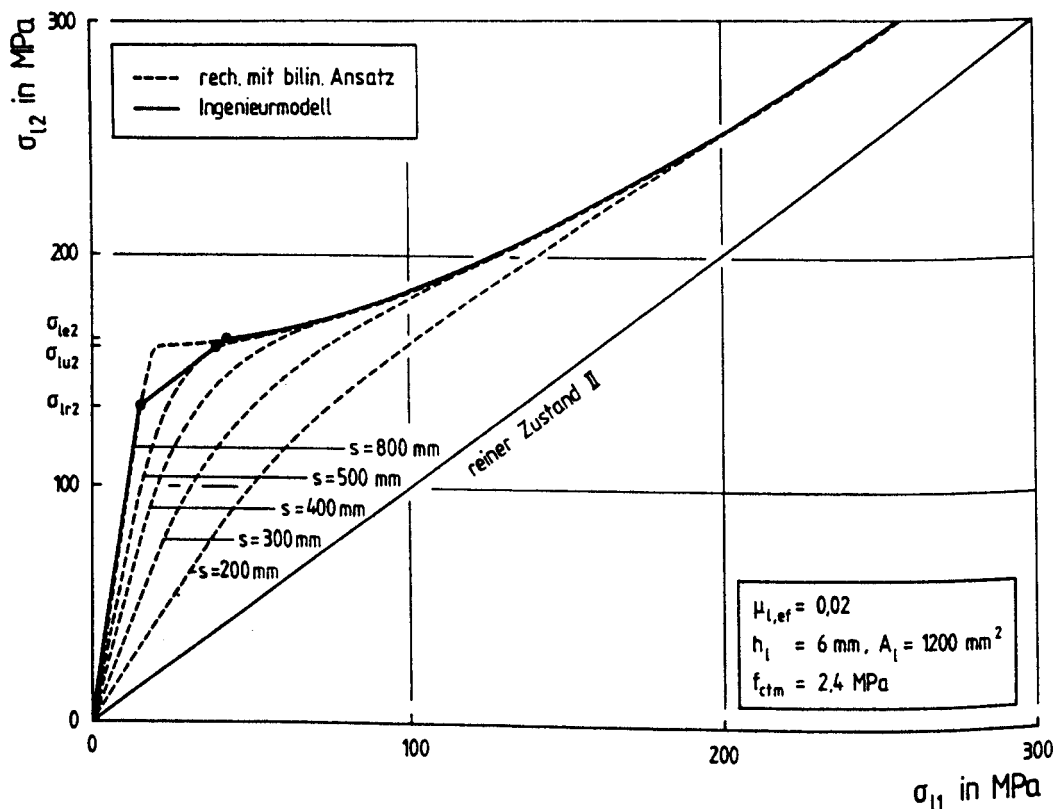
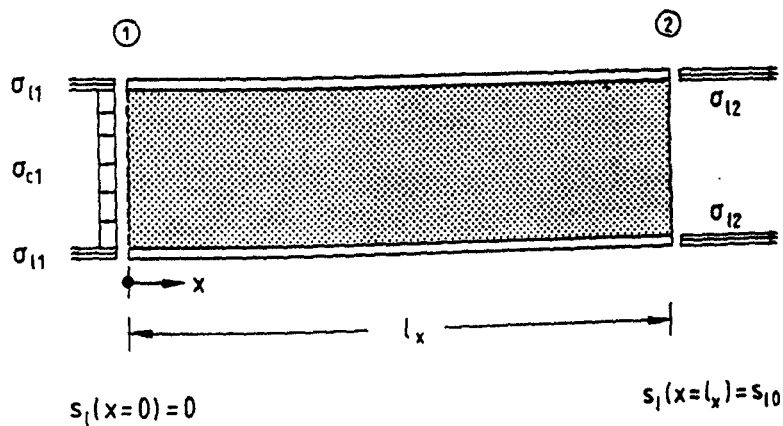


Bild 4.5: $\sigma_{\ell 2}$ - $\sigma_{\ell 1}$ -Linien für $l_{\ell, \max}$ - Beispiel 1

In Bild 4.5 ist dies die obere Begrenzung aller $\sigma_{l2}-\sigma_{l1}$ -Kurven. Mit σ_{le2} wird die Spannung im RiB bezeichnet, ab der $\Delta\sigma_{lr}$ nicht mehr aufbaubar ist, da eine lokale Verbundentkopplung beginnt. Für das Ingenieurmodell wird vereinfachend angenommen, daß bis zum Erreichen von σ_{le2} die maximale Stahlspannungsdifferenz $\Delta\sigma_{lr}$ aufgebaut wird. Mit Spannungen $\sigma_{l2} > \sigma_{le2}$ verringert sich die Spannungsdifferenz zunehmend. Im folgenden wird das Entkoppelungskriterium hergeleitet.

Entkoppelungskriterium:

Ausgangspunkt für die Bestimmung von σ_{l1} ist die Kenntnis der Verschiebungsrandbedingungen. Am Ende der Einleitungsstrecke gilt $s_l(x=0) = 0$ und am Beginn der Einleitungsstrecke gilt im Grenzfall $s_l(x=l_x) = s_{l0}$, Bild 4.6.



Gleichgewichtsbedingung:

$$\sigma_{l1} A_l + \sigma_{c1} A_{c,ef} = \sigma_{l2} A_l$$

Verbundansatz:

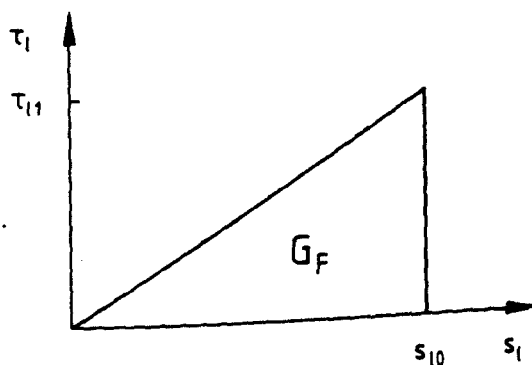


Bild 4.6: Grundlagen zur Ermittlung der $\sigma_{l1}-\sigma_{l2}$ -Beziehung

Bei Annahme eines linearen Verbundansatzes mit der gleichen Bruchenergie G_F wie beim bilinearen Ansatz läßt nun aus der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, Gl.(3.12), durch Einsetzen der Randbedingungen eine geschlossene analytische Lösung für $\sigma_{\ell 1}$ herleiten. Die Herleitung erfolgt in ähnlicher Weise wie in Abschnitt 3.3.3b und wird hier nicht dargestellt. Man erhält

$$\sigma_{\ell 1} = \sigma_{\ell 2} \frac{n_{\ell} \mu_{\ell} + \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\ell u}}{\sigma_{\ell 2}} \right)^2}}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} \quad (4.11)$$

Die entlang der Einleitungsstrecke durch Verbund erzeugbare Laschenspannungsdifferenz beträgt dann höchstens

$$\Delta \sigma_{\ell} = \sigma_{\ell 2} - \sigma_{\ell 1} = \frac{\sigma_{\ell 2}}{1 + n_{\ell} \mu_{\ell}} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\ell u}}{\sigma_{\ell 2}} \right)^2} \right) \quad (4.12)$$

Es wird ein linearer Verbundansatz gewählt, da sich die Herleitung hiermit einfacher gestaltet und weil das Ergebnis für $\sigma_{\ell 1}$ bei den vorliegenden Randbedingungen von der gewählten Form des Ansatzes nicht beeinflusst wird. Die Form wirkt sich lediglich auf den Verlauf der Spannungen und die benötigte Verbundstrecke aus, was aber in diesem Zusammenhang nicht relevant ist.

Nachdem für den Entfestigungsbereich $\Delta \sigma_{\ell}$ in Abhängigkeit von der Spannung $\sigma_{\ell 2}$ im RiB bestimmt werden kann, ist nun die Spannung $\sigma_{\ell e 2}$ zu ermitteln, bei der nach dem Ingenieurmodell die Entkopplung beginnt. Definitionsgemäß kann auf dem Niveau $\sigma_{\ell e 2}$ gerade noch die maximale Spannungsdifferenz $\Delta \sigma_{\ell r}$ entsprechend Gl.(4.9) erzeugt werden. Durch Gleichsetzen der Gln.(4.9) und (4.12) erhält man $\sigma_{\ell e 2}$.

$$\sigma_{\ell e 2} = \frac{\sigma_{\ell u 2}^2 + \sigma_{\ell r 2}^2}{2 \sigma_{\ell r 2}} \quad (4.13)$$

Die Übereinstimmung der analytischen Lösung und der Berechnung mit bilinearem Ansatz im Entfestigungsbereich belegen die Bilder 4.4 und 4.5. Für Spannungen $\sigma_{l2} > \sigma_{le2}$ bilden sich Zonen zerstörten Verbundes aus. Die verbleibende Verbundstrecke l_x wird durch eine lineare Beziehung ermittelt

$$l_x = \frac{\Delta\sigma_l}{\Delta\sigma_{lr}} l_{l,max} \quad (4.14)$$

Um die mittleren Dehnungen und die max. Rißbreite ermitteln zu können, ist noch der Integrationsfaktor β_l zu bestimmen. Geht man für Spannungen $\sigma_{l2} \geq \sigma_{le2}$ von einem linearen Spannungsverlauf aus, ergibt sich $\beta_l = 0,5$. Für Spannungen $\sigma_{lu2} \leq \sigma_{l2} \leq \sigma_{le2}$ wird β_l durch Interpolation bestimmt.

$$\beta_l = 0,6 - 0,1 \frac{\sigma_{l2} - \sigma_{lu2}}{\sigma_{le2} - \sigma_{lu2}} \quad (4.15)$$

Die mittleren Dehnungen und die Rißbreite können dann mit den Gln.(4.1) bis (4.6) mit $\Delta\sigma_l = \Delta\sigma_{lr}$ sowie β_l nach Gl.(4.15) errechnet werden.

Für den Entfestigungsbereich $\sigma_{l2} > \sigma_{le2}$ gelten folgende Bestimmungsgleichungen.

$$\epsilon_{lm} = \frac{1}{E_l} \left[\sigma_{l2} - \beta_l \frac{\Delta\sigma_l^2}{\Delta\sigma_{lr}} \right] \quad (4.16)$$

$$\epsilon_{cm} = \frac{1}{E_l} \beta_l n_l \mu_l \frac{\Delta\sigma_l^2}{\Delta\sigma_{lr}} \quad (4.17)$$

$$w_{max} = \frac{2 l_{l,max}}{E_l} \left[\sigma_{l2} - \beta_l (1+n_l \mu_l) \frac{\Delta\sigma_l^2}{\Delta\sigma_{lr}} \right] \quad (4.18)$$

mit $\beta_l = 0,5$ und $\Delta\sigma_l$ nach Gl.(4.9).

In Bild 4.7 ist abschließend der Verlauf der mittleren Laschendehnung nach dem zuvor entwickelten Ingenieurmodell schematisch dargestellt.

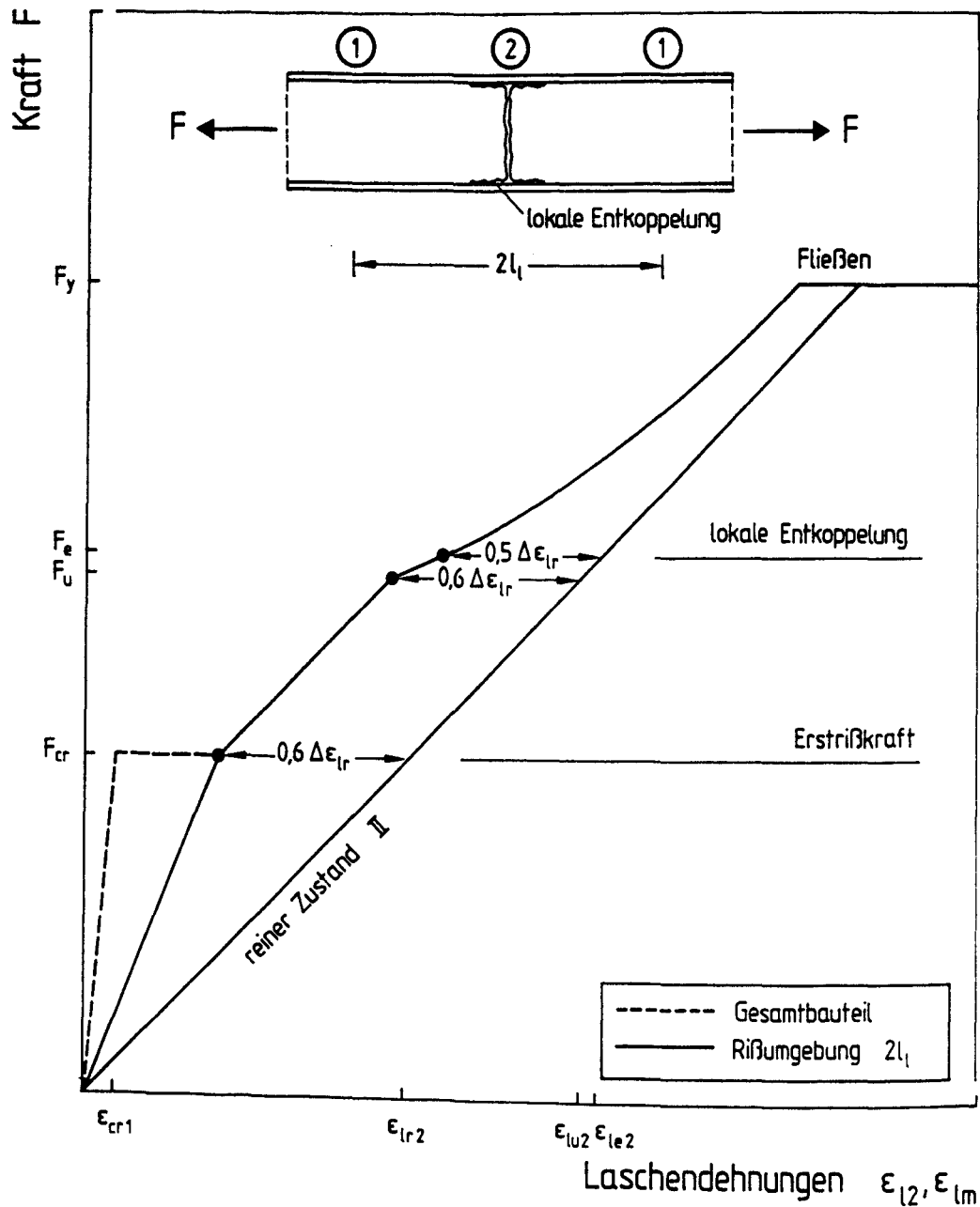


Bild 4.7: Ingenieurmodell zum Dehnungsverlauf bei maximalem Rißabstand

Bild 4.8 zeigt den Verlauf der Laschenspannungen für unterschiedliche Beanspruchungshöhen bei einem Rißabstand von $s = 2 l_{\ell, \max} = 480 \text{ mm}$. Die Übereinstimmung von mit bilinearem Verbundansatz durchgeführter Berechnung und vereinfachtem Ingenieurmodell ist ausreichend gut.

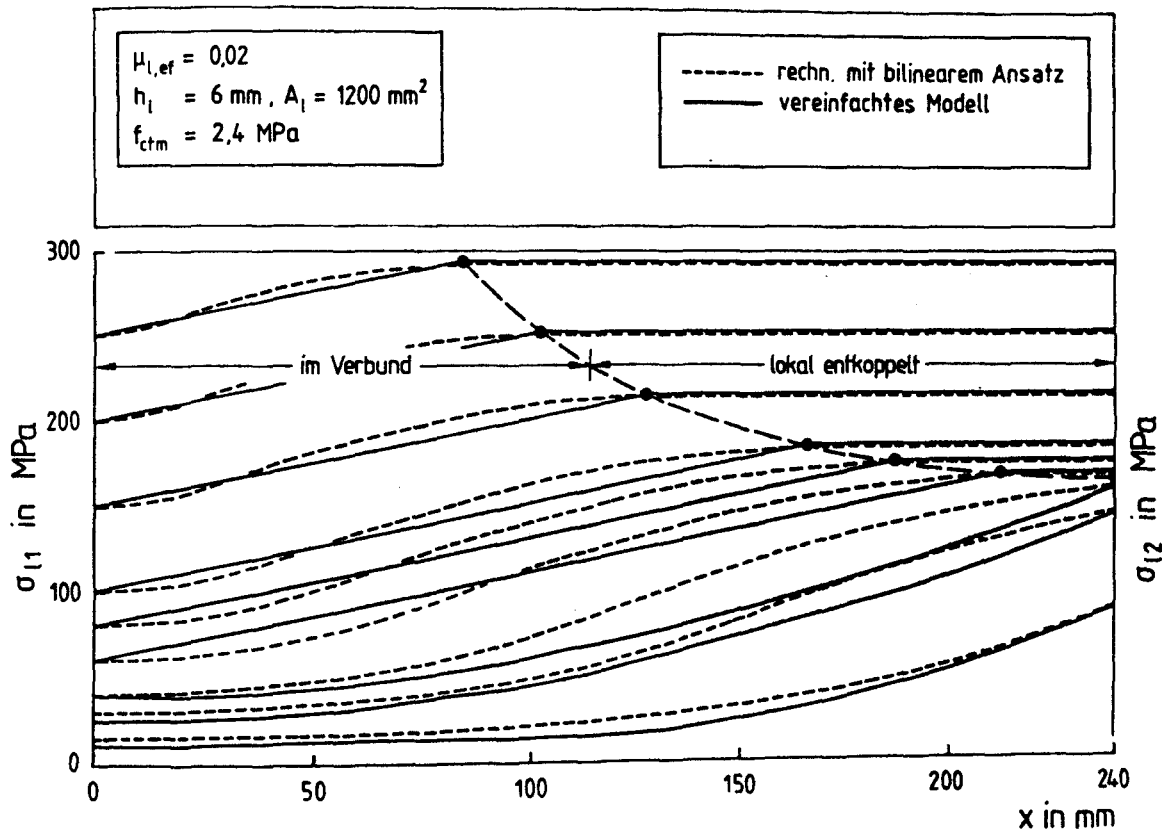


Bild 4.8: Rechnerische Spannungsverläufe für $l_{\ell,max}$ - Beispiel 1

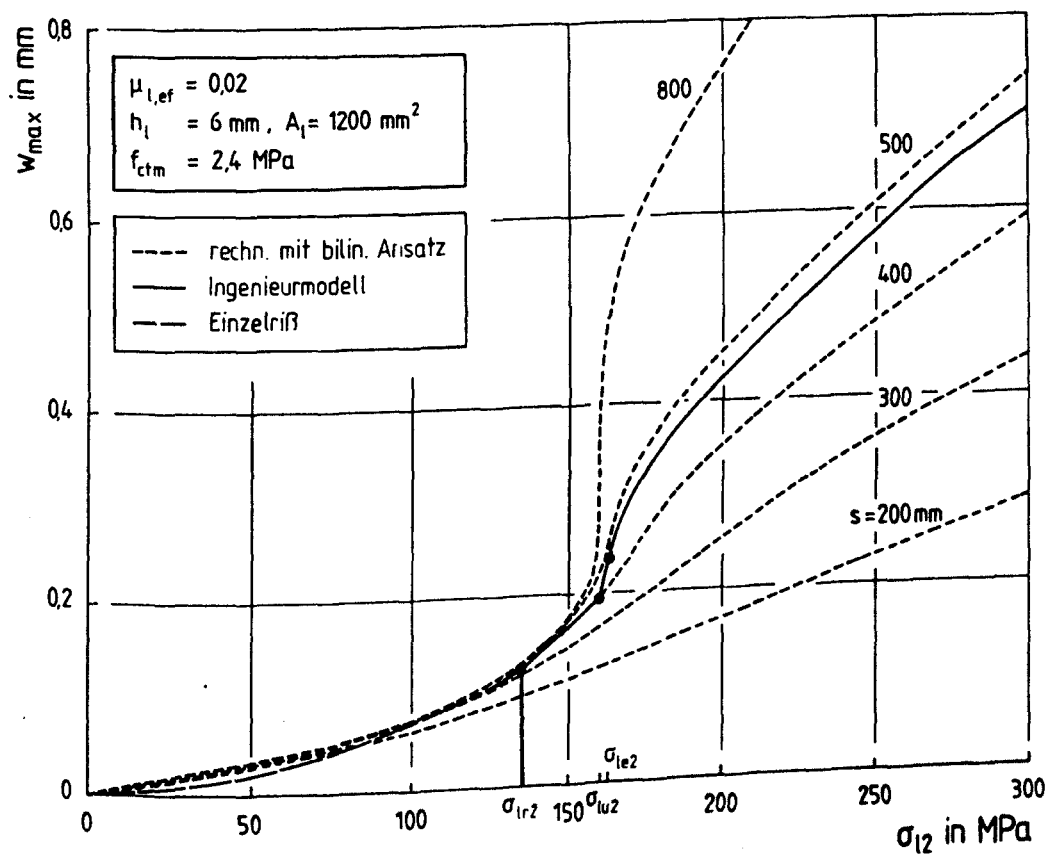


Bild 4.9: Maximale Rißbreite in Abhängigkeit von $\sigma_{\ell 2}$ - Beispiel 1

Somit stimmen auch die nach den beiden Modellen ermittelten und in Bild 4.9 dargestellten maximalen Rißbreiten gut überein. Eine weitere Modellrechnung wurde für eine Lasche $b_\ell \times h_\ell = 400 \times 3 \text{ mm}^2$, sonst aber gleichen Parametern wie im Beispiel 1, durchgeführt. Nach dem Ingenieurmodell beträgt $l_{\ell, \max} = 120 \text{ mm}$, nach der elektronischen Berechnung ergab sich $l_{\ell, \max}$ zu ca. 105 mm. Die Ergebnisse sind im Anhang in den Bildern A6 bis A9 dargestellt.

4.3 Ermittlung der Dehnungen des zentrisch gezogenen Bauteils

Zur Ermittlung der Dehnung des Bauteils ist die Mitwirkung des Betons zu berücksichtigen. Für den Dehnkörper ist dies mit vereinfachenden Annahmen möglich. Diese Annahmen sind:

- Vernachlässigung der Streuung der Betonzugfestigkeit im Bauteil
- konstante mittlere Verbundspannung $\tau_{\ell m}$

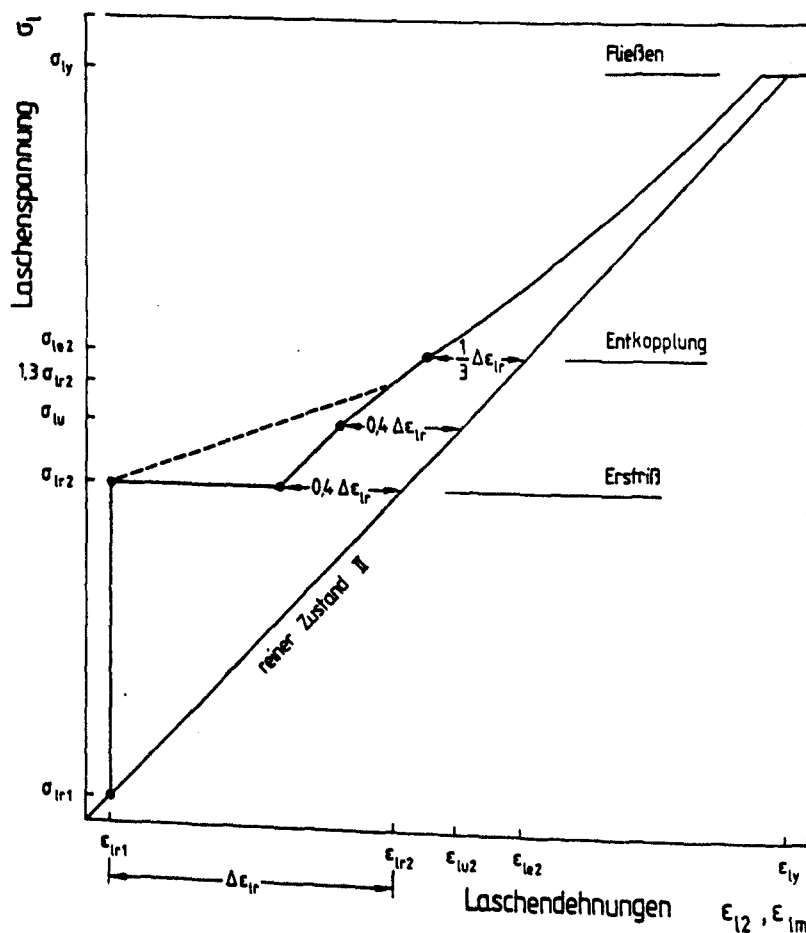


Bild 4.10: Ingenieurmodell der Dehnung eines Zugglieds

Die im Ingenieurmodell berücksichtigten Beanspruchungsstadien sind in Bild 4.10 dargestellt. Mit den in Abschnitt 4.2 durchgeführten Herleitungen und den o.g. Annahmen ergeben sich für die Beanspruchungsstadien folgende Zusammenhänge.

Die Rißabstände variieren zwischen $l_{\ell, \max}$ und $2 l_{\ell, \max}$. Es kann angenommen werden, daß sich folgender mittlerer Endrißabstand s_{rm} einstellt

$$s_{rm} = \frac{2}{3} 2 l_{\ell, \max} = \frac{4}{3} l_{\ell, \max} \quad (4.19)$$

Bei Erreichen der Erstrißkraft

$$F_{cr} = A_c f_{ct} (1 + n_{\ell} \mu_{\ell})$$

beträgt die mittlere Dehnung im ungerissenen Zustand

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_{\ell m} = \frac{f_{ct}}{E_c}$$

Bei Rißbildung springt die mittlere Dehnung auf

$$\varepsilon_{\ell m} = \frac{1}{E_{\ell}} \left[\sigma_{\ell 2} - \beta_{\ell} \Delta \sigma_{\ell} \frac{2 l_x}{s_m} \right] \quad (4.20)$$

wobei von Beginn der Erstrißbildung, $\sigma_{\ell r 2}$, bis zum Beginn der partiellen Zerstörung des Klebverbundes, $\sigma_{\ell e 2}$, die Spannungsdifferenz

$$\Delta \sigma_{\ell r} = \frac{2}{3} \frac{f_{ct}}{\mu_{\ell}} \quad (4.21)$$

beträgt und die wirksame Verbundstrecke $l_x = s_{rm} / 2$ ist. Für $\sigma_{\ell r 2} < \sigma_{\ell 2} \leq \sigma_{\ell u 2}$ kann β_{ℓ} zu 0,6 angesetzt werden. Mit zunehmender Spannung verändert sich der Spannungsverlauf, da sich die Verbundentfestigung aus-

wirkt. Die daraus resultierende Veränderung des Integrationsfaktors β_ℓ kann für Spannungen $\sigma_{\ell u2} < \sigma_{\ell 2} \leq \sigma_{\ell e2}$ durch Gl.(4.15) berücksichtigt werden.

Die Spannung $\sigma_{\ell e2}$, ab der sich zwischen den Rissen Bereiche ausbilden, in denen keine Verbundkräfte mehr übertragen werden können, ergibt sich aus den in Abschnitt 4.2 dargestellten Überlegungen mit den Gl.n.(4.12) und (4.21).

$$\sigma_{\ell e2} = \frac{\sigma_{\ell u2}^2 + \Delta\sigma_{\ell r}^2 (1+n_\ell\mu_\ell)^2}{2 \Delta\sigma_{\ell r} (1+n_\ell\mu_\ell)} \quad (4.22)$$

Der Integrationsfaktor β_ℓ beträgt jetzt $\beta_\ell = 0,5$, d.h. es wird ein linearer Spannungsverlauf angenommen.

Für Spannungen $\sigma_{\ell 2} > \sigma_{\ell e2}$ vermindert sich die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_\ell$, da die Länge der entkoppelten Zone zunimmt. Die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_\ell$ kann, abhängig von $\sigma_{\ell 2}$, aus Gl.(4.12) berechnet werden. Da sich gleichzeitig die wirksame Verbundstrecke l_x verringert, ergibt sich die mittlere Dehnung $\varepsilon_{\ell m}$ aus Gl.(4.20) wie folgt.

$$\varepsilon_{\ell m} = \frac{1}{E_\ell} \left(\sigma_{\ell 2} - \beta_\ell \frac{\Delta\sigma_\ell^2}{\Delta\sigma_{\ell r}} \right)$$

mit $\Delta\sigma_{\ell r}$, der Spannungsdifferenz bei Erreichen des Endrißzustandes, aus Gl.(4.21) und $\beta_\ell = 0,5$.

Mit den vorstehenden Herleitungen ist nunmehr die Beschreibung der mittleren Dehnung über den gesamten Beanspruchungsbereich gelungen.

Zur Überprüfung des Ingenieurmodells mit den rechnerischen Ergebnissen, die man aus der Methode der schrittweisen Integration unter Verwendung eines bilinearen Verbundansatzes für die geklebte Bewehrung sowie eines Verbundansatzes gemäß MC 90 /18/ für die Innenbewehrung gewinnt, dienen wiederum die in Abschnitt 4.2 dargestellten Beispiele 1 und 2. Die Gegenüberstellung erfolgt in den Bildern 4.11 bis 4.14 und in den Bildern A10 bis A13 des Anhanges. Die Übereinstimmung ist gut.

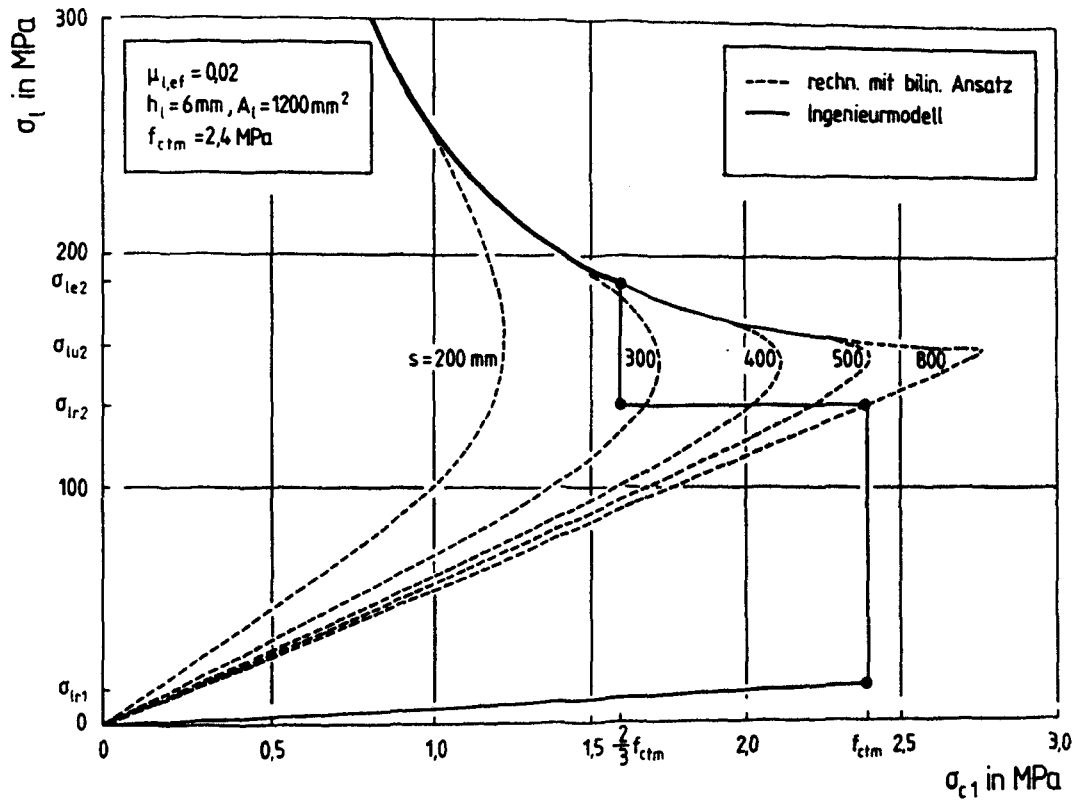


Bild 4.11: σ_{l2} - σ_{c1} -Linien für mittleren Rißabstand - Beispiel 1

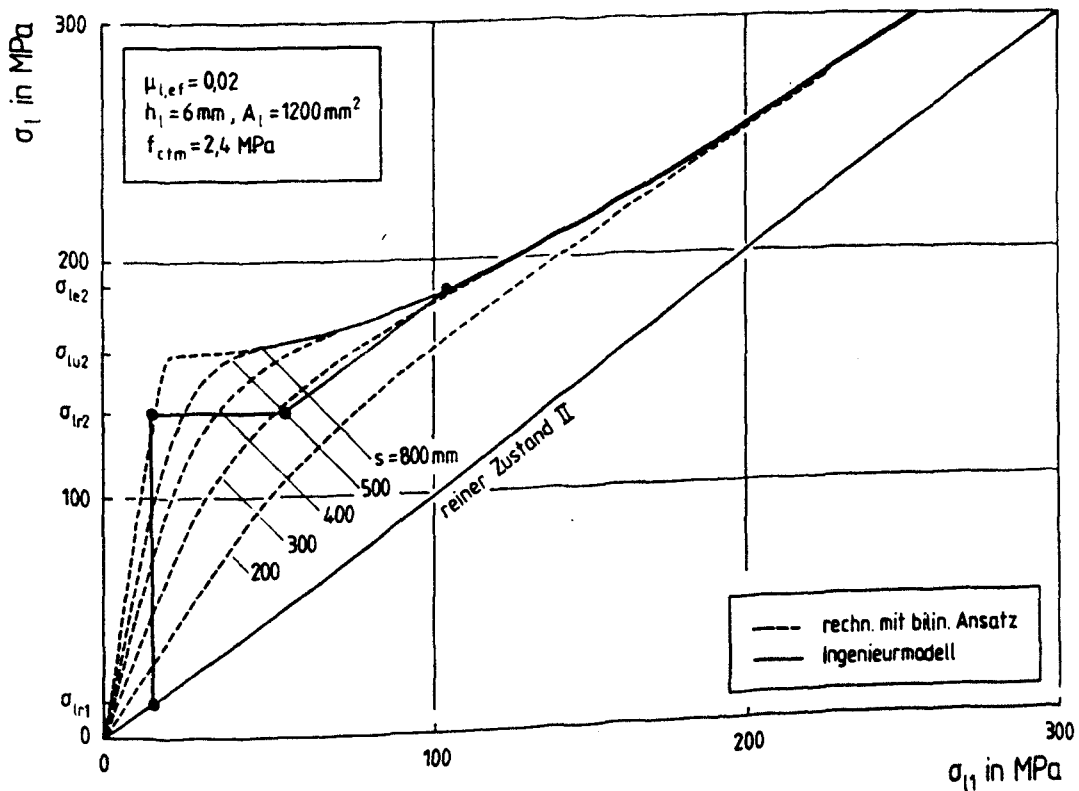


Bild 4.12: σ_{l2} - σ_{l1} -Linien für mittleren Rißabstand - Beispiel 1

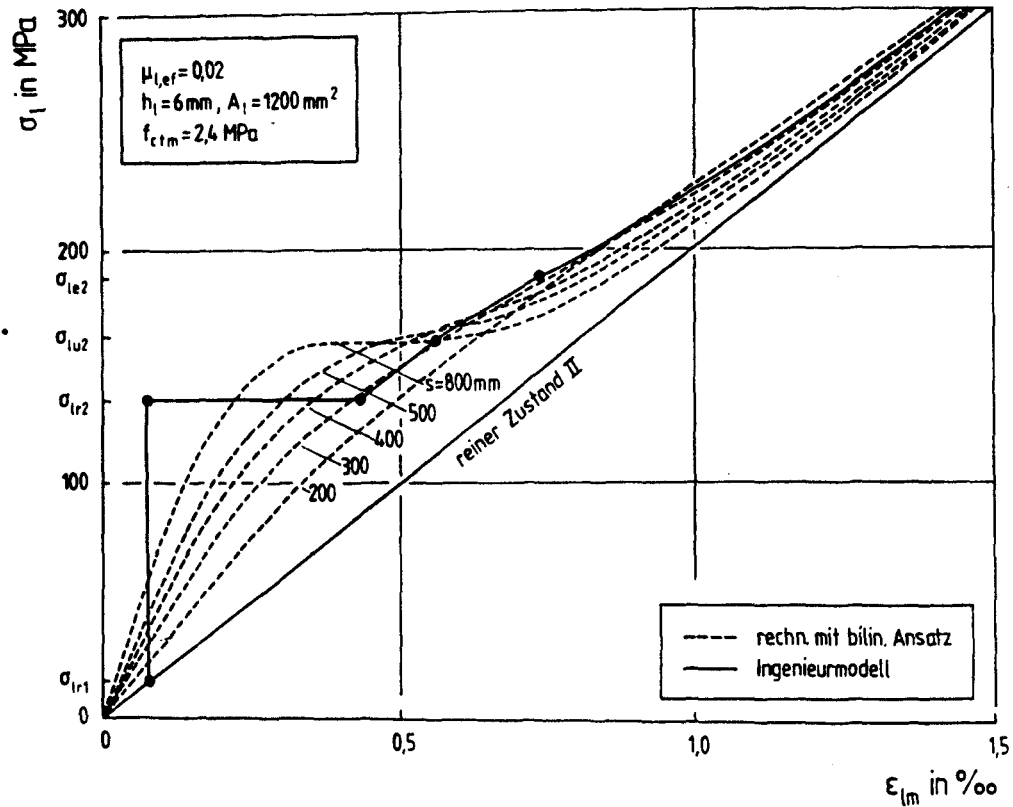


Bild 4.13: σ_{l2} - ϵ_{lm} -Linien für mittleren Rißabstand - Beispiel 1

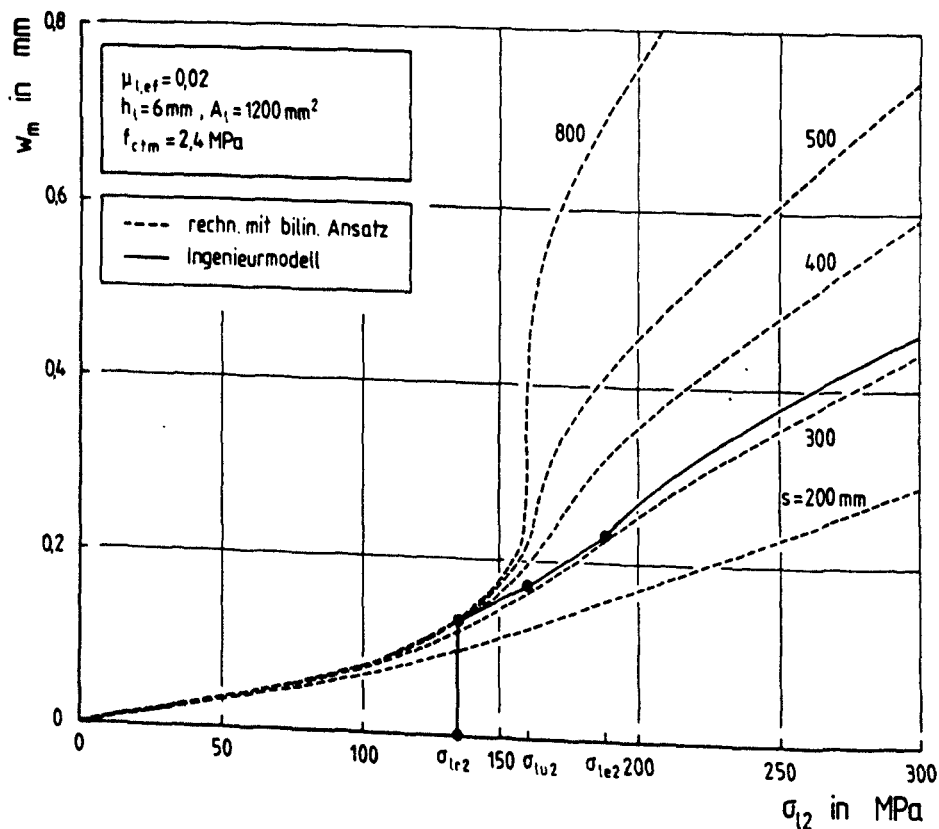


Bild 4.14: Mittlere Rißbreite in Abhängigkeit von σ_{l2} - Beispiel 1

4.4 Zusammenfassung

Mit dem in Abschnitt 3.4 dargestellten bilinearen Verbundansatz wurden an laschenverstärkten "Modellkörpern" ohne Innenbewehrung Berechnungen mit schrittweiser Integration durchgeführt. Es wurde gezeigt, daß sich die Ergebnisse hinreichend genau durch ein Ingenieurmodell bei Annahme konstanter mittlerer Verbundspannungen beschreiben lassen.

Bei geklebter Bewehrung tritt eine Besonderheit auf. Infolge der geringen Duktilität des Klebverbundes kann es zur lokalen Entkopplung kommen. Im Rechenmodell wird angenommen, daß Entkopplung beginnt, wenn die Rißbreite den doppelten Wert der im Verbundansatz angenommenen Relativverschiebung s_{l0} erreicht. Die bei Beginn der Entkopplung zugehörige maximale Spannungsdifferenz zwischen Riß und Ende der Einleitungsstrecke wird in Abhängigkeit von der Spannung im Riß formuliert (Entkopplungskriterium). Die auftretende Spannungsdifferenz ist von der Höhe der Beanspruchung und dem Rißabstand abhängig. Hier gilt: je kleiner der Rißabstand und somit die Rißbreite, desto größer ist die Beanspruchbarkeit, ohne daß Entkopplung auftritt. Somit kann durch Wahl dünner Laschen und/oder hoher Bewehrungsgrade eine Entkopplung vermieden werden. Das Modell kann unter Beachtung der veränderten wirksamen Betonzugfläche $A_{C,ef}$ auch auf biegebeanspruchte Bauteile angewendet werden.

Aus den Untersuchungen folgt, daß die Laschenspannung im Riß auf Erstrißkraftniveau kleiner sein sollte als etwa $(0,7 + 0,8)\sigma_{lu2}$, damit sich ein ausgeprägtes Rißbild einstellen kann. Weiterhin sollte zur Sicherstellung geringer Rißbreiten ($w_{max} < 0,3 \text{ mm}$) die Laschenspannung σ_{le2} , bei der rechnerisch lokale Verbundzerstörung auftritt, größer sein als die unter Gebrauchslast im Riß auftretende Laschenspannung.

5. ZUSAMMENWIRKEN BEI GEMISCHTER BEWEHRUNG

5.1 Vorbemerkung

Weisen die Bewehrungen unterschiedliche Oberflächen-/Querschnittsverhältnisse, E-Moduln oder Verbundeigenschaften auf, so übt dies im Riß, abhängig vom Beanspruchungsgrad, einen Einfluß auf die Stahlspannungen aus.

Dieses Problem wurde u.a. in /52,63,110,116,119,120/ im Hinblick auf das Zusammenwirken vorgespannter und nicht vorgespannter Bewehrung, in /31/ für das Zusammenwirken von Rippenstahl und GFK-Spanngliedern und in /26/ für die Kraftübertragung in Übergreifungsstößen behandelt. Dabei konnte in allen Fällen von gleichem oder zumindest hinsichtlich der Duktilität des Verbundes ähnlichem Verhalten ausgegangen werden.

Für das Verbundsystem Beton + Innenbewehrung + Klebelasche ist jedoch die geringere Klebverbundduktilität zu berücksichtigen. Im folgenden werden die gekoppelten Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes hergeleitet. Im Anschluß daran wird ein Vorschlag für ein Ingenieurmodell erarbeitet, das sich an bisherige Lösungen anlehnt.

5.2 Die Differentialgleichungen des Verbundes für das Verbundsystem

Die Zusammenhänge von Spannungen und Verschiebungen lassen sich durch Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen am differentiellen Stabelement, Bild 5.1, ableiten. Unter der Voraussetzung der Zulässigkeit der in Abschnitt 3.3.2 genannten Annahmen ergeben sich folgende Gleichungen.

Zusätzlich zu den Gln.(3.1) bis (3.6) gilt für das differentielle Element:

$$\epsilon_s = \frac{du_s}{dx} = u_s' \quad (5.1)$$

$$\sigma_s = E_s u_s' \quad (5.2)$$

$$N_s = \int_{A_s} \sigma_s dA_s = E_s A_s u_s' \quad (5.3)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$$dN_c + dN_s + dN_l = 0 \quad (5.4)$$

$$\tau_l b_l dx - dN_l = 0 \quad (5.5)$$

$$\tau_s U_s dx - dN_s = 0 \quad (5.6)$$

mit U_s , dem Umfang der Betonstahlbewehrung.

Die Relativverschiebungen ergeben sich zu:

$$s_l = u_l - u_c \quad (5.7a)$$

$$s_s = u_s - u_c \quad (5.7b)$$

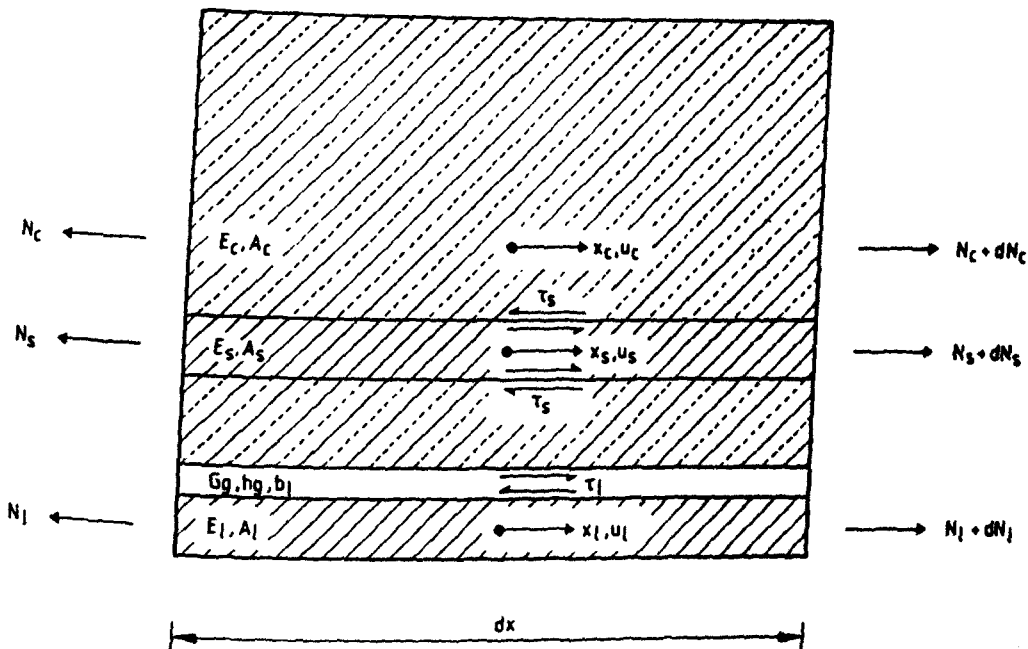


Bild 5.1: Differentielles Stabelement

Mit den Gln.(3.1) bis (3.6) und (5.1) bis (5.7) sind alle notwendigen Bestimmungsgleichungen zusammengestellt. Durch Differenzieren und Einsetzen erhält man schließlich:

$$s'_\ell = \frac{N_\ell}{E_\ell A_\ell} - \frac{N_c}{E_c A_c} \quad (5.8a)$$

$$s'_s = \frac{N_s}{E_s A_s} - \frac{N_c}{E_c A_c} \quad (5.8b)$$

$$s''_\ell - b_\ell \tau_\ell \left(\frac{1}{E_\ell A_\ell} + \frac{1}{E_c A_c} \right) - \frac{U_s \tau_s}{E_c A_c} = 0 \quad (5.9a)$$

$$s''_s - U_s \tau_s \left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) - \frac{b_\ell \tau_\ell}{E_c A_c} = 0 \quad (5.9b)$$

Mit $\mu_s = A_s/A_c$, $\mu_\ell = A_\ell/A_c$, $n_s = E_s/E_c$, $n_\ell = E_\ell/E_c$ sowie $\tau_\ell = f(s_\ell)$ und $\tau_s = f(s_s)$ lauten die Gln.(5.9):

$$s''_\ell - \frac{(1 + n_\ell \mu_\ell)}{E_\ell h_\ell} f(s_\ell) - \frac{4 n_s \mu_s}{E_s d_s} f(s_s) = 0 \quad (5.10a)$$

$$s''_s - \frac{4(1 + n_s \mu_s)}{E_s d_s} f(s_s) - \frac{n_\ell \mu_\ell}{E_\ell h_\ell} f(s_\ell) = 0 \quad (5.10b)$$

Die gekoppelten Differentialgleichungen Gl.(5.10) stellen ein nichtlineares Randwertproblem zweiter Ordnung dar, für das eine geschlossene Lösung nicht bekannt ist. Für $\mu_\ell = 0$ erhält man aus Gl.(5.10b) die bekannte Differentialgleichung für im Beton eingebettete Bewehrungsstäbe /89/ und für $\mu_s = 0$ aus Gl.(5.10a) die in Abschnitt 3.3.2 hergeleitete Dgl. für den Klebverbund.

In /26/ und /31/ erfolgt die Lösung der Dgln. durch schrittweise Integration. In /120/ werden zwei Lösungswege aufgezeigt - die Anwendung der

Finite-Element-Berechnung und die iterative Lösung mittels Runge-Kutta-Verfahren mit Newton-Optimierung. Allerdings wird bei Bildung eines Einzelris-ses angenommen, daß es für die beiden Bewehrungspartner unterschiedliche Einleitungslängen gibt. Diese Annahme steht im Widerspruch zum hergeleiteten Differentialgleichungssystem, da die Relativverschiebungen s_s und s_ℓ hier gekoppelt auftreten. Solange also die Relativverschiebung bei einem der Bewehrungsstränge noch nicht auf Null abgeklungen ist, ändert sich auch die Betonverschiebung u_c und damit die Relativverschiebung des anderen Bewehrungsstranges. Aus Verträglichkeitsgründen kann es somit nur eine gemeinsame Einleitungslänge geben, an deren Ende $s_\ell = s_s = 0$ ist. Gleichwohl kann als Näherung die Kopplung in den Dgln. vernachlässigt werden. Man erhält die Entkoppelung des Dgl.-Systems, wenn der Beton als starr angenommen wird und somit die Betonverformungen gleich Null sind. Es folgt dann:

$$s_\ell'' - \frac{f(s_\ell)}{E_\ell h_\ell} = 0 \quad (5.11a)$$

$$s_s'' - \frac{4 f(s_s)}{E_s d_s} = 0 \quad (5.12a)$$

Die allgemeinen Lösungen erhält man nach Einsetzen der Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehungen in die Differentialgleichungen. Mit den Randbedingungen erhält man daraus die speziellen Lösungen. Im Bauteil kann das Zusammenwirken der Bewehrungen durch einzuhaltende Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigt werden. Folgende Bedingungen werden angenommen:

- Am Ende der Einleitungslänge l_s ist $s_s = 0$.
- Am Ende der Einleitungslänge l_ℓ ist $s_\ell = 0$.
- Im RiB ist $s_s = s_\ell$.
- An jeder Stelle x ist das Gleichgewicht der Kräfte einzuhalten.

Nun wird auf dieser Grundlage ein Ingenieurmodell des Zusammenwirkens entwickelt.

5.3 Ingenieurmodell zur Erfassung des Zusammenwirkens

5.3.1 Vorgehen

Im folgenden wird ein vereinfachtes Verfahren zur Ermittlung der maximalen Rißbreite und der Bauteildehnungen im Riß bei gemischter Bewehrung angegeben. Es basiert auf der in /19,63,130/ dargestellten Vorgehensweise, wobei zusätzlich die Eigenheiten des Klebverbundes entsprechend Abschnitt 4 berücksichtigt werden. Die maximale Rißbreite und die Bauteildehnung werden wiederum getrennt ermittelt, da bei der maximalen Rißbreite die Rißumgebung, bei der Bauteildehnung das Gesamtbauteil zu betrachten ist. Bei den Herleitungen wird, wie bereits im Abschnitt 4, die Streuung der Zugfestigkeit innerhalb des Bauteils vernachlässigt.

Die Ableitungen werden für das Verbundsystem Beton + Betonstahl + Klebelasche ohne Vorlast sowie für $A_c = A_{c,ef}$ durchgeführt. Gegebenenfalls ist $A_{c,ef}$ einzusetzen, s. Abschnitt 4. Bei der Vorhersage von Rißbreiten und mittleren Dehnung bei gemischter Bewehrung, kommt, wie auch bei innen liegender Bewehrung, der wirklichkeitsnahen Einschätzung der wirksamen Betonzugfläche $A_{c,ef}$ große Bedeutung zu /51,71,110/. Diese bereitet z.Zt. auch für Rippenstahl noch Schwierigkeiten. Sie ist jedoch abhängig von der Betondeckung, vom Bewehrungsdurchmesser und von der Beanspruchungsart (Zug oder Biegung). Für geklebte Bewehrung liegen derzeit Untersuchungen zur Größe der wirksamen Betonzugfläche nach Kenntnis des Verfassers nicht vor. Es wird daher vorgeschlagen, die effektive Betonzugfläche so wie für die Innenbewehrung nach CEB-FIP Model Code 1990 /19/ anzunehmen.

Die Erweiterung der Gleichungen um einen weiteren Bewehrungsstrang (z.B. Spannstahl) sowie die Berücksichtigung einer Vorlast ist möglich.

5.3.2 Ermittlung der maximalen Rißbreite bei gemischter Bewehrung

Während des beanspruchungsabhängigen Rißbildungsprozesses im lastbeanspruchten verstärkten Zugglied werden mehrere Stadien durchlaufen. Diese Stadien sind in den Bildern 5.2 und 5.3 bei Annahme starr-plastischer Verbundansätze dargestellt und werden im folgenden beschrieben.

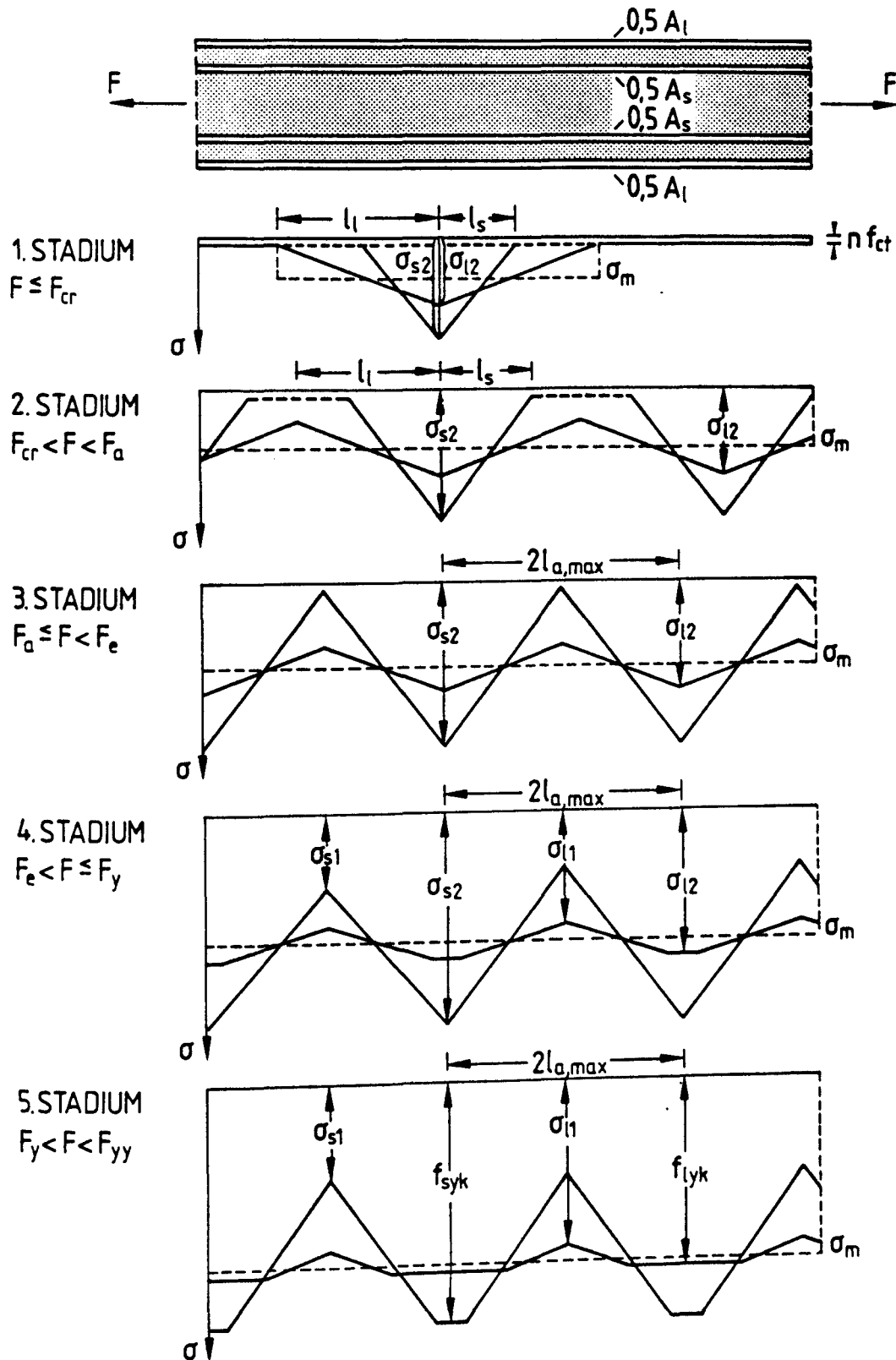


Bild 5.2: Stahlspannungsverläufe bei gemischter Bewehrung und starr-plastischem Verbundansatz (Modell)

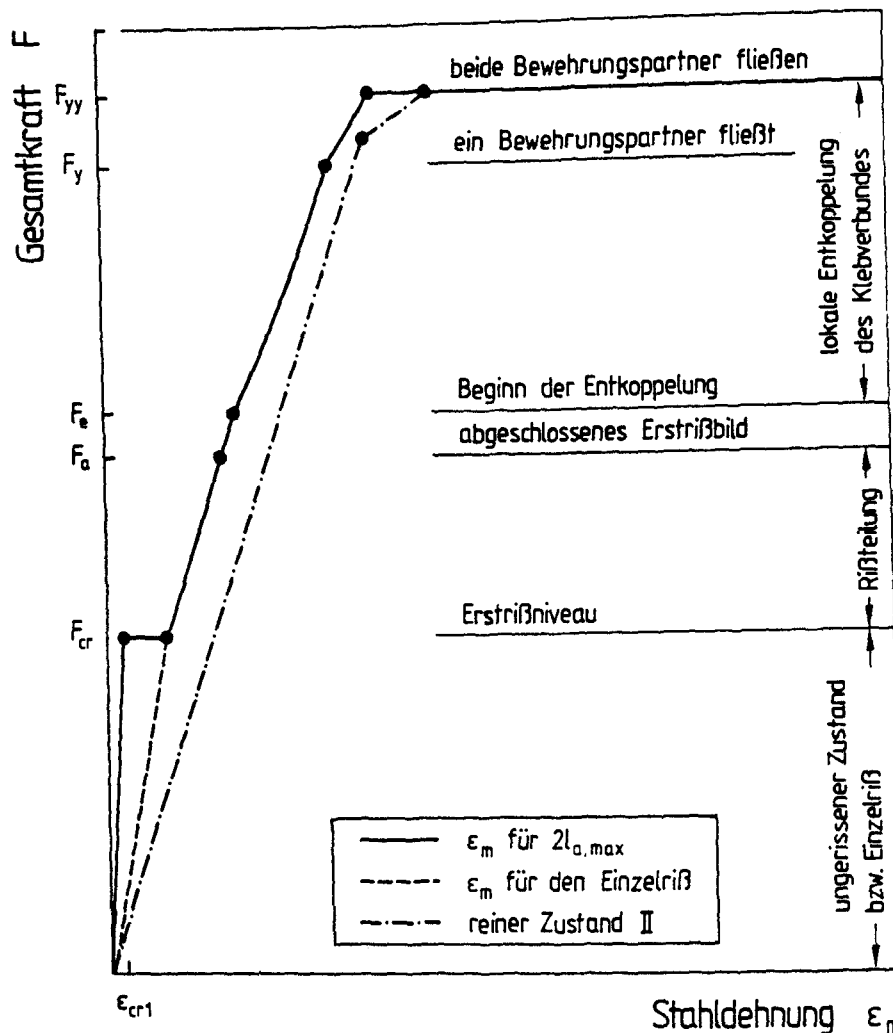


Bild 5.3: Kraft-Dehnungsverlauf bei gemischter Bewehrung (Modell)

1. und 2. Stadium:

Zunächst ist das Bauteil ungerissen oder weist einen oder mehrere bereits vorhandene Einzelrisse auf (1. Stadium). Abhängig von den Verbundeigenschaften und den Oberflächen-/Querschnittsflächenverhältnissen der Bewehrungspartner stellen sich beim Einzelriß mehr oder weniger voneinander unterschiedliche Einleitungslängen l_s und l_ℓ ein.

Bei Erreichen der Rißkraft F_{cr} beginnt die Erstrißbildung (2. Stadium). Die Dehnungen im Riß sowie die Einleitungslängen sind voneinander verschieden. Mit steigender Kraft überschneiden sich die größeren Einleitungslängen bereits. Die Spannungsdifferenz zwischen Riß und Ende der Einleitungslänge wird bei der Bewehrung mit der großen Einleitungslänge geringer, die Spannungsdifferenz des anderen Bewehrungsstranges entsprechend größer. Beide

Partner zusammen bauen die Betonzugfestigkeit f_{ct} zwischen den Rissen auf. Die Zusammenhänge lauten:

$$F_{cr} = A_c f_{ct} (1 + n_s \mu_s + n_\ell \mu_\ell)$$

$$\Delta F_{cr} = A_c f_{ct} = \Delta F_s + \Delta F_\ell \quad (5.13)$$

$$\Delta F_s = U_s \tau_{sm} l_s \quad (5.14)$$

$$\Delta F_\ell = b_\ell \tau_{\ell m} l_\ell \quad (5.15)$$

mit A_c , der Betonzugfläche sowie τ_{sm} und $\tau_{\ell m}$, den mittleren Verbundspannungen.

Die mittleren Stahldehnungen lassen sich wie folgt ausdrücken

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1} + (1 - \beta_s) \frac{\Delta F_s}{E_s A_s} \quad (5.16)$$

$$\epsilon_{\ell m} = \epsilon_{\ell 1} + (1 - \beta_\ell) \frac{\Delta F_\ell}{E_\ell A_\ell} \quad (5.17)$$

mit β_s und β_ℓ , den von der Form des Spannungsverlaufs abhängigen Integrationsfaktoren. Die mittleren Dehnungen sind ebenfalls verschieden voneinander, da sie auf ihre Basislängen l_s und l_ℓ bezogen sind. Unter der Annahme gleich großer Relativverschiebungen s_ℓ und s_s im RiB, also gleicher RiBbreiten, lassen sich die Einzelstränge koppeln. Die Verträglichkeitsbedingung lautet:

$$l_s (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = l_\ell (\epsilon_{\ell m} - \epsilon_{cm}) \quad (5.18)$$

Für das RiBkraftniveau wird in der Literatur unter der Annahme $\epsilon_{s1} = \epsilon_{\ell 1} \approx 0$, $\beta_s = \beta_\ell$ und $\Delta F_s \approx F_s$ sowie $\Delta F_\ell \approx F_\ell$ der Zusammenhang der Dehnungen im RiB angegeben. Aus den Gln.(5.13) bis (5.18) folgt:

$$\epsilon_{\ell r2} = \epsilon_{sr2} \sqrt{\xi_1} \quad (5.19)$$

mit

$$\xi_1 = \frac{\tau_{\ell m} E_s d_s}{\tau_{sm} E_\ell 4 h_\ell} \quad (5.20)$$

Bei Erreichen der Kraft F_a ist das Erstrißbild abgeschlossen. Hierzu gehört die maximale gemeinsame Einleitungslänge $l_{a,max}$:

$$l_{a,max} = \frac{A_c f_{ct}}{U_s \tau_{sm} + b_\ell \tau_{\ell m}} = \frac{A_c f_{ct} d_s E_s}{4 \tau_{sm} (E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1)} \quad (5.21)$$

Unter der Annahme konstanter, nicht beanspruchungsabhängiger, mittlerer Verbundspannungen entspricht das abgeschlossene Erstrißbild gleichzeitig dem abgeschlossenen Rißbild. Entsprechend Abschnitt 4 kann $\tau_{\ell m} = \tau_{\ell 1}/1,8 \approx 1,25 f_{ctm}$ und $\tau_{sm} = 1,8 f_{ctm}$ nach /19/ angenommen werden.

Für den Übergangsbereich, $F_{cr} < F \leq F_a$, wird in /63/ eine vergleichsweise aufwendige Formel zur Bestimmung der maximalen Rißbreite angegeben. Ein deutlich einfacher zu handhabendes Ingenieurmodell ergibt sich, wenn die mittleren Dehnungen über den gesamten Beanspruchungsbereich auf die gemeinsame Basislänge $l_{a,max}$ bezogen ausgedrückt werden. Unter Verwendung der Gln.(5.13) bis (5.21) lassen sich folgende Beziehungen für die mittleren Dehnungen herleiten:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{\ell m} = \frac{F}{E_s A_s + E_\ell A_\ell} \left(1 - \beta \frac{\Delta F}{F} \right) \quad (5.22)$$

$$\varepsilon_{cm} \approx \beta \frac{\Delta F}{E_c A_c} \quad (5.23)$$

mit

$$\beta = \frac{\beta_s E_s A_s + \beta_\ell E_\ell A_\ell \xi_1}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \quad (5.24)$$

Für gleiche Integrationsfaktoren β_s und β_ℓ ergibt sich aus Gl.(5.24) $\beta = \beta_s = \beta_\ell$.

Die maximale Rißbreite errechnet sich mit

$$w_{\max} = 2 l_{a,\max} (\varepsilon_m - \varepsilon_{cm}) \quad (5.25)$$

mit $l_{a,\max}$, ε_m und ε_{cm} entsprechend den Gln.(5.21) bis (5.23).

Um die Aufteilung der Kräfte im Riß zu bestimmen, ist zunächst die Kraft F_a , bei der sich $l_{a,\max}$ einstellt, zu bestimmen.

Für den Fall, daß $l_\ell > l_s$ ist, gilt:

$$F_{sa2} = F_{sa1} + \Delta F_{sa} = n_s f_{ct} A_s + \Delta F_{cr} \frac{E_s A_s}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \quad (5.26)$$

$$F_{\ell a2} = n_\ell f_{ct} A_\ell + \beta_\ell \Delta F_{cr} \frac{E_\ell A_\ell \xi_1}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} + (1-\beta_s) \Delta F_{cr} \frac{E_\ell A_\ell}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \quad (5.27)$$

Für $\beta_s = \beta_\ell = 0,5$ vereinfacht sich Gl.(5.27). Man erhält:

$$F_{\ell a2} = n_\ell f_{ct} A_\ell + \Delta F_{sa} \frac{E_\ell A_\ell}{E_s A_s} \frac{1 + \xi_1}{2} \quad (5.28)$$

Aus der Kraftgleichgewichtsbedingung

$$F_a = F_{sa2} + F_{\ell a2}$$

folgt mit den Gln.(5.26) und (5.28) der Ausdruck zur Bestimmung der Kraft F_a :

$$F_a = f_{ct} (n_s A_s + n_\ell A_\ell) + \Delta F_{sa} \left[1 + \frac{E_\ell A_\ell}{E_s A_s} \frac{1 + \xi_1}{2} \right] \quad (5.29)$$

Für $F \leq F_{cr}$ beim Einzelriß sowie $F_{cr} < F \leq F_a$ lassen sich die Kräfte im Riß mit ausreichender Genauigkeit durch folgende Gleichungen bestimmen:

$$F_{\ell 2} = \frac{F_{\ell a 2}}{F_a} F \quad (5.30)$$

$$F_{s 2} = \frac{F_{s a 2}}{F_a} F \quad (5.31)$$

3. Stadium:

Für Kräfte größer als F_a (3. Stadium) verändert sich die Einleitungslänge nicht mehr. Die Kraftdifferenzen zwischen Riß und Ende der Einleitungslänge bleiben konstant und betragen $\Delta F = A_c f_{ct}$ mit:

$$\Delta F_s = \Delta F_{sa} = A_c f_{ct} \frac{E_s A_s}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \quad (5.32)$$

$$\Delta F_\ell = \Delta F_{\ell a} = A_c f_{ct} \frac{E_s A_s \xi_1}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \quad (5.33)$$

Die Kräfte $F_{s 2}$ und $F_{\ell 2}$ im Riß können aus den Gln.(5.32) und (5.33) sowie aus der Verträglichkeitsbedingung bestimmt werden. Für $\beta_s = \beta_\ell = \beta$ lauten sie:

$$F_{\ell 2} = \frac{E_\ell A_\ell}{E_s A_s + E_\ell A_\ell} \left(F - \beta A_c f_{ct} \frac{E_s A_s (1 - \xi_1)}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \right) \quad (5.34)$$

$$F_{s 2} = \frac{E_s A_s}{E_s A_s + E_\ell A_\ell} \left(F + \beta A_c f_{ct} \frac{E_\ell A_\ell (1 - \xi_1)}{E_s A_s + E_\ell A_\ell \xi_1} \right) \quad (5.35)$$

Die Gln. (5.32) bis (5.35) gelten nur bis zur Kraft F_a , bei der die Ausbildung vom Riß ausgehender Zonen entkoppelten Laschenverbundes beginnt. Dies

ist der Fall, wenn die Relativverschiebung im RiB größer als s_{l0} ist. Auf die Ermittlung der zur beginnenden Entkopplung gehörenden Laschenkraft wurde bei Herleitung des Entkopplungskriteriums im Abschnitt 4 eingegangen. Sie läßt sich etwa ermitteln mit:

$$F_{le2} = \frac{F_{lu}^2 + \Delta F_{la}^2}{2 \Delta F_{la}} \quad (5.36)$$

mit ΔF_{la} nach Gl.(5.33) und F_{lu} , der rechnerischen Verbundbruchkraft

$$F_{lu} = A_l \sqrt{\frac{2 G_F E_l (1+n_l \mu_l)}{h_l}} \quad (5.37)$$

Die zugehörige Gesamtkraft F_e im RiB ergibt sich aus Gl.(5.34):

$$F_e = F_{le2} \left(1 + \frac{E_s A_s}{E_l A_l} \right) + \beta A_c f_{ct} \frac{E_s A_s (1 - \xi_1)}{E_s A_s + E_l A_l \xi_1} \quad (5.38)$$

Sonderfall:

An dieser Stelle muß auf einen möglichen Sonderfall hingewiesen werden. In Fällen stark unterschiedlicher Oberflächen-/Querschnittsflächenverhältnisse der Bewehrungspartner (dünne Stäbe und dicke Laschen) kann es zur Klebverbundentfestigung kommen, bevor sich die gemeinsame Einleitungslänge $l_{a,max}$ eingestellt hat, Bild 5.4. Mit Hilfe der Gln.(5.36) und (5.37) sowie der Verträglichkeitsbedingung können die Kräfte und die maximale Einleitungslänge $l_{a,max}$ bei Erreichen des abgeschlossenen RiBbildes hergeleitet werden. Hier ist ΔF noch gleich $(A_c f_{ct})$. Der Formelapparat vereinfacht sich, wenn statt des abgeknickten Laschenspannungsverlaufs ein linearer Verlauf zwischen den Punkten 1 und 2 angenommen wird (strichpunktierte Linie im Bild 5.4).

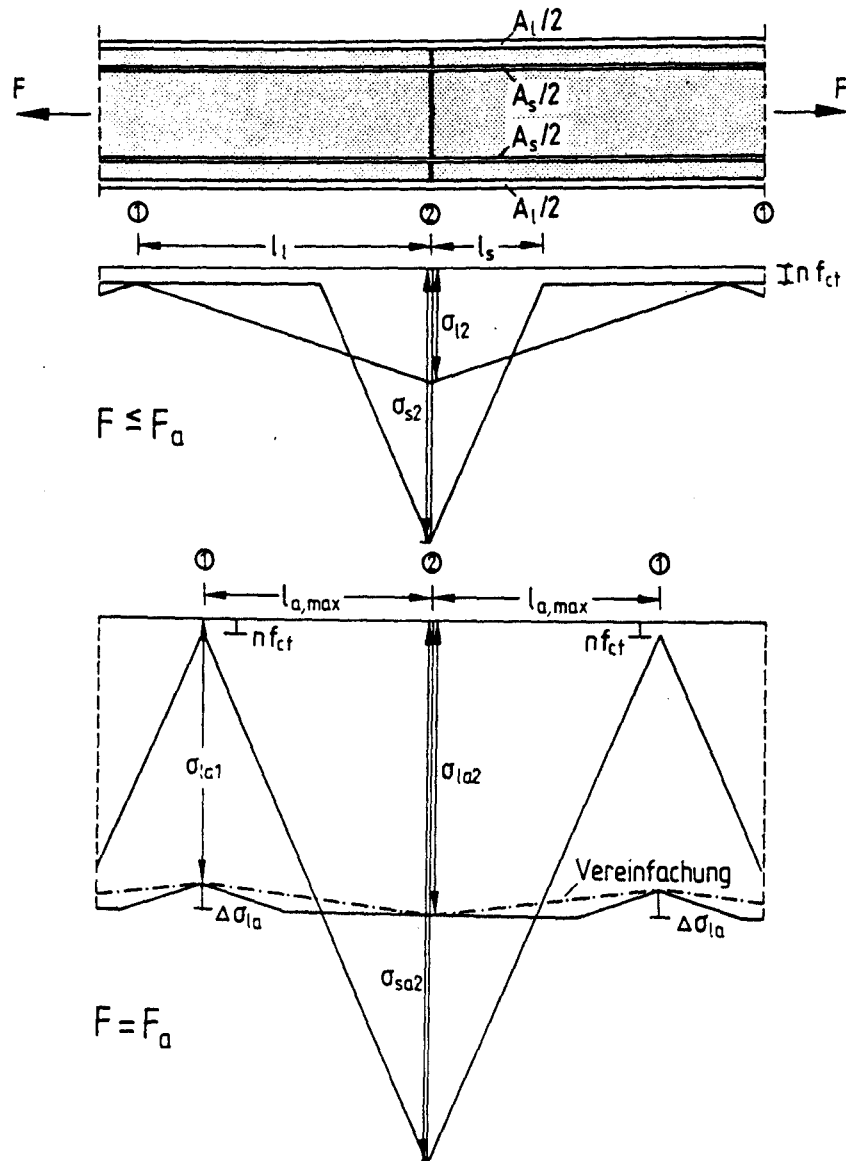


Bild 5.4: Stahlspannungsverlauf für Klebverbundentkoppelung vor Erreichen des abgeschlossenen Ribbildes

So ergibt sich für $\beta = \beta_s = \beta_\ell = 0,5$:

$$\Delta F_{sa} = \frac{1}{2} A_c f_{ct} + n_s f_{ct} A_s - \sqrt{\left(\frac{1}{2} A_c f_{ct} + n_s f_{ct} A_s \right)^2 - F_{\ell u}^2 \frac{E_s A_s}{E_\ell A_\ell}} \quad (5.39)$$

$$\Delta F_{\ell a} = \frac{1}{2} A_c f_{ct} - n_s f_{ct} A_s - \sqrt{\left(\frac{1}{2} A_c f_{ct} + n_s f_{ct} A_s \right)^2 - F_{\ell u}^2 \frac{E_s A_s}{E_\ell A_\ell}} \quad (5.40)$$

$$l_{a,max} = \frac{\Delta F_{sa}}{U_s \tau_{sm}} = \frac{d_s}{4 A_s \tau_{sm}} \Delta F_{sa} \quad (5.41)$$

$$F_{sa2} = n_s f_{ct} A_s + \Delta F_{sa} \quad (5.42)$$

$$F_{la2} = n_l f_{ct} A_l + \frac{1}{2} A_c f_{ct} + \frac{1}{2} \Delta F_{sa} \left[\frac{E_l A_l}{E_s A_s} - 1 \right] \quad (5.43)$$

$$F_a = F_{sa2} + F_{la2} = f_{ct} (n_s A_s + n_l A_l) + \frac{1}{2} A_c f_{ct} + \frac{1}{2} \Delta F_{sa} \left[\frac{E_l A_l}{E_s A_s} + 1 \right] \quad (5.44)$$

Für Kräfte $F \leq F_a$ können die mittlere Dehnung, die maximale Rißbreite sowie die Kräfte im Riß mit den Gln.(5.22) bis (5.25) sowie den Gln.(5.30) und (5.31) ermittelt werden.

Um zu erfassen, ob $l_{a,max}$ entsprechend Gl.(5.21) oder Gl.(5.41) maßgeblich ist, d.h. lokale Zerstörung des Klebverbundes vor oder nach Erreichen des abgeschlossenen Rißbildes auftritt, ist es sinnvoll durch Gleichsetzen der Gln.(5.21) und (5.41) vorab den maßgeblichen Fall zu ermitteln. Man erhält:

$$\text{grenz } F_{lu} = A_c f_{ct} \frac{E_l A_l}{E_s A_s + E_l A_l \xi_1} \sqrt{\xi_1} \quad (5.45)$$

Ist $F_{lu} \geq \text{grenz } F_{lu}$ kann sich das abgeschlossene Rißbild einstellen, bevor die Zerstörung des Klebverbundes beginnt. Die Berechnung entsprechend den Gl.(5.21 ff.) ist maßgebend.

Ist $F_{lu} < \text{grenz } F_{lu}$, erfolgt die Ermittlung der maximalen Rißbreite mit den Gln.(5.22) bis (5.24) sowie (5.25), wobei $l_{a,max}$ entsprechend Gl.(5.41) einzusetzen ist. Die Kraftaufteilung im Riß kann mit Hilfe der Gln.(5.30) und (5.31) ermittelt werden, wobei F_{sa2} , F_{la2} und F_a aus den Gln.(5.42) bis (5.45) zu berechnen sind. Für Kräfte $F > F_a$ ist Entkopplung zu berücksichtigen (s. 4. Stadium).

4. Stadium:

Im 4. Stadium, $F_e < F < F_y$, tritt zunehmend Klebverbundentkopplung auf. F_y bezeichnet die Kraft, bei der einer der beiden Bewehrungspartner im RiB die Fließgrenze erreicht. Da das RiBbild bereits abgeschlossen ist, gilt für die zwischen den Rissen in der wirksamen Betonzugfläche A_c aufgebaute Betonzugkraft

$$\Delta F = \Delta F_{sa} + \Delta F_\ell < A_c f_{ct} \quad (5.46)$$

mit ΔF_{sa} nach Gl.(5.32) bzw. Gl.(5.39) und ΔF_ℓ abhängig von der Laschenkraft $F_{\ell 2}$ im RiB.

Für eine gewählte Laschenkraft $F_{\ell 2}$ im RiB kann die zugehörige Differenzkraft ΔF_ℓ mit folgender Gleichung näherungsweise ermittelt werden:

$$\Delta F_\ell = F_{\ell 2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{F_{\ell u}}{F_{\ell 2}} \right)^2} \right] \quad (5.47)$$

Aus der Verträglichkeitsbedingung erhält man die Betonstahlkraft im RiB, wenn wiederum vereinfachend ein linearer Spannungsverlauf zwischen den Punkten 1 und 2, Bild 5.4, und somit $\beta_\ell = 0,5$ angenommen wird.

$$F_{s2} = \frac{E_s A_s}{E_\ell A_\ell} (F_{\ell 2} - 0,5 \Delta F_\ell) + \beta_s \Delta F_{sa} \quad (5.48)$$

Mit $F = F_{s2} + F_{\ell 2}$ und ΔF aus Gl.(5.46) können nun ϵ_m , ϵ_{cm} und w_{max} mittels der Gln.(5.22) bis (5.25) errechnet werden.

Bei Erreichen der Kraft F_y ist zunächst festzustellen, welcher Bewehrungspartner zuerst seine Streckkraft erreicht. Dies kann durch Gegenüberstellung der mittleren Stahldehnungen geschehen.

$$\epsilon_{lym} = \frac{1}{E_\ell A_\ell} (F_{\ell yk} - 0,5 \Delta F_\ell) \quad (5.49)$$

mit $F_{\ell yk} = f_{\ell yk} A_{\ell}$ und ΔF_{ℓ} nach Gl.(5.47), wobei für $F_{\ell 2}$ hier die Streckkraft $F_{\ell yk}$ einzusetzen ist.

$$\varepsilon_{\text{sym}} = \frac{1}{E_s A_s} (F_{\text{syk}} - \beta_s \Delta F_{\text{sa}}) \quad (5.50)$$

mit $F_{\text{syk}} = f_{\text{syk}} A_s$ und ΔF_{sa} nach Gl.(5.32) bzw. Gl.(5.39). Der kleinere Wert der beiden mittleren Dehnungen zeigt an, welcher Bewehrungsstrang zuerst fließt.

Die Gesamtkraft F_y beträgt

$$F_y = F_{\ell yk} + F_{s2} \quad (5.51)$$

bzw.

$$F_y = F_{\text{syk}} + F_{\ell 2} \quad (5.52)$$

mit F_{s2} und $F_{\ell 2}$, den aus der Verträglichkeitsbedingung resultierenden jeweils zugehörigen Kräften im Riß. Für den ersten Fall, d.h. die Laschenbewehrung fließt zuerst, kann die zugehörige Kraft F_{s2} aus Gl.(5.48) bestimmt werden, wobei für $F_{\ell 2}$ hier $F_{\ell yk}$ einzusetzen ist. Für den zweiten Fall, d.h. die Innenbewehrung fließt zuerst, ergibt sich ΔF_{ℓ} aus den Gl.n.(5.49) und (5.50) sowie der Beziehung

$$F_{\ell 2} = \frac{F_{\ell u}^2 + \Delta F_{\ell}^2}{2 \Delta F_{\ell}} \quad (5.53)$$

zu

$$\Delta F_{\ell} = \frac{E_s A_s}{E_{\ell} A_{\ell}} \frac{F_{\ell u}^2}{2(F_{\text{syk}} - \beta_s \Delta F_{\text{sa}})} \quad (5.54)$$

Mit ΔF_{ℓ} nach Gl.(5.54) kann aus Gl.(5.53) die Kraft $F_{\ell 2}$ errechnet werden.

5. Stadium:

Im 5. Stadium, $F_y < F \leq F_{yy}$, ist die Dehnung des einen Bewehrungsstranges im RiB größer als die Streckdehnung. Im anderen Bewehrungspartner ist die Streckkraft noch nicht erreicht. Unter der Kraft

$$F_{yy} = F_{syk} + F_{lyk} \quad (5.55)$$

erreichen beide Bewehrungen die Fließgrenze. Die mittlere Stahldehnung unter der Kraft F_{yy} beträgt ϵ_{lym} nach Gl.(5.49) bzw. ϵ_{sym} nach Gl.(5.50). Hierbei wird vorausgesetzt, daß für beide Bewehrungen bilineare σ - ϵ -Linien entsprechend Abschnitt 2 angenommen werden können.

Zur Überprüfung des zuvor erläuterten Ingenieurmodells wird zunächst ein Vergleich mit einer genaueren, mit schrittweiser Integration unter Verwendung der in /18/ (Innenbewehrung) und in Abschnitt 3 (Lasche) angegebenen Verbundansätze durchgeführten, Berechnung angestellt. Hierzu werden drei Beispiele berechnet. Die Berechnung mit schrittweiser Integration wird dabei für verschiedene RiBabstände durchgeführt, siehe auch Abschnitt 4. Für alle Beispiele wurden folgende Eingangswerte angenommen.

Beispiele 3 - 5:

$$\begin{aligned} b &= 500 \text{ mm}, h = 150 \text{ mm}, f_{ct} = f_{ctm} = 2,4 \text{ MPa}, E_c = 31,7 \text{ GPa} \\ d_s &= 10 \text{ mm}, A_s = 314 \text{ mm}^2, E_s = 200 \text{ GPa}, A_\ell = 1200 \text{ mm}^2, E_\ell = 200 \text{ GPa} \\ \tau_{\ell 1} &= 5,4 \text{ MPa}, s_{\ell 1} = 0,023 \text{ mm}, s_{\ell 0} = 0,127 \text{ mm}, G_F = 0,343 \text{ N/mm} \\ \tau_{\max} &= 10 \text{ MPa}, s_1 = 0,6 \text{ mm}, s_2 = 0,6 \text{ mm}, s_3 = 1,0 \text{ mm}, \alpha = 0,4 \\ \tau_f &= 0,15 \tau_{\max}, \beta = \beta_s = \beta_\ell = 0,5 \end{aligned}$$

Die Beispiele unterscheiden sich lediglich im Verhältnis der Laschenbreite zur Laschendicke.

$$\text{Beispiel 3: } b_\ell = 200 \text{ mm}, h_\ell = 6 \text{ mm}$$

$$\text{Beispiel 4: } b_\ell = 400 \text{ mm}, h_\ell = 3 \text{ mm}$$

$$\text{Beispiel 5: } b_\ell = 100 \text{ mm}, h_\ell = 12 \text{ mm}$$

Die Ergebnisse des rechnerischen Vergleichs sind im Anhang in den Bildern A14 bis A25 dargestellt. Für die doppelte maximale Einleitungslänge $2 \cdot l_{a,\max}$ ergaben sich folgende Ergebnisse:

Beispiel	$2 \cdot l_{a,max}$	
	schrittzw. Integration	Ingenieurmodell
	mm	mm
3	360	314
4	206	206
5	530	550

Die Übereinstimmung von Ingenieurmodell und genauerer elektronischer Berechnung ist gut. Insbesondere können die aus der Klebverbundentkopplung resultierenden Effekte hinreichend genau durch das Ingenieurmodell erfaßt werden.

5.3.3 Ermittlung der Bauteildehnungen bei gemischter Bewehrung

Unter den in Abschnitt 4 getroffenen vereinfachenden Annahmen läßt sich bei Heranziehung der in Abschnitt 5.3.2 zur Ermittlung der maximalen Rißbreite durchgeführten Herleitungen auch für die Berechnung der mittleren Dehnungen eines verstärkten Zuggliedes mit gemischter Bewehrung ein Ingenieurmodell angeben, Bild 5.5.

Die Erstrißkraft beträgt:

$$F_{cr} = A_c f_{ct} (1 + n_s \mu_s + n_\ell \mu_\ell)$$

Die zugehörige mittlere Dehnung des ungerissenen Zustandes folgt aus:

$$\epsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (5.56)$$

Der Endrißabstand variiert zwischen $l_{a,max}$ und $2 \cdot l_{a,max}$. Der mittlere Endrißabstand s_{rm} kann zu

$$s_{rm} = 2 \cdot \frac{2}{3} l_{a,max} = \frac{4}{3} l_{a,max} \quad (5.57)$$

angenommen werden /18/. Die maximale gemeinsame Einleitungslänge $l_{a,max}$ ergibt sich aus Gl.(5.21) bzw. (5.41). Die Entscheidung, welche der beiden Gleichungen maßgeblich ist, wird mit Hilfe von Gl.(5.37) und dem Entfestigungskriterium Gl.(5.45) getroffen.

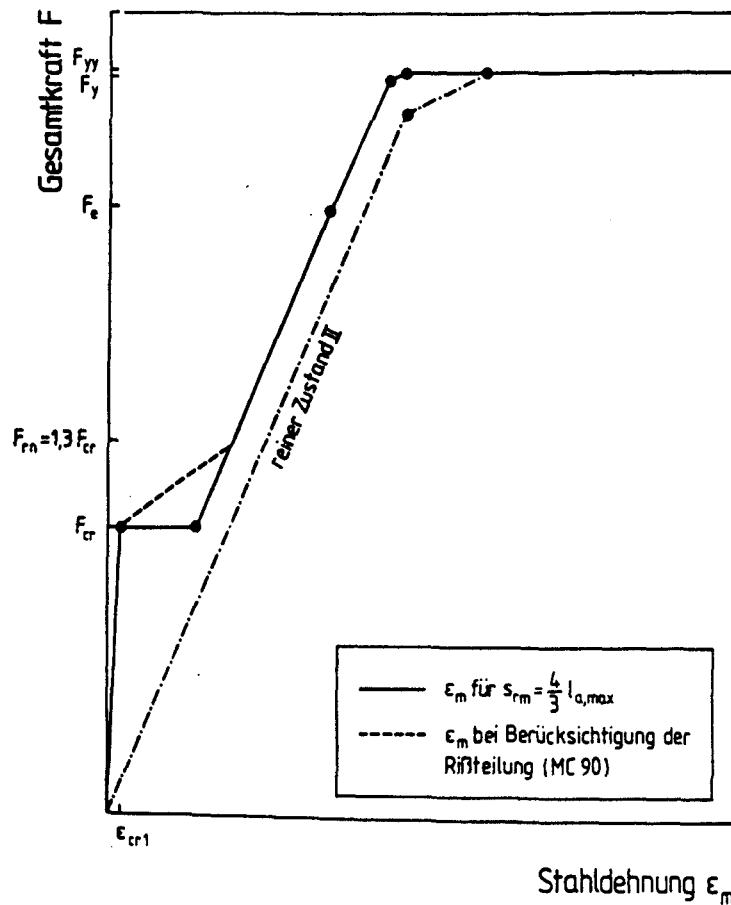


Bild 5.5: Kraft-Dehnungsverlauf eines Zuggliedes bei gemischter Bewehrung (Modell)

Unter der vereinfachenden Annahme, daß das Bauteil bereits auf dem Erststößkraftniveau vom ungerissenen in den Endrißzustand übergeht, gilt für $F > F_{cr}$ die Gl.(5.22):

$$\epsilon_m = \epsilon_{sm} = \epsilon_{lm} = \frac{F}{E_s A_s + E_l A_l} \left(1 - \beta \frac{\Delta F}{F} \right)$$

mit

$$\Delta F = \frac{2}{3} f_{ct} A_c \quad \text{für } F < F_e$$

Im CEB-FIP-Model Code 1990 /18/ wird die beanspruchungsabhängige RiBteilung berücksichtigt, indem angenommen wird, daß sich die volle RiBteilung mit Erreichen des mittleren EndriBabstands s_{rm} erst unter der Kraft $F_{rn} \approx 1,3 F_{cr}$ einstellt. Für die mittlere Dehnung wird zwischen F_{cr} und F_{rn} vereinfachend ein linearer Zusammenhang angenommen, Bild 5.5. Als Gleichung ausgedrückt, gilt so für gemischte Bewehrung:

$$\epsilon_m = \epsilon_{cr} + \frac{F - F_{cr}}{F_{rn} - F_{cr}} \left(\frac{F_{rn} - \beta \Delta F}{E_s A_s + E_l A_l} - \epsilon_{cr} \right) \quad (5.58)$$

mit

$$\Delta F = \frac{2}{3} f_{ct} A_c$$

Bis zum Erreichen der Kraft F_e , bei der Entkopplung beginnt, beträgt $\Delta F = 0,67 f_{ct} A_c$. Für größere Kräfte nimmt ΔF ab. Die Differenzkräfte der beiden Bewehrungen ergeben sich zu

$$\Delta F_{se} = U_s \tau_{sm} \frac{2}{3} l_{a,max} \quad (5.59)$$

$$\Delta F_{le} = b_l \tau_{lm} \frac{2}{3} l_{a,max} \quad (5.60)$$

Die Laschenkraft F_{le2} im RiB läßt sich aus Gl.(5.53) ermitteln, indem für ΔF_l in die Formel ΔF_{le} nach Gl.(5.60) eingesetzt wird.

Die zugehörige Kraft F_{se2} in der Innenbewehrung folgt aus der Verträglichkeitsbedingung. Man erhält sie aus Gl.(5.48), wobei F_{le2} , ΔF_{le} und ΔF_{se} einzusetzen ist. Die Gesamtkraft F_e ist dann

$$F_e = F_{se} + F_{le}$$

Die Aufteilung der Kräfte kann vereinfachend durch folgende Gleichungen bestimmt werden.

$$F_{s2} = \frac{F_{se2}}{F_e} F$$

$$F_{\ell 2} = \frac{F_{\ell e2}}{F_e} F$$

Für Kräfte $F > F_e$ kann analog zu Abschnitt 5.3.2 vorgegangen werden, wobei ΔF_{se} nach Gl.(5.59) einzusetzen ist.

Wie auch in Abschnitt 5.3.2 wird das vorstehende Ingenieurmodell mit den Ergebnissen einer genaueren elektronischen Berechnung verglichen. Der Vergleich erfolgt wiederum anhand der Beispiele 3 - 5. Die Ergebnisse sind im Anhang in den Bildern A26 bis A34 dargestellt. Die Übereinstimmung ist über den gesamten Beanspruchungsbereich gut.

5.3.4 Überprüfung des Ingenieurmodells anhand von Versuchen

Zur Überprüfung des in den Abschnitten 5.3.2 und 5.3.3 entwickelten Ingenieurmodells zum Zusammenwirken sind Dehnkörperversuche mit Betonstahl- und Klebbewehrung geeignet. Nach Kenntnis des Verfassers wurden solche Versuche nur von Rostásy und Ranisch durchgeführt /103,106/. Allerdings wurde auch hier auf die Messung des Dehnungsverlaufs zwischen den Rissen verzichtet. Dies ist jedoch für den experimentellen Nachweis einer Verbundentkopplung zwischen den Rissen notwendig.

Die Verifizierung erfolgt daher exemplarisch anhand des Versuchs BT1, eines mit 4 Stäben, $d_s = 10 \text{ mm}$ und mit 2 GFK-Laschen, $b_\ell \times h_\ell = 100 \times 10 \text{ mm}^2$ verstärkten Dehnkörpers mit den Querschnittsabmessungen $b \times h = 500 \times 150 \text{ mm}^2$ /103/. Als wirksame Betonzugfläche erhält man nach /110/ $A_{c,ef} = 61100 \text{ mm}^2$. Mit $E_s = 200 \text{ GPa}$, $E_\ell = 30 \text{ GPa}$, $E_c = 35 \text{ GPa}$, $f_{syk} = 418 \text{ MPa}$ und einer Betonzugfestigkeit von $f_{ct} \approx 2 \text{ MPa}$ /78/ ergeben sich die in den Bildern 5.6 bis 5.9 den Versuchsergebnissen gegenübergestellten Kurven. Im Unterschied zu /78/ wurde dabei für den Betonstahl die vollständige σ - ϵ -Linie bis zum Er-

reichen der Zugfestigkeit $f_t = 510 \text{ MPa}$ berücksichtigt. Man erkennt, daß das Ingenieurmodell die Versuchsergebnisse gut beschreibt. Weiterhin wird die Aufteilung der Kräfte im RiB im Versuch HV4 /106/ der rechnerisch ermittelten gegenübergestellt, Bild 5.10. Der hinsichtlich der Körperabmessungen und der Betonstahlbewehrung mit BT1 übereinstimmende Versuchskörper war mit 2 Stahllaschen, $b_l \times h_l = 100 \times 6 \text{ mm}^2$ verstärkt. Die Streckgrenze der Laschen betrug $f_{ly} = 326 \text{ MPa}$. Aufgrund der unterschiedlichen Oberflächen-/Querschnittsflächenverhältnisse und Verbundeigenschaften ergibt sich der Faktor ξ_1 zu 0,29. Aus Bild 5.10 ist ersichtlich, daß das Modell in der Lage ist, die Kraftaufteilung zutreffender als bei rein geometrischer Aufteilung zu beschreiben.

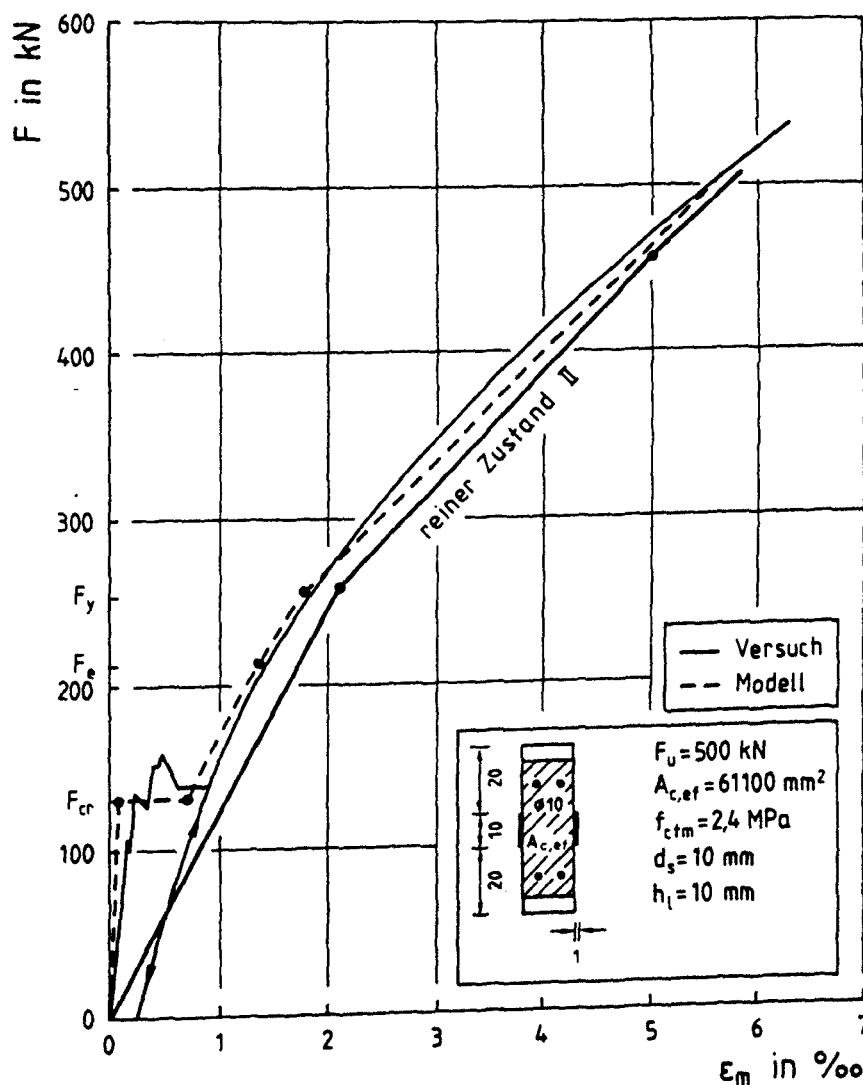
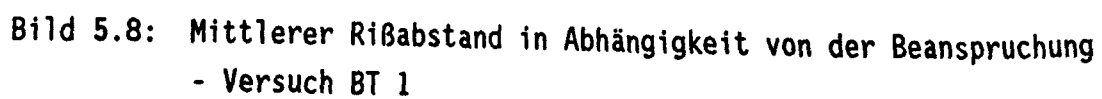
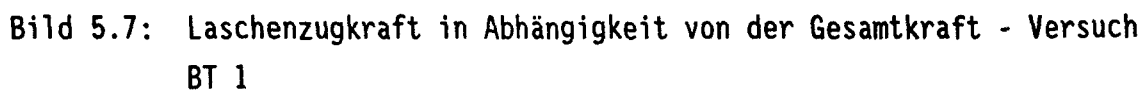


Bild 5.6: Kraft-Dehnungslinie - Versuch BT 1



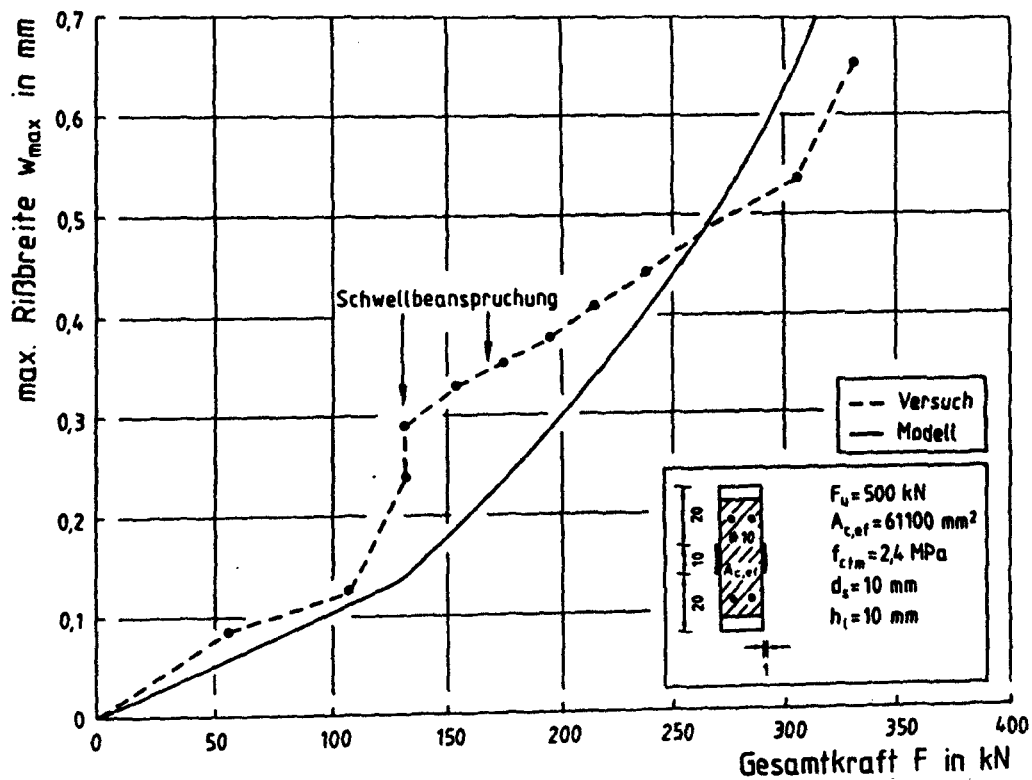


Bild 5.9: Maximale Rißbreite in Abhängigkeit von der Last (vorgekerbter Trennriß) - Versuch BT 1

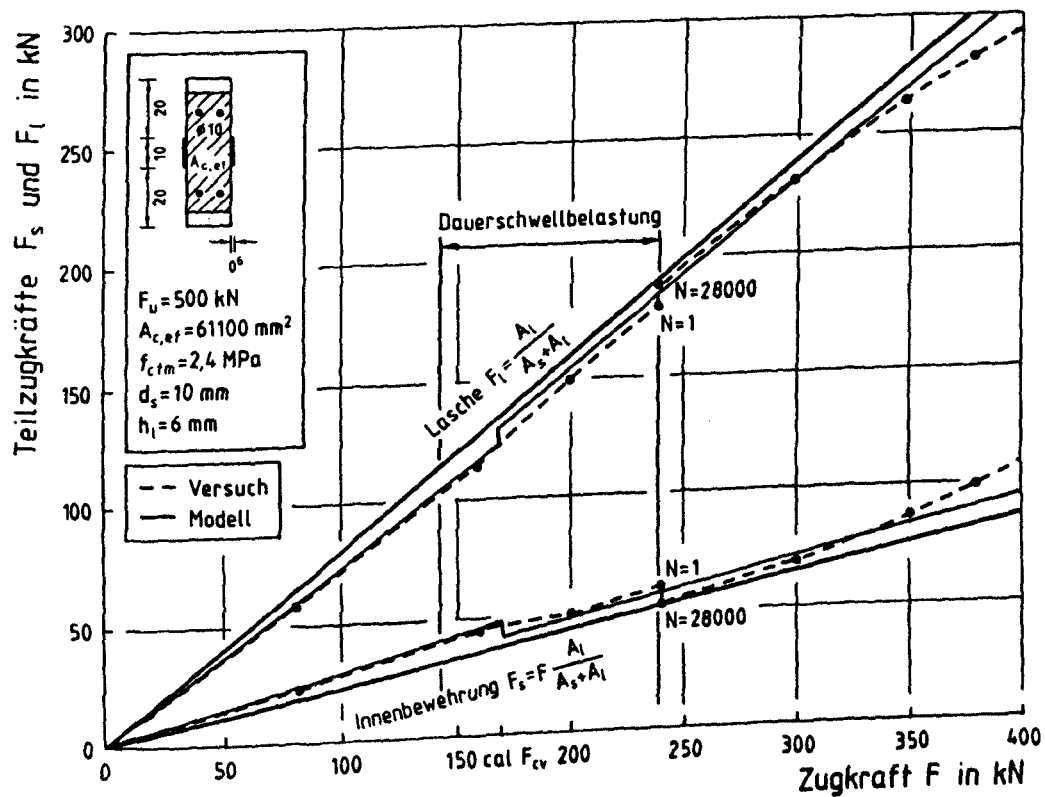


Bild 5.10: Kraftanteile von Laschen und Bewehrung beim Versuch HV 4 - Vergleich Versuch und Modell

5.4 Zusammenfassung

Nachdem für das Verbundsystem Stahlbeton + Klebelasche die gekoppelten Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes hergeleitet wurden und erläutert wurde, daß eine geschlossene analytische Lösung des Differentialgleichungssystems z.Zt. nicht bekannt ist, wird im Abschnitt 5.3 ein Ingenieurmodell zur Erfassung des Zusammenwirkens im verstärkten Zugglied entwickelt. Das entwickelte Modell wird anhand einiger Beispiele mit den Ergebnissen, die aus einer elektronischen Berechnung mit Hilfe der Methode der schrittweisen Integration gewonnen wurden, verglichen. Die Computerberechnung erfolgte dabei unter Annahme eines Verbundansatzes gemäß MC 90 /18/ für die Innenbewehrung sowie eines bilinearen Ansatzes gemäß Abschnitt 3 für die geklebte Bewehrung. Das Ingenieurmodell beschreibt die Rechenergebnisse ausreichend gut.

Das Ingenieurmodell orientiert sich an der Formulierung für Innenbewehrung im CEB-FIP-Model Code 1990, geht also von konstanten mittleren Verbundspannungen für die Innen- und Klebbewehrung sowie gleichen Relativverschiebungen im Riß aus. Die Herleitungen sind so formuliert, daß auch Bewehrungen mit unterschiedlichen E-Moduln (z.B. Stahl und GFK) berücksichtigt werden können.

Gegenüber den im Abschnitt 4 für verstärkte Betonbauteile ohne Innenbewehrung studienhalber durchgeführten Herleitungen werden zwei weitere Vereinfachungen eingeführt. Die eine besteht in der Annahme gleicher und konstanter Integrationsfaktoren für Innenbewehrung und Lasche zur Beschreibung der Form des Spannungsverlaufs bis zum Beginn einer möglicherweise auftretenden partiellen Zerstörung des Klebverbundes, die andere in der Annahme eines linearen Spannungsverlaufs in der geklebten Bewehrung vom Riß zum Ende der Einleitungslänge.

Das Ingenieurmodell berücksichtigt im Besonderen die geringe Duktilität des Klebverbundes, die im Verbundsystem zu einer partiellen Ablösung der geklebten Lamelle, ausgehend vom Trennriß, führen kann. Ein Entkopplungskriterium wird angegeben. Ob und wann Entkopplung auftritt, hängt u.a. vom Oberflächen-/Querschnittsflächenverhältnis der Bewehrungen, von den Anteilen der Bewehrung am Bewehrungsgrad sowie von der Größe der wirksamen

Betonzugfläche $A_{c,ef}$ ab. Über die Größe von $A_{c,ef}$ bei geklebter Bewehrung liegen z.Zt. keine gesicherten Kenntnisse vor. Deshalb wurde das Modell im wesentlichen aufgrund theoretischer Überlegungen mit als bekannt angenommener wirksamer Betonzugfläche entwickelt. Da geeignete Versuche an Dehnkörpern mit Messung der Dehnungsverläufe zwischen den Rissen nicht vorliegen, ist eine Verifizierung des Modells nur unvollständig möglich. Abschließend ist jedoch festzustellen, daß bei hohem Bewehrungsgrad und damit engem Rißabstand mit einer nennenswerten Zerstörung des Klebverbundes nicht zu rechnen ist.

In Bauteilen mit vorhandenem Einzelriß, in denen sich aber im übrigen kein ausgeprägtes Rißbild (z.B. durch Vorspannung) ausbilden kann, beträgt die maximale Laschenkraft im Riß die Verbundbruchkraft $F_{\ell U}$ entsprechend Gl.(5.37). Wird der Lasche rechnerisch eine größere Kraft zugewiesen, entzieht sie sich dieser Kraft durch Verbundentkopplung am Riß und damit verbundene Kraftumlagerung auf die Innenbewehrung. Durch eine schwingende Beanspruchung wird dieser Effekt verstärkt.

Das Ingenieurmodell erfaßt eine ggf. mögliche partielle Entkopplung oder kann im Umkehrschluß dazu verwendet werden, die Lasche so zu wählen, daß eine solche vermieden wird. Es ist auf zentrisch beanspruchte Zugglieder sowie auf Biegetragglieder im Bereich konstanter Momente anwendbar. Die Erweiterung des Modells, z.B. um einen weiteren Bewehrungsstrang oder auf die Berücksichtigung einer Vorlast oder auch auf die Berücksichtigung von Einflüssen aus dynamischer Beanspruchung, ist möglich.

6. NACHWEIS UND DURCHBILDUNG LASCHENVERSTÄRKTER BIEGETRAGGLIEDER

6.1 Einführung

In der Praxis sind es überwiegend Biegebauteile (Balken und Platten), die verstärkt werden müssen. Demgemäß wurden auch die meisten experimentellen Untersuchungen an Biegetraggliedern durchgeführt. Auf einige dieser Arbeiten wird im folgenden eingegangen. Die meisten der laschenverstärkten Balken sind ohne geklebte Schubbewehrung ausgeführt und zügig bis zum Bruch geprüft worden. Verschiedene Zielsetzungen (Querkrafttragfähigkeit, Biegesteifigkeit, Verhalten der Verankerung etc.) /48,73,72,53,55,54,99,16,83,82/ wurden verfolgt. Einige Untersuchungen befassen sich mit dem Verhalten bei schwingender Beanspruchung /68,97,77/. Über das Verhalten von Balken, die mit dünnen Lamellen aus Kohlefaserlaminaten verstärkt waren, wird in /57/ berichtet. Im Abschnitt 3.6 wurde gezeigt, daß sich durch Aufbringen von Anpreßdruck normal zur Klebschicht deutlich höhere Verbundbruchkräfte erzielen lassen. Von der Fa. HILTI wurden Versuche an Balken durchgeführt, bei denen die Laschenendverankerung mittels Dübel und Tellerfedern angepreßt war /44,85/.

Zum Verhalten von laschenbewehrten Balken, die außerdem mit geklebter Schubbewehrung verstärkt waren, liegen wenige Untersuchungen vor /68,124/. Zusätzlich können Untersuchungen der EMPA, der MPA Braunschweig und der TU München an laschenverstärkten Balken mit praxisnahen Abmessungen herangezogen werden. Diese Untersuchungen entstanden meist im Auftrag von Antragstellern zur Erlangung der Allgemeinen Bauaufsichtlichen Zulassung.

Zum Verhalten laschenverstärkter Platten gibt es nur wenige Arbeiten. Hier sind die an der TU Braunschweig durchgeführten Untersuchungen über Verstärkungen mit Stahllaschen /102/ und mit Laschen aus Glasfaserlaminaten /103,105/ zu nennen. Die Versuchsergebnisse zeigten, daß die Biege- und Querkrafttragfähigkeit durch die Anordnung von geklebter Bewehrung erheblich gesteigert werden kann. Infolge guten Rißverhaltens sind auch die Gebrauchseigenschaften befriedigend. Das Verhalten ist jenem konventioneller Stahlbetonbauteile ähnlich.

Alle im Hinblick auf die Trag- und Gebrauchsfähigkeit an konventionelle Stahl- und Spannbetonbauteile gestellten Anforderungen sind daher auch auf Tragglieder mit geklebter Bewehrung anzuwenden.

Der wesentliche Unterschied liegt in der Kraftübertragung von der Bewehrung in den angrenzenden Beton, d.h. dem unterschiedlichen Verbundverhalten von innenliegender Betonstahlbewehrung und geklebter Bewehrung. Die Eigenschaften des Klebverbundes und das Zusammenwirken unter statischer Kurzzeitbeanspruchung wurde ausführlich in den Abschnitten 3 bis 5 behandelt. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden die Grundlage für die Anwendung auf Biegebauteile. Im folgenden werden die im Zusammenhang mit der Bemessung von laschenverstärkten Biegetraggliedern auftretenden Fragestellungen (Biege- und Querkraftbemessung, Verankerung und Zugkraftdeckung) behandelt, wobei darauf hinzuweisen ist, daß auch in der vorliegenden Arbeit einige Probleme nicht oder nur unzureichend gelöst werden können. Insbesondere zur Querkrafttragfähigkeit und zur Verbundentkoppelung sind weitere Forschungen unbedingt notwendig.

6.2 Biegebemessung

In der Literatur ist die Ermittlung der Spannungen und Kräfte für Biegung mehrfach hergeleitet worden /79,122,78,123,114,57,67,118,117/.

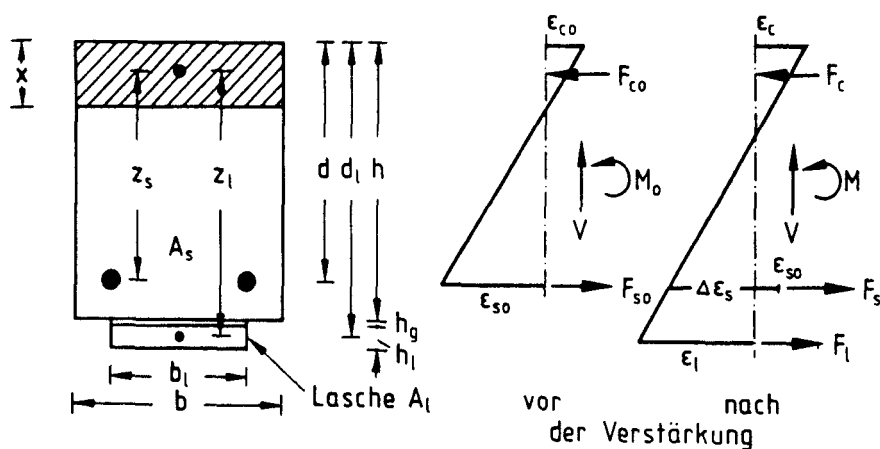
Der Ermittlung der Biegetragfähigkeit wird die Bernoulli-Navier-Hypothese zugrundegelegt. Mit bekannten Rechenansätzen für die Werkstoffgesetze kann die Biegebemessung nach den für Stahlbetonbauteile üblichen Regeln erfolgen. Der im Bauteil bei Applikation der geklebten Bewehrung herrschende Dehnungszustand ist in der Berechnung zu berücksichtigen, Bild 6.1. In Fällen, in denen das Bauteil in unverstärktem Zustand keine Risse aufweist, kann der Vordehnungszustand vernachlässigt und der Nachweis unter Annahme eines linearen Dehnungsverlaufs für das rechnerische Bruchmoment geführt werden. Geeignete Rechenprogramme, z.B. /15/, stehen zur Verfügung.

Die Erhöhung der Biegetragfähigkeit ist möglich, wenn sichergestellt ist, daß die Querkrafttragfähigkeit nicht vorher erreicht wird und außerdem ein vorzeitiges Verbundversagen ausgeschlossen wird. In der Bundesrepublik ist

die Erhöhung der Biegetragfähigkeit durch den maximal zulässigen Verstärkungsgrad η auf

$$\eta = \frac{M_u}{M_{u0}} \leq 2$$

begrenzt, mit M_u , dem rechnerischen Bruchmoment im verstärkten Zustand bei 2 ‰ Laschendehnung und M_{u0} , dem rechnerischen Bruchmoment im unverstärkten Zustand bei 5 ‰ Betonstahldehnung. Diese Regel wurde eingeführt, um einerseits den experimentell abgesicherten Erfahrungsbereich nicht zu verlassen und andererseits sicherzustellen, daß das Bauteil bei sprödem Verbundversagen im Katastrophenfall nicht ohne Vorankündigung kollabiert. Nach Auffassung des Verfassers ist diese Regel für Bauteile mit geklebter Bewehrung ohne äußere Schubsicherung (geklebte Schubbewehrung oder gleichmäßig verteilte Dübel mit Tellerfedern) unbedingt beizubehalten. Für Biegebau- teile mit äußerer Schubsicherung und Nachweis der Feuerwiderstandsdauer im Brandfall sind auch höhere Verstärkungsgrade denkbar.



$$M = M_s + M_l = F_s z_s + F_l z_l; V = V_s + V_l = V \frac{M_s}{M} + V \frac{M_l}{M}$$

$$F_s = A_s(\sigma_{s0} + \Delta\sigma_s); F_l = A_l \sigma_l \quad \epsilon_{s0} \text{ Stahldehnung bei Verstärkung}$$

Bild 6.1: Dehnungen in einem Balken vor und nach der Verstärkung /96/

Die Begrenzung der Laschendehnung im rechnerischen Bruchzustand auf 2 ‰ wurde zur Vermeidung der Entkoppelung des Klebverbundes bei Fließen der Bewehrung eingeführt. Hierauf wird im Abschnitt 6.4.4 näher eingegangen.

in der bei Balken die Längsbewehrung von Bügeln umschlossen sein muß. Die Anwendung der Fachwerkanalogie ist hierdurch infrage gestellt, da die schrägen Druckstreben ausschließlich durch Inanspruchnahme der Betonzugfestigkeit an die innere Schubbewehrung anzuschließen sind; Bewehrungsknoten fehlen. Nach Ansicht des Verfassers ist solch eine Regel allenfalls für gering schubbeanspruchte Bauteile (z.B. Schubbereich 1) anwendbar. In allen anderen Fällen sollte eine äußere Schubbewehrung angeordnet werden. Hierzu können geklebte Laschenbügel dienen, die in der Druckzone zu verankern sind. Bei ausreichender innerer Schubbewehrung genügt ggf. ein Anschluß durch ausreichend tief verankerte vorgespannte Dübel, die die anteilige Querkraft aufnehmen können. Platten sind üblicherweise nicht schubbewehrt. Die Schubbemessung ist in den Zulassungen geregelt. Erläuterungen werden in /104/ und /96/ gegeben. In /96/ wird darauf hingewiesen, daß, da die Laschen vor der rechnerischen Auflagerlinie enden, laschenverstärkte Bauteile wie Stahlbetonbauteile mit gestaffelter Bewehrung zu behandeln sind.

Für die Schubbemessung von Platten wird dies in den Zulassungen nicht durch Verringerung der zulässigen Schubspannung, sondern durch die Forderung, daß die Lasche möglichst bis zum Auflager geführt wird, berücksichtigt. Nach Ansicht des Verfassers kann auf diese Forderung auch in Fällen, bei der die Laschen in der Zugzone verankert werden, verzichtet werden, wenn in der Endverankerungszone eine Schubsicherung mittels vorgespannter, auf der Oberseite der Platte verankerter Zugstangen erfolgt.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß hinsichtlich der Querkrafttragfähigkeit von Biegetraggliedern noch erheblicher experimenteller und theoretischer Forschungsbedarf besteht.

6.4 Zugkraftdeckung und Verankerung

6.4.1 Versagensursachen im Überblick

Bei der Bemessung von Biegebauteilen kommt der Zugkraftdeckung und der damit verbundenen Verankerung der Bewehrung zentrale Bedeutung zu. Ist die Verankerungsproblematik gelöst, können Regeln für die Zugkraftdeckung problemlos angegeben werden. Hierzu sind zunächst die Beanspruchungen in der

Verbundzone von Biegebauteilen und die möglichen Versagensarten zu identifizieren. Wie Bild 6.3 zeigt, können drei verschiedene Beanspruchungszonen angesprochen werden.

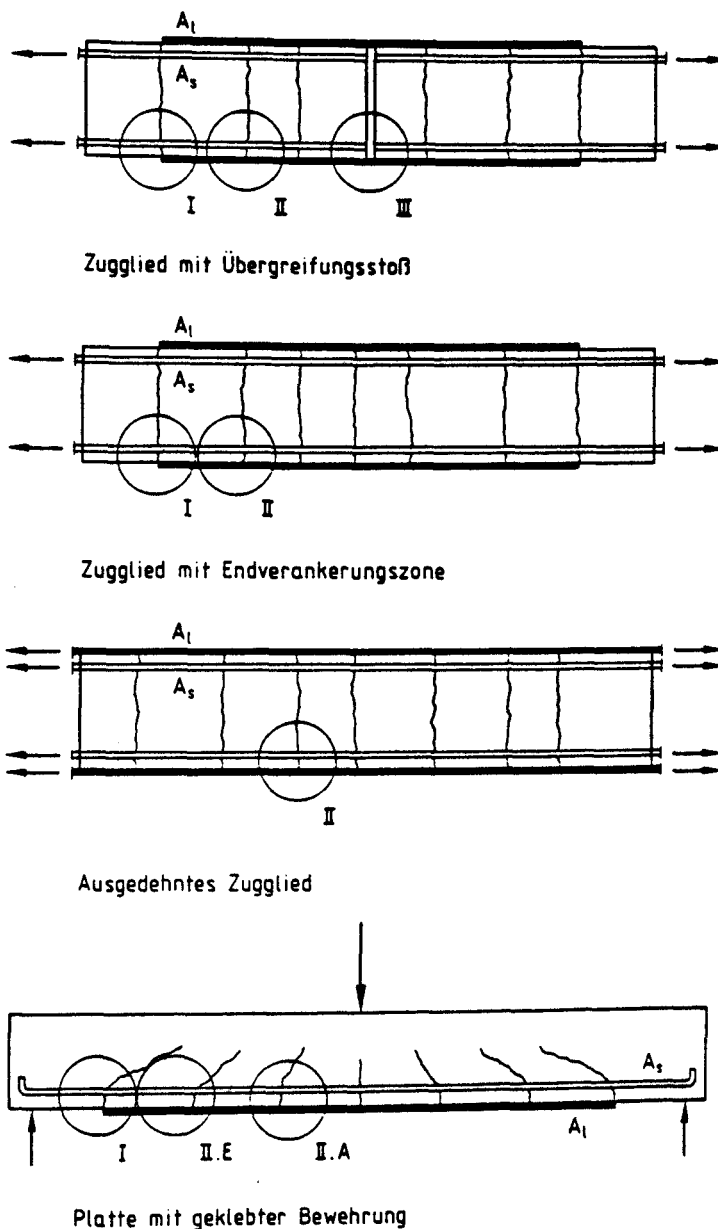


Bild 6.3: Beanspruchungszonen in laschenverstärkten Bauteilen

Am unbelasteten Laschenende (Zone I) ist die Laschenspannung Null. Die Innenbewehrungsspannung im Riß ergibt sich aus der angreifenden Gesamtkraft. Zu beiden Seiten des Risses werden über Verbund Kräfte in den Beton geleitet. Auf der verstärkten Seite wird die Lasche entsprechend der Betondehnungen beansprucht. Wird infolge Verbundkrafteinleitung die Betonzugfestigkeit erreicht, bildet sich ein neuer Trennriß (Zone II). Die Kräfte im

neuen Riß teilen sich entsprechend der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen auf. Die maximale Laschenkraft ergibt sich aus dem Rißabstand, kann jedoch höchstens die maximale Verbundbruchkraft F_{lu} gemäß Abschnitt 3 erreichen. Ein von Zone II ausgehender schlagartiger Verbundbruch kann sich jedoch nicht ereignen, da die Innenbewehrung in Zone I zuvor die Streckgrenze erreicht.

Im verstärkten Bereich entstehen weitere Trennrisse. Diese sind für ein Verbundversagen nicht maßgeblich. Beim Zugglied mit Übergreifungsstoß, Bild 6.3a, endet die Innenbewehrung in Zone III. Die Gesamtkraft muß von den Laschen allein aufgenommen werden. Von hier geht der Verbundbruch aus.

In Bauteilen mit durchgehender Innenbewehrung kommt Zone III nicht vor.

Dies gilt auch für Biegetragglieder, Bild 6.3d. Außerdem unterscheiden sich die Zonen I und II von denen der Zugglieder infolge von Biegeeffekten sowie infolge von ggf. vorhandenen Schubspannungen aus Querkraft.

Bei einem Balken, bei dem die geklebte Längsbewehrung durch eine geklebte Schubbewehrung nicht umschlossen ist oder durch gleichwertige Maßnahmen gesichert ist, sind drei Ursachen für ein plötzliches Ablösen der Lasche bzw. der Betondeckung möglich.

- Am Laschenende (Zone I) sind die Schubspannungen in Höhe der Innenbewehrung am größten. Bezogen auf die Innenbewehrung wirkt die Laschenkraft exzentrisch. Die Schubfläche wird dort außerdem durch die Innenbewehrung geschwächt. Es kann zum Abreißen der Betondeckung kommen.
- Am dem Laschenende nächstliegenden Biegeschubriß (Zone II.E) ist die Verbundbeanspruchung der Lasche am größten. Bei Erreichen der Verbundtragfähigkeit tritt schlagartiger Verbundbruch in Richtung Laschenende auf. Der Verbundbruch setzt sich dann reiðverschlußartig fort.
- Ist das Versagen im Bereich des Laschenendes nicht maßgebend oder durch Sicherungsmaßnahmen verhindert, kann ein Verbundversagen, ausgehend vom Biegerið an der Stelle der maximalen Zugkraft (Zone II.A), auftreten. Die Lasche löst sich dann auf ganzer Länge zwischen den Endverankerungszonen, d.h. sie wirkt lediglich als Zugband ohne Verbund. Hierdurch kann es zu

einer frühzeitigen Einschnürung der Druckzone und somit zu einem geringeren Biegebruchmoment als in der Biegebemessung angenommen kommen.

Nur bei Kenntnis der Tragfähigkeit in allen drei Zonen ist eine sichere Verankerung ohne zusätzliche konstruktive Maßnahmen möglich. Trotz angestrebter Forschung ist die mechanisch begründete Modellierung der Tragfähigkeit aller Zonen bisher nicht gelungen. Auch in dieser Arbeit bleiben einige Fragen offen. Im folgenden wird die Verankerung behandelt.

6.4.2 Nachweis am Laschenende

Üblicherweise wird die Lasche, weil nachträglich angebracht, vor der rechnerischen Auflagerlinie enden. Somit handelt es sich um Bauteile mit gestaffelter Bewehrung. Bedingt durch die abrupte Änderung der Bewehrungsquerschnittsflächen bildet sich im Laschenendverankerungsbereich eine Störzone, in der eine Umverteilung der Kräfte stattfindet. Die Innenbewehrung wird entlastet und die Lasche zunehmend beansprucht. Am Laschenende können hohe Verbundspannungen in Verbindung mit Zugspannungen σ_y normal zur Klebfläche auftreten. Zudem wirkt die Laschenzugkraft auf den durch die Innenlängsbewehrung geschwächten Betonquerschnitt exzentrisch. Bei Laschen, mit einer Breite annähernd gleich der Balkenbreite kann es zum Abreißen der Betondeckung, in /94/ als "ripping failure" bezeichnet, kommen (Bild 6.4). Maßgeblich für das Versagen muß das Erreichen der Betonzugfestigkeit in Hauptzugspannungsrichtung sein.

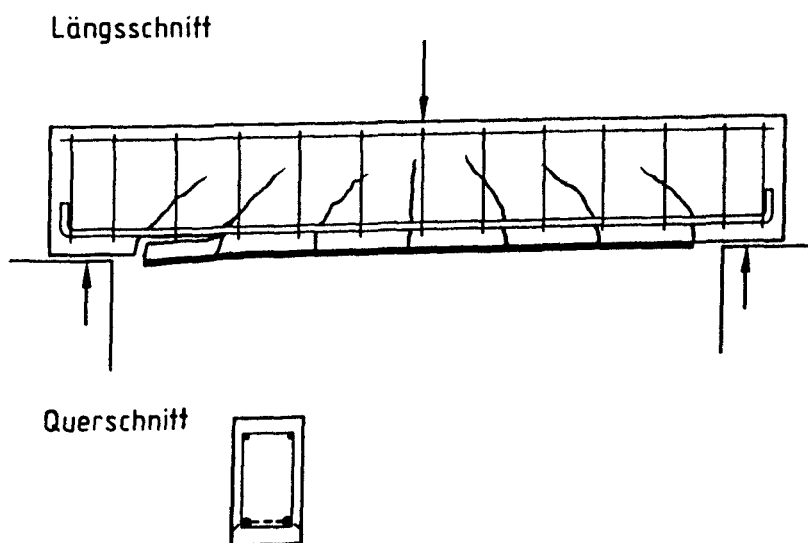


Bild 6.4: Ripping failure (schematisch)

Einige Arbeiten befassen sich mit der Beschreibung des Spannungszustandes am Laschenende /94,56,121,83,82/. In /94/ wird eine analytische Lösung zur Berechnung der τ - und σ_y -Spannungen am ungerissenen System unter Annahme elastischen Werkstoffverhaltens hergeleitet. Es ergibt sich ein umfangreicher Formelapparat. In /94/ werden die Gleichungen für ein Beispiel ausgewertet. Es ergeben sich hohe Spannungen am Laschenende (im Beispiel: $\tau = 6,3$ MPa, $\sigma_y = 2,8$ MPa). In /85/ wird mit Recht darauf hingewiesen, daß die Formeln eine hohe Genauigkeit nur vortäuschen, da die Annahme linear-elastischer Stoffgesetze und ungerissener Bauteile wirklichkeitsfremde Vereinfachungen darstellen.

Untersuchungen mit der FEM am Balken mit einem Biegeschubriß am Laschenende haben ergeben, daß sich infolge des Risses deutlich geringere Verbundspannungen einstellen /121/. Danach reduzieren breite Risse die Verbundspannung stärker als schmale. Ausgehend von der Annahme, daß ein schlagartiges Verbundversagen vom Laschenende ausgehen kann und daß dort der Verbundwiderstand durch die Betonzugfestigkeit bestimmt wird, wurde in /123/ ein Bemessungsvorschlag zur Festlegung der erforderlichen Laschenlänge angegeben.

Theillout /115/ leitet eine Beziehung zur Ermittlung der rechnerischen Bruchkraft für ein vom Laschenende ausgehendes Versagen mit Hilfe der linear-elastischen Bruchmechanik her. Eine Verifizierung der Theorie erfolgt nicht.

Über umfangreiche Versuche wird in /83,82/ berichtet. Die Autoren fanden, daß die Kraft, bei der "ripping" oder "peeling" auftritt, u.a. von der Biegesteifigkeit im Zustand II abhängt. Sie entwickelten Beziehungen zur Ermittlung der Kraft, bei der "peeling" am Laschenende beginnt, sowohl für die Verankerung der Lasche im Bereich konstanten Moments /83/ als auch bei Verankerung im querkraftbeanspruchten Bereich /82/. Die Theorie wird mit Versuchsergebnissen verifiziert. Auf die Wiedergabe der Formeln wird an dieser Stelle verzichtet. Ein innerhalb der Verbundstrecke auftretendes Verbundversagen wird ebenfalls nicht betrachtet. Dies ist nun Gegenstand des folgenden Abschnitts.

6.4.3 Nachweis im Punkt E

Im Stahlbetonbiegetragglied bildet sich mit zunehmender Beanspruchung ein mehr oder weniger ausgeprägtes Rißbild aus. Die ersten Risse entstehen am Ort des maximalen Momentes. Mit steigender Kraft kommen weitere Risse hinzu, bis der Balken bis in Auflagernähe ein ausgeprägtes Rißbild aufweist. Zwischen den Rissen werden über Verbund Kräfte in den Beton geleitet (Mitwirkung, tension stiffening). In der Nähe des Risses sind die Verbundspannungen am größten.

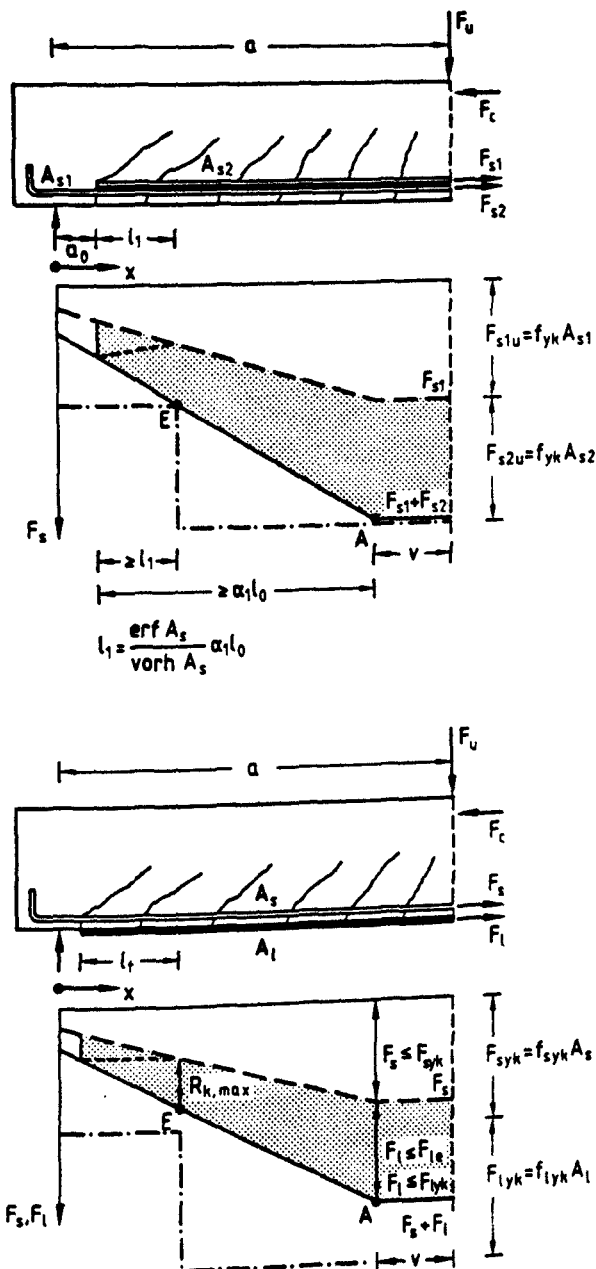


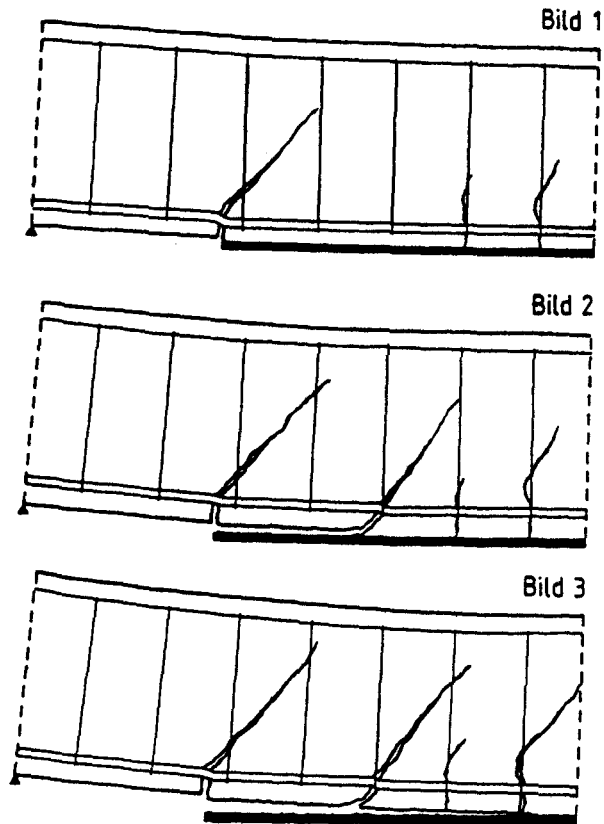
Bild 6.5: Zugkraftdeckung

Bei querkraftbeanspruchten Bauteilen müssen die Schubspannungen über die Risse hinweg transportiert werden. Der Zugkraftverlauf wird im Stahlbetonbau üblicherweise durch Anwendung der Fachwerkanalogie ermittelt, Bild 6.5. Der Stahlzugkraftabbau zwischen den Rissen wird dabei nicht dargestellt.

Bei gestaffelter Bewehrung endet mindestens eine der Lagen vor dem Auflager. Der Verlauf der Zuggurtkraft nach der Fachwerkanalogie ist in Bild 6.5 dargestellt. An der Stelle $x = a_0$ sind die Randbedingungen verletzt. Erst nach einer Störstrecke l_1 kann die rechnerische Zugkraft von der gestaffelten Bewehrungslage aufgenommen werden. Die Verbundbeanspruchung im Endverankerungsbereich ist hoch. Im Bereich der Störstrecke sind ebenfalls Risse möglich. Diese führen bei gestaffelter Betonstahlbewehrung infolge der hohen Verbundduktilität nicht zum Ausfall der Verbundwirkung, sondern durch Kraftumlagerung zu einer allmählichen Angleichung (schematisch gestrichelt) an die rechnerische Zugkraftlinie. Die Beanspruchbarkeit der Bewehrung ist bei Erreichen der Streckkraft erschöpft (strichpunktiert in Bild 6.5a). Die vorhandene Zugkraftlinie darf nicht von der strichpunktierten eingeschnitten werden. Der Berührungspunkt ist in DIN 1045 und anderen Stahlbetonvorschriften durch den Punkt E markiert. Vom Punkt E aus ist die abzustufende Bewehrung mit der Länge l_1 zu verankern. Diese Regel stellt ein vorzeitiges Fließen im Bereich der Endverankerung sicher und vermeidet breite Schubrisse.

Berechnungen mit der Finite-Element-Methode an Balken mit geklebter Längsbewehrung in /85/ zeigen, daß die Verbundbeanspruchung an Biegeschubrisen im Bereich der Endverankerung hoch ist. Von hier kann ein schlagartiges Verbundversagen ausgehen. Zunächst löst sich die Lasche bis zu ihrem Ende ab, wobei sich die Lasche rechts vom Biegeschubriß noch nicht gelöst hat. Nach dem Ablösen der Endverankerung setzt sich der Verbundbruch bis zur Balkenmitte mit hoher Geschwindigkeit fort. Vom bloßen Auge wird der Ablösungsprozeß als schlagartiges Versagen wahrgenommen. Bei eigenen Balkenversuchen mit geklebter Längsbewehrung /99/ wurde das Verbundversagen mit einer konventionellen Videokamera aufgenommen. Bei Betrachtung der im 18 Hz-Takt aufgenommenen Einzelbilder bestätigt sich der zuvor geschilderte, in Bild 6.6 schematisch dargestellte Ablauf. Sicher ist, daß in diesem Versuch die Endverankerung bruchauslösend war, das Verbundversagen also nicht von der Stelle der maximalen Zugkraft ausging.

Unklar ist jedoch, ob das Ablösen der Lamelle am Laschenende beginnt und in Richtung Biegeschubriß läuft oder ob es von einem sich plötzlich bildenden Biegeschubriß ausgeht.



Aufnahmegeschwindigkeit: 18 Bilder/Sekunde

Bild 6.6: Verbundversagen der Endverankerung - Balken SB04.1 (nach Videoaufnahmen)

Für ein vom Biegeschubriß ausgehendes Versagen spricht die hohe Verbundbeanspruchung an dieser Stelle sowie das Auftreten von Querkzugspannungen am dem Laschenende zugewandten RiBufer infolge der vertikalen RiBuferverschiebung aus Querkraft. Der Einfluß der RiBuferverschiebung wird für Stahlbetonbauteile u.a. in /61/ und /91/ ausführlich behandelt. In Versuchen an der EMPA an Balken, die durch dünne ($h_l \leq 1,0 \text{ mm}$) Lamellen aus Kohlefaserlaminaten verstärkt aber ohne geklebte Bügel ausgeführt waren, wurde ein Abschälen, in diesem Fall in Balkenmitte auftretend, beobachtet /57/, Bild 6.7. In /117/ wird erstmals ein Ansatz zur Modellierung des Einflusses der vertikalen RiBuferverschiebung durch Annahme einer Proportionalität zwischen Verbundbruchkraft und Schubsteifigkeit angegeben. Da der Einfluß

bisher für Stahlflaschen nicht eingehend experimentell untersucht wurde, muß auf eine rechnerische Berücksichtigung verzichtet werden.

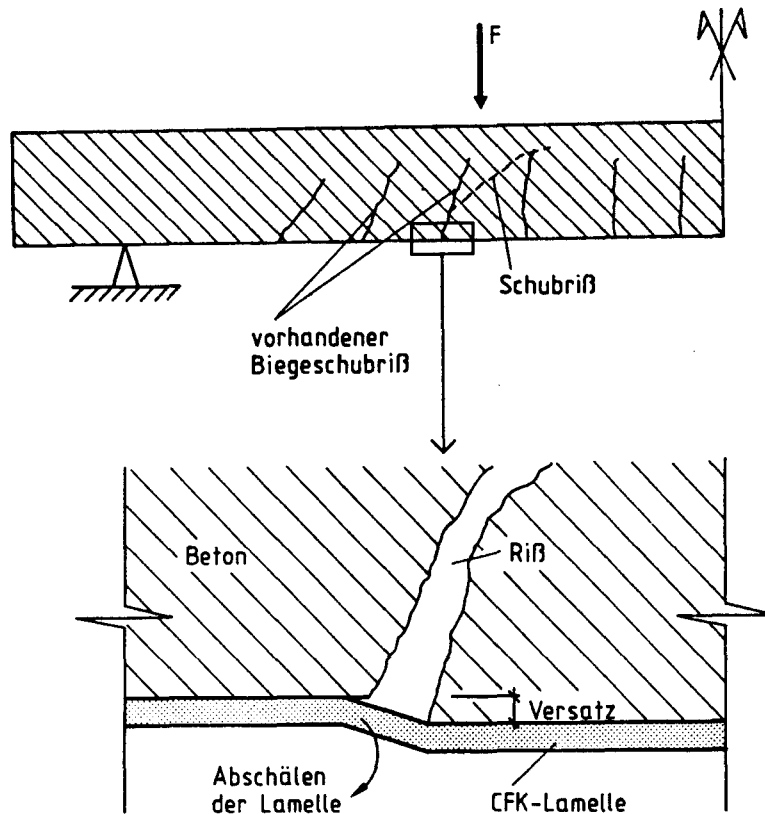


Bild 6.7: Abschälen der Lamelle infolge eines Schubrisses bei den Kraft-einleitungspunkten, nach /57/

Unter Vernachlässigung dieses Einflusses und der Annahme der Anwendbarkeit der in Abschnitt 3 hergeleiteten Beziehungen wird im folgenden ein Nachweis für die Endverankerung vorgeschlagen. In Abschnitt 3 wurde hergeleitet, daß bei ungerissener Verbundstrecke der charakteristische Verbundwiderstand höchstens $R_{k,max}$, Gl.(3.87), beträgt. Hierzu wird die Verbundlänge l_t , Gl.(3.90), benötigt. Diese Beziehungen werden nun auch auf Biegetragglieder angewendet, Bild 6.5b. Bei Annahme einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt, läßt sich bei einer gewählten Laschengeometrie und bekannten Materialeigenschaften der Verbundwiderstand $R_{k,max}$ sowie die Verankerungslänge l_t errechnen und daraus die Zugkraftlinie im Grenzzustand der rechnerischen Verbundtragfähigkeit konstruieren. Die zugehörige Versagenslast F_u kann dann nach üblichen Regeln ermittelt werden. So wird bei der Verifizierung des Vorschlages vorgegangen.

Im Bemessungsfall ist natürlich in umgekehrter Weise vorzugehen. Die Balkengeometrie ist bekannt. Die vorhandenen Materialeigenschaften wurden ermittelt und der erforderliche Verstärkungsgrad festgelegt. Hieraus wird die Zugkraftlinie konstruiert. Die Laschengeometrie wird nun so gewählt, daß einerseits die Verankerung mit l_t innerhalb der lichten Weite zwischen den Auflagern möglich ist und andererseits die Streckgrenzenkraft an keiner Stelle überschritten, die Zugkraftlinie also nicht eingeschnitten, wird. Für die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten ist der charakteristische Wert mit dem Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkung zu multiplizieren und dieser Wert dem durch den Teilsicherheitsbeiwert des Widerstandes dividierten charakteristischen Widerstand gegenüberzustellen. Da das Versagen der Verankerung spröde ist, ist ein auf der Widerstandsseite erhöhter Teilsicherheitsbeiwert einzusetzen.

Beim vorstehenden Vorschlag ist vorausgesetzt, daß kein Versagen am Laschenende oder an einem innerhalb von l_t vorhandenen Biegeschubriß auftritt. Um dies sicherzustellen, ist für laschenverstärkte Balken die Anordnung eines geklebten Bügels oder eines vorgespannten Dübels mit Tellerfeder am Laschenende dringend zu empfehlen. Die Wirksamkeit derartiger konstruktiver Maßnahmen wurde u.a. in /56/ bzw. /44/ gezeigt.

Die Eignung des geschilderten Nachweises wird im folgenden anhand von eigenen Balkenversuchen überprüft.

Überprüfung des Verankerungsnachweises

In Braunschweig wurden Versuche an Stahlbetonbalken mit $b \times h = 200 \times 270 \text{ mm}^2$ und einer Stützweite von 3,0 m im Rahmen eines von der "Stiftung Volkswagenwerk e.V." geförderten Forschungsvorhabens durchgeführt /99/. Die Betondruckfestigkeit, ermittelt an Würfeln mit 150 mm Kantenlänge, betrug bei Versuchsdurchführung i.M. $\beta_{wm} = 48,4 \text{ MPa}$. Die Balkenabmessungen und die Betonstahlbewehrung sind exemplarisch in Bild A35 dargestellt. Auf die Zugseite wurden Flachstahlprofile aus St 37 mit dem Epoxidharzklebstoff XB 3074 von der Fa. Ciba-Geigy AG geklebt. Die Laschenquerschnittsabmessungen sowie der Abstand zum Auflager wurden variiert. Weitere Angaben zu den Versuchen und zu Versuchsergebnissen sind /46,45,47/ zu entnehmen.

Im folgenden wird der vorgeschlagene Verankerungsnachweis anhand der Versuchsergebnisse überprüft. Hierzu wird mit in den Versuchen bestimmten Materialkennwerten und Mittelwerten der rechnerischen Verbundtragfähigkeit gerechnet. Zunächst wird $R_{m,max}$ mit $R_{k,max}$ aus Gl.(3.87) ermittelt:

$$R_{m,max} = 1,29 R_{k,max}$$

Die zugehörige Verankerungslänge l_t folgt aus Gl.(3.90). Die maximale Laschenzugkraft entspr. Bild 6.5b folgt aus:

$$F_{\ell}(x=a) = R_{m,max} \frac{a}{v + a_0 + l_t} \quad (6.1)$$

Die zugehörige Betonstahlzugkraft ergibt sich dann zu:

$$F_s(x=a) = F_{\ell}(x=a) \frac{E_s A_s z_s}{E_{\ell} A_{\ell} z_{\ell}} \quad (6.2)$$

Aus den Stahlzugkräften läßt sich das rechnerische Bruchmoment $cal M_u$ er rechnen:

$$cal M_u = F_{\ell}(x=a) z_{\ell} + F_s(x=a) z_s \quad (6.3)$$

Aus dem rechnerischen Bruchmoment folgt dann die zum Versagen der Endverankerung führende rechnerische Bruchlast $cal F_u$. Diese wird der im Versuch ermittelten gegenübergestellt. Die errechneten Werte sind im Anhang in Bild A36 für ein Versatzmaß $v = 200$ mm und in Bild A37 für $v = 100$ mm zusammengestellt. Für $v = 200$ mm beträgt im Mittel $cal F_u/exp F_u = 0,85$ und für $v = 100$ ergab sich ein Mittelwert von $cal F_u/exp F_u = 0,98$. Der Variationskoeffizient betrug ca. 7 %.

Obwohl durch die geringe Anzahl der Versuche eine statistische Auswertung unsicher ist, ist die gute Vorhersagefähigkeit des Modells zu erkennen. Es wurden zwei Berechnungsgänge mit unterschiedlich angenommenen Versatzmaßen durchgeführt, um die Auswirkungen auf das Rechenergebnis aufzuzeigen. In Bild 6.8 sind die bezogenen Werte $cal F_u/exp F_u$ in Abhängigkeit von der Laschendicke h_{ℓ} dargestellt.

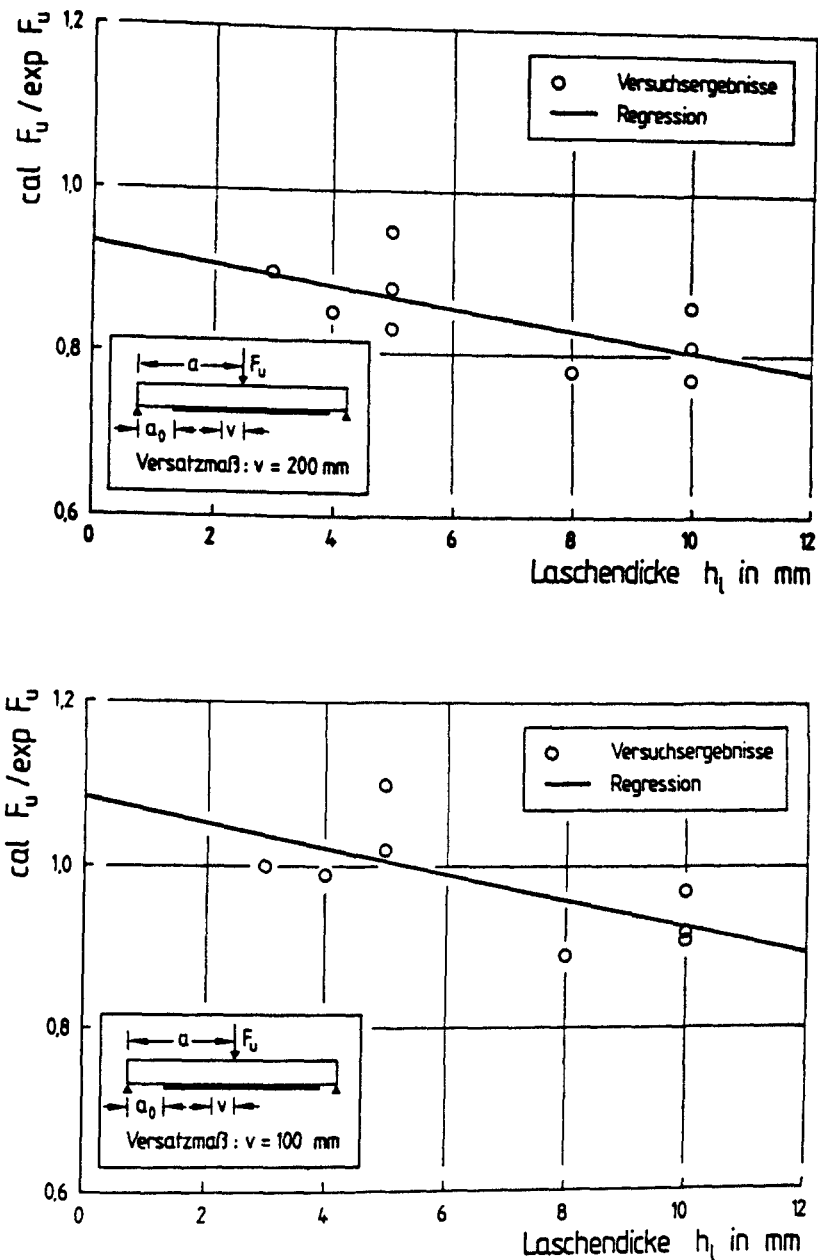


Bild 6.8: Verbundtragfähigkeit eigener Balkenversuche - Vergleich Versuch und Rechnung

Die Regressionsrechnung zeigt, daß die rechnerische Bruchlast die Versuchsbruchlast mit steigender Laschendicke zunehmend unterschätzt. Die in den Versuchen im Riß gemessenen Stahldehnungen weisen darauf hin, daß keine ebene Dehnungsverteilung vorliegt, sondern daß die Dehnungsverteilung unter anderem auch vom Oberflächen-/Querschnittsflächen-verhältnis der Bewehrungen beeinflusst wird. Der Einfluß wurde in Abschnitt 5 eingehend behandelt. Hier nicht dargestellte Vergleichsrechnungen zeigen, daß sich die Vorhersagefähigkeit durch Berücksichtigung der Verbundflächen-/Querschnitts-

flächenverhältnisse verbessern läßt. Da dabei die Annahme der ebenen Dehnungsverteilung aufgegeben werden muß, wird im vorgeschlagenen Nachweiskonzept auf die Berücksichtigung dieses Einflusses verzichtet.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß das vorgeschlagene Modell geeignet ist, die Verbundtragfähigkeit der Endverankerung vorherzusagen. Im Bemessungsfall sind der charakteristische Verbundwiderstand $R_{k,max}$, Gl.(3.87), zu verwenden und die Teilsicherheitsbeiwerte zu berücksichtigen.

In Abschnitt 6.4.1 wurde bereits erwähnt, daß bei sicherer Endverankerung eine Entkoppelung an der Stelle der maximalen Zugkraft auftreten kann. Hierauf wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

6.4.4 Entkoppelungsnachweis

In den Abschnitten 4 und 5 wurde am zentrisch beanspruchten Zugglied theoretisch gezeigt, daß es zur lokalen Verbundentkoppelung kommt, wenn die Rißbreite das doppelte der Relativverschiebung s_{l0} überschreitet. Für gemischte Bewehrung erfolgt die Modellierung in Abschnitt 5. Das Modell kann für Biegetragglieder im Bereich konstanten Momentes übernommen werden, da das Verhalten ähnlich ist, Bild 6.9a. Die wirksame Betonzugfläche kann, da genaue Kenntnisse nicht vorliegen, wie für Biegetragglieder mit Betonstahlbewehrung nach MC 1990 /19/, angenommen werden.

Üblicherweise sind Bauteile jedoch durch Biegung und Querkraft beansprucht. Hier kann es, eine sichere Endverankerung vorausgesetzt, zum Klebverbundversagen, ausgehend vom Biegeschubriß im Bereich großer Biegemomente kommen /57,46,96/. Grund hierfür ist die hohe örtliche Verbundbeanspruchung am Riß sowie der Einfluß einer möglicherweise auftretenden vertikalen Rißuferverschiebung /57/. Im Unterschied zur reinen Biegung ist bei Biegung mit Querkraft zwischen Endverankerung und dem Punkt A die Zugkraft entsprechend der Zugkraftlinie aufzubauen. Die zugehörige Schubspannung beträgt

$$\tau_{lV}(x) = \frac{V_l(x)}{b_l z_l}$$

mit V_l , dem auf die Lasche entfallenden Querkraftanteil.

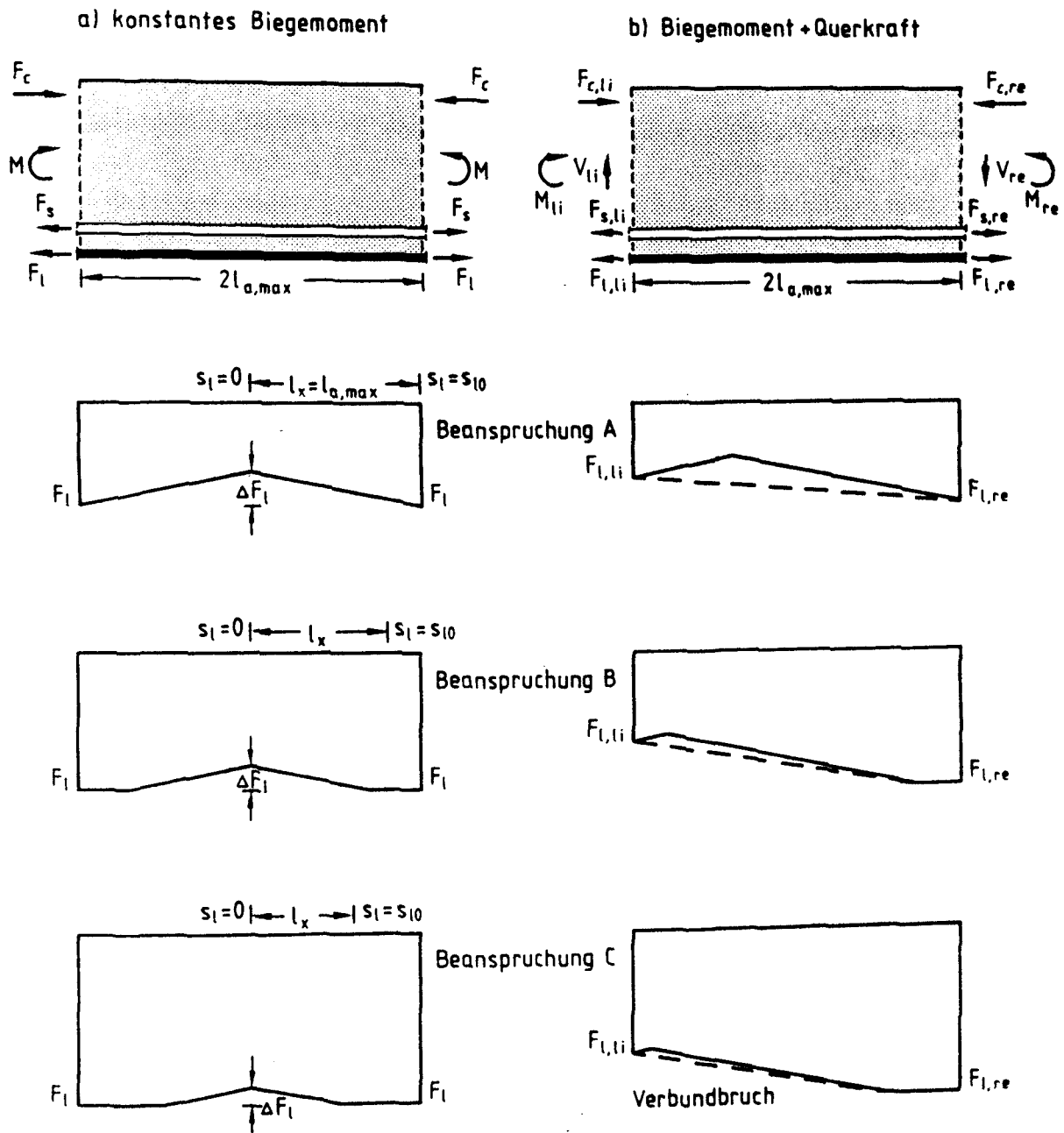


Bild 6.9: Laschenkraftverlauf zwischen zwei Rissen (schematisch)

Ein Ablösen der Lasche zwischen zwei Rissen wird auftreten, wenn die Schubspannung τ_{lv} zwischen den Rissen nicht mehr übertragen werden kann und auch eine Kraftumlagerung auf die Innenbewehrung nicht mehr möglich ist, Bild 6.9b. Somit muß eine beginnende Entkoppelung nicht notwendigerweise sofort einen Verbundbruch verursachen. Ein Ingenieurmodell für einen Entkoppelungsnachweis existiert zur Zeit nach Kenntnis des Verfassers nicht.

In den DIBT-Richtlinien /22/ wird ein Entkoppelungsnachweis nicht gefordert. Die Laschendehnungsbegrenzung auf $\varepsilon_\ell \leq 2 \text{ ‰}$ im Kontext mit der Begrenzung der Laschendicke auf $h_\ell \leq 15 \text{ mm}$ können jedoch als Forderungen zur Vermeidung von Entkoppelung aufgefaßt werden.

Voraussetzung für die Entwicklung eines Entkoppelungsnachweises ist die Kenntnis der Versagensmechanismen. Hierzu sind methodische experimentelle Untersuchungen unbedingt erforderlich. Geeignet sind Balkenversuche, bei denen die Endverankerung durch konstruktive Maßnahmen (Dübel mit Anpreßdruck, geklebte Bügel o.ä.) gesichert wird. Von der Fa. HILTI wurden einige Balken mit angepreßter Endverankerung durchgeführt, bei denen sich die Lasche zwischen den Verankerungen auf ganzer Länge vom Beton löste /44/. Besonders deutlich wird dies bei Versuchsbalken Nr. 7. Klebverbundversagen trat etwa bei Beginn des Fließens der Lasche in Feldmitte ($\varepsilon_\ell \approx 2 \text{ ‰}$) ein.

In /85/ wird mit der FEM der Versuchsbalken Nr. 2 rechnerisch erfaßt. Ein Entkoppelungsnachweis wird auch hier nicht entwickelt. Nach Ansicht des Verfassers ist der Kenntnisstand zur Entkoppelung z.Zt. nicht ausreichend, um ein mechanisch begründetes und abgesichertes Modell angeben zu können. Die Modellierung des Zusammenwirkens in den Abschnitten 4 und 5 kann als Grundlage für einen Entkoppelungsnachweis dienen. Allerdings ist hierbei noch der Querkrafteinfluß einzubeziehen. Die Regeln der Laschendehnungs- und Laschendickenbegrenzung der DIBT-Richtlinien müssen daher z.Zt. beibehalten werden.

6.5 Zusammenfassung

Im Abschnitt 6 werden erforderliche Nachweise für Biegebauteile behandelt.

Die Ermittlung der Biegetragfähigkeit ist bei Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung problemlos. Der im Bauteil bei Applikation der geklebten Bewehrung herrschende Dehnungszustand ist zu berücksichtigen.

Die Querkraftbemessung ist problemlos, wenn die Querkraft der Schubbewehrung im Balken und zusätzlich geklebten Bügeln, die die geklebte Längsbewehrung umfassen, zugewiesen werden kann. Hier kann die Bemessung nach üb-

licher Stahlbetontheorie unter Beachtung der Normregeln erfolgen. Die Ausführung von laschenverstärkten Balken ohne geklebte Bügel stellt die Anwendbarkeit der Fachwerkanalogie infrage und sollte allenfalls für gering schubbeanspruchte Bauteile zulässig sein. Die Querkraftbemessung von Platten ist in den DIBT-Richtlinien geregelt. Der Kenntnisstand zur Querkrafttragfähigkeit von Biegebauteilen mit Klebarmierung ist lückenhaft. Es besteht noch erheblicher Forschungsbedarf.

Der Abschnitt 6.4 befaßt sich mit der Zugkraftdeckung und der Verankerung. Für einen Laschenverbundbruch sind drei Versagensursachen möglich. Der Bruch kann vom Laschenende, von einem Biegeschubriß im Bereich der Endverankerung (Punkt E) oder von einem Biegeriß im Bereich hoher Momentenbeanspruchung (Punkt A) ausgehen.

Für den Nachweis am Laschenende wird auf die Literatur verwiesen /83,82/. Die Sicherung des Laschenendes durch einen Dübel oder einen geklebten Bügel ist in jedem Fall dringend zu empfehlen.

Für die Endverankerung wird ein Nachweisvorschlag angegeben und dieser anhand eigener Versuche verifiziert. Dabei wird von der Anwendbarkeit des in Abschnitt 3.7 dargestellten Entwurfsmodells der Verbundtragfähigkeit auf die Endverankerung querkraftbeanspruchter Balken ausgegangen. Die Lasche ist mindestens mit der Länge l_t hinter dem Punkt E zu verankern. Ein Einschneiden der Zugkraftlinie ist unzulässig. Versuch und Modell stimmen gut überein.

Bei Balkenversuchen mit angepreßter Endverankerung wird ein Ablösen der Lasche zwischen den Endverankerungen etwa bei Fließen der Bewehrung beobachtet. Die Entkoppelung geht von Biegerissen im Bereich hoher Momentenbeanspruchung aus. Der derzeitige Kenntnisstand zu den Entkoppelungsmechanismen gestattet eine mechanisch begründete Modellierung nicht. Weitere Untersuchungen sind notwendig. In den DIBT-Richtlinien ist eine Begrenzung der größten Laschendehnung im rechnerischen Bruchzustand auf $\epsilon_\ell \leq 2 \text{ ‰}$ und eine Begrenzung der maximalen Laschendicke auf $h_\ell \leq 15 \text{ mm}$ gefordert. Bis zum Vorliegen genauerer Kenntnisse zu den Entkoppelungsvorgängen müssen diese Forderungen bestehen bleiben, insbesondere dann, wenn die geklebte Längsbewehrung nicht in engen Abständen auf ganzer Länge durch geklebte Bügel gesichert ist.

7. FOLGERUNGEN FÜR FORSCHUNG UND PRAXIS

Seit 1993 ist das Bauverfahren der Verstärkung von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung in den vom Deutschen Institut für Bautechnik (DIBT) in der Fassung vom Februar 1993 vorliegenden Richtlinien geregelt /22/. Für die Ausführung von schubfesten Klebverbindungen zwischen Stahlplatten und Stahlbeton- oder Spannbauanteilen ist eine "Systemzulassung" erforderlich, in der Klebstoff, Primer und Ausgleichsmörtel spezifiziert sind. Die Richtlinien sind der Systemzulassung als Anlage beigegeben /42/.

Im Kapitel 6 der Richtlinien sind die Regeln für die erforderlichen statischen Nachweise dargestellt. Auf die Mitgeltung von DIN 1045 und DIN 4227 T. 1 wird hingewiesen. Im Kapitel 7 der Richtlinien sind die zu beachtenden konstruktiven Regeln zur Ausführung genannt. In Kapitel 6.4.2 der Richtlinien sind die Zugkraftdeckung und die Verankerung der geklebten Längsbewehrung geregelt. Die dort angegebene, auf der Arbeit von Ranisch basierende Formel beschreibt den Zusammenhang der verankerbaren Zugkraft in Abhängigkeit von der Verbundlänge. Sie darf auf Zugglieder und Biegebauteile gleichermaßen angewendet werden. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und der Untersuchungen von Wicke und Pichler zeigen, daß die nach dieser Formel ermittelten übertragbaren Zugkräfte insbesondere bei Zuggliedern mit großer Verbundlänge unsicher sein können.

Mechanisch richtig ist es, einen Nachweis der Endverankerung und außerdem einen Entkoppelungsnachweis zwischen den Rissen zu führen. Maßgeblich für eine beginnende Entkoppelung ist das Auftreten von Rißbreiten größer als ca. $0,25 + 0,3$ mm. Daher muß das Entkoppelungskriterium neben der Oberflächenzugfestigkeit des Betons und der Laschengeometrie auch den Gesamtbewehrungsgrad beinhalten. Nach Ansicht des Autors ist eine Neufassung der Richtlinie in diesem Punkt erforderlich. Erste Ansätze hierzu werden im Abschnitt 6.4 der Arbeit gegeben. Der Schlüssel zu mechanisch begründeten Ansätzen ist die Betrachtung des Zusammenwirkens von innerer und äußerer Bewehrung zwischen den Rissen.

Neben zahlreicher im Zusammenhang mit geklebter Bewehrung zu lösender Probleme (Querkrafttragfähigkeit, Einfluß schwingender Beanspruchung, Einfluß

von Kriechen und Temperatur u.a.), bleiben allein bei der in dieser Arbeit behandelten Thematik einige Fragen offen. Zur Klärung der offenen Fragen seien im folgenden einige Versuche genannt.

- Versuche an Dehnkörpern mit unterschiedlichen Bewehrungsgehalten und Laschenabmessungen. Messung der Dehnungen im Riß und des Dehnungsverlaufs zwischen den Rissen sowie Messung von Rißabständen, Rißbreiten etc.. Hiermit sind Aussagen zum Zusammenwirken und zur Größe der wirksamen Betonzugfläche zu gewinnen.
- Versuche an Dehnkörpern mit einem Einzelriß, bei denen aber im übrigen die Rißbildung (z.B. durch Vorspannung) verhindert wird. Hiermit kann die Aufteilung der Kräfte im Riß und die zugehörige Rißbreitenentwicklung untersucht werden.
- Versuche an querkraftbeanspruchten Balken, bei denen die Laschenendverankerung durch geklebte Bügel oder Dübel und Tellerfedern gesichert ist. Bewehrungsgehalt, Laschendicke und Schubarm sind zu variieren. Hiermit können Entkoppelungsvorgänge im Bereich hoher Momentenbeanspruchung untersucht werden.

Darüberhinaus sollte der Verbesserung des Bauteilverhaltens von Balken mit geklebter Längsbewehrung durch Anordnung von geklebten Bügeln oder Dübeln mit Tellerfedern verstärkte Aufmerksamkeit geschenkt werden, da sprödes Versagen vermieden wird und laschenverstärkte Bauteile somit höhere Robustheit erlangen.

8. ZUSAMMENFASSUNG

Das Kernstück der vorliegenden Arbeit ist der Abschnitt zum Verbundverhalten von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung unter statischer Kurzzeitbeanspruchung.

Ausgehend von der Annahme der Anwendbarkeit der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, wird anhand von Versuchen gezeigt, daß ein Verbundansatz mit einem aufsteigenden und einem abfallenden Ast am besten in der Lage ist, das beobachtete Verhalten zu beschreiben. Aus Vereinfachungsgründen wird ein bilinearer Ansatz gewählt und dieser verallgemeinert. Dabei ist der Maximalwert τ_{01} des Verbundansatzes nicht als punktuell erreichbarer Spitzenwert, sondern als über die Kantenlänge der repräsentativen Volumeneinheit erzielbare maximale Verbundspannung anzusehen. Ein an den abfallenden Ast des Verbundansatzes anschließendes Reibungsplateau ist nur bei normal zur Klebschicht aufgebrachtem Querdruck ansetzbar.

Gustafsson zeigte, daß der maximale Verbundwiderstand von der Bruchenergie G_F bestimmt wird. Hieraus folgt die theoretische Erkenntnis, daß ab einer Verbundlänge l_t die maximale Verbundtragfähigkeit erreicht ist. Eigene Zug-Druck-Versuche, bei denen die Verbundstrecke systematisch bis zu einer Länge von 1200 mm variiert wurde, bestätigen die Theorie. Überführt man den bilinearen Verbundansatz in einen linearen Ansatz mit gleicher Bruchenergie G_F und gleicher maximaler Verbundspannung τ_{01} , erhält man ein Ingenieurmodell zur Verbundtragfähigkeit in der Form der Lösung von Volkersen. Das Modell wurde anhand von Versuchen aus der Literatur und von eigenen Versuchen verifiziert.

Schlußendlich gelang es, ein Entwurfsmodell zu entwickeln, das es erlaubt, den charakteristischen Wert des Verbundwiderstandes in Abhängigkeit von den wesentlichen Einflußparametern vorherzusagen. Insbesondere ist das Modell für alle Verbundlängen gültig. Lediglich der Einfluß des Größtkorndurchmessers und der Betonierlage bleibt weitgehend ungeklärt, da geeignete Versuche fehlen.

Zwei weitere Abschnitte der Arbeit befassen sich mit dem Zusammenwirken von Beton, Innenbewehrung und Lasche zwischen den Rissen. Am zentrisch gezogenen Körper wird gezeigt, daß sich die Modelle im CEB-FIP Model Code 1990 zum Zusammenwirken unterschiedlicher Bewehrungen grundsätzlich auch für das Verbundsystem mit geklebter Bewehrung eignen. Allerdings ist bei der Klebe-armierung die geringe Duktilität des Klebverbundes zu berücksichtigen. Aus diesem Grunde wurde der möglichen partiellen Entkoppelung der Lamelle besondere Beachtung geschenkt und ein Entkoppelungskriterium hergeleitet. Um eine Beteiligung der Lamelle an der Rißteilung bis zum Erreichen des abgeschlossenen Rißbildes zu gewährleisten, ist bei Erstrißbildung ein maximal zulässiger Spannungssprung einzuhalten. Nach Ansicht des Verfassers lassen sich die Modelle bei Beachtung der veränderten wirksamen Betonzugfläche auf Biegetragglieder übertragen. Die entwickelten Beziehungen zum Zusammenwirken beruhen im wesentlichen auf theoretischen Überlegungen und konnten nur anhand einiger Versuchsergebnisse exemplarisch überprüft werden. Die Verifizierung mittels geeigneter noch durchzuführender Versuche ist notwendig.

Die zuvor geschilderten Teile der Arbeit waren notwendig, da sie die Grundlage zur Beschreibung des Verhaltens von Biegetraggliedern bilden, das im Abschnitt 6 behandelt wird. Die Biegebemessung kann unter Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung nach den üblichen Regeln durchgeführt werden. Die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen mit Klebe-armierung wird im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt. Weitere Forschung, insbesondere für Bauteile mit hoher Querkraftbeanspruchung, ist notwendig. Die Endverankerung des Laschenendes ist nachzuweisen. Von hier geht im allgemeinen ein schlagartiges Ablösen der Lasche aus. Die Verbundbruchkraft am Laschenende ist bei dicken Lamellen weit kleiner als die Streckkraft. Bei querkraftbeanspruchten Biegetraggliedern, bei denen die Endverankerungszone üblicherweise in Bereichen geringer Beanspruchung liegt, kann in Feldmitte meist trotzdem die Laschenstreckkraft erreicht werden, da zwischen den Rissen entlang der Verbundstrecke über Verbund weitere Kräfte aufgebaut werden können. Voraussetzung ist jedoch eine enge Rißteilung, so daß die Rißbreiten klein bleiben. Andernfalls ist eine Verbundentkoppelung, ausgehend von der Stelle der maximalen Zugkraft, möglich. Daher ist an dieser Stelle ein Entkoppelungsnachweis zu führen. Der Kenntnisstand zu den Entkoppelungsmechanismen ist derzeit gering. Ein Modell kann z.Zt. nicht angegeben werden. In

den DIBT-Richtlinien ist eine Begrenzung der Laschendehnungen auf $\varepsilon_l \leq 2 \text{ ‰}$ im Kontext mit der Begrenzung der Laschendicke auf $h_l \leq 15 \text{ mm}$ gefordert. Bis zum Vorliegen genauerer Kenntnisse zu den Entkoppelungsvorgängen muß an diesen Forderungen festgehalten werden. Weitere theoretische und experimentelle Arbeit ist hierzu erforderlich.

Selbstverständlich muß die Zugkraftdeckung so erfolgen, daß die rechnerische Zugkraftlinie nicht eingeschnitten wird. Die Konstruktionsregeln des Stahlbetonbaus sind zu beachten. In diesem Zusammenhang wird darauf hingewiesen, daß hierzu auch die Regel gehört, daß bei Balken immer Schubbewehrung anzuordnen ist die die Längsbewehrung umfassen muß. Hierauf basiert die Anwendung der Fachwerkanalogie. Der Verfasser ist der Ansicht, daß für Balken mit geklebter Längsbewehrung generell geklebte Bügel oder andere Maßnahmen (z.B. vorgespannte Dübel und Tellerfedern) zu fordern sind, auch dann wenn die innere Bügelbewehrung zur Aufnahme der Querkräfte allein ausreicht. Durch die Erfüllung dieser Forderung wird duktiler Bruchverhalten erreicht. Ein schlagartiges Ablösen der Lasche ohne Vorankündigung wird vermieden. Auf diese Forderung sollte allenfalls bei geringer Querkraftbeanspruchung und/oder niedrigem Verstärkungsgrad verzichtet werden. Doch selbst hier ist eine Sicherung im Endverankerungsbereich der Laschen zu empfehlen. Der Einsatz von vorgespannten Dübeln und Tellerfedern zur Sicherung im Endverankerungsbereich stellt eine innovative Entwicklung dar. Für geklebte Längsbewehrung in Verbindung mit geklebten Bügeln erscheinen dem Verfasser in vielen Fällen auch höhere Verstärkungsgrade und größere Laschendicken realisierbar. Neben theoretischen Überlegungen geben die Ergebnisse einiger im Zuge von Zulassungsanträgen durchgeführter Versuche sowie eines von den Firmen Laumer u. L. Freytag durchgeführten Versuches /86/ zu dieser Erwartung Anlaß. Im übrigen birgt die Methode der Klebarmierung erhebliche technische Möglichkeiten, wie der Verstärkung von Stützen, Rahmenecken, Auflagerbereichen etc.. Um zu allgemeingültigen Regeln zu kommen, sind erhebliche Forschungsanstrengungen, insbesondere auf experimentellem Gebiet, zwingend erforderlich.

9. LITERATUR

- /1/ ADAMS, R. D.; CHAMBERS, S. H.; DEL STROTHER, P. J. A.; PEPPIATT, N. A.: Rubber model for adhesive lap joints. Journal of Strain Analysis, Vol. 8, 1973, No. 1, pp. 52-57
- /2/ ADAMS, R. D.; PEPPIATT, N. A.: Stress analysis of adhesive-bonded lap joints. Journal of Strain Analyses, Vol. 9, 1974, No. 3, pp. 185-196
- /3/ ALLMAN, D. J.: A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints. Quart. Journ. Mechanics and applied Mathematics, Vol. 30, 1977, Pt. 4, pp. 415-436
- /4/ ALTHOF, W.: Neue Möglichkeiten zur Berechnung der Belastbarkeit von Klebverbindungen. Vortrag zum Lehrgang "Klebstoffe, Klebverfahren und Konstruktionshinweise für das Verbinden von Werkstoffen", Technische Akademie Esslingen, November 1978
- /5/ BAUMANN, P.: Die Druckfelder bei der Stahlbetonbemessung mit Stabwerkmodellen. Dissertation, Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, 1988
- /6/ BAY, H.: Scherbeanspruchung und Scherfestigkeit beim Beton. Ingenieur-Archiv, 14, 1943, S. 267-276
- /7/ BAY, H.: Gleit- und Trennriß beim ebenen Spannungszustand. Beton- und Stahlbetonbau, 1964, Nr. 6, S. 125-132
- /8/ BAZANT, Z. P.: Size effect in blunt fracture: Concrete, Rock, Metal. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 110, 1984, pp. 518-535
- /9/ BAZANT, Z. P.; KAZEMI, M. T.: Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups. ACI Journal, May-June 1991, pp. 268-276
- /10/ BAZANT, Z. P.; SUN, H.-H.: Size effect in diagonal shear failure: Influence of aggregate size and stirrups. ACI-Materials Journal, Vol. 84, 1987, No. 4, pp. 259-272
- /11/ BRAIG, W.: Festigkeit von Metallklebern und Metallklebverbindungen. Dissertation, TH Stuttgart, 1964
- /12/ BRAMESHUBER, W.: Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, TH Karlsruhe, Heft 5, 1988
- /13/ BRESSON, J.: Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures. Béton plaqué. Annales de l'ITBTP, 1971, No. 278, p. 22-55
- /14/ BUFLER, H.: Ein neuer Ansatz zur Berechnung der Draht- und Haftspannungen im Stahlbeton. Der Bauingenieur, 33, 1958, Heft 10
- /15/ BUSJAEGER, D.; QUAST, U.: Programmgesteuerte Berechnung beliebigiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft (Programm MASQUE). Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 415, 1990

- /16/ CANOVAS, M. F.: Strengthening of structural elements of reinforced concrete by means of glued steel plates - Some applications in Spain. Proceedings, International Seminar "Structural Repairs/Strengthening by the Plate Bonding Technique", University of Sheffield, SIRIUS, 1990
- /17/ COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: Bond action and bond behaviour of reinforcement - State of art report. Bulletin d'information 151, 1982
- /18/ COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code 1990 - Final Draft - Chapters 1-3. Bulletin d'information 203, Lausanne, 1991
- /19/ COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code 1990 - Final Draft - Chapters 4-10. Bulletin d'information 204, Lausanne, 1991
- /20/ CORNELL, R. W.: Determination of stresses in cemented lap joints. Journal of Applied Mechanics, 1953, pp. 355-364
- /21/ DEMARKLES, L. R.: Investigation of the use of a rubber analog in the study of stress distribution in riveted and cemented joints. Tech. Notes natn. advis. Comm. Aeronaut., Wash. 3413, 1955
- /22/ DEUTSCHES INSTITUT FÜR BAUTECHNIK: Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von Stahllaschen - Fassung Februar 1993.
- /23/ DJAMOUS, F.; MARSCHALL, S.; NEISECKE, J.: Präparation und Herstellung von Dünnschliffen und polierten Anschliffen aus Beton- und Gesteinsproben. Mitteilungsblatt für die Amtliche Materialprüfung in Niedersachsen, Heft 20/21, 1980/81
- /24/ DÖRR, K.; MEHLHORN, G.; STAUDER, W.; UHLISCH, D.: Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 238, 1974
- /25/ EIBL, J.; IVANYI, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 260, 1976
- /26/ ELIGEHAUSEN, R.: Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 301, 1979
- /27/ ELIGEHAUSEN, R.; KRELLER, H.: Querschnittsbericht zur Rißbildung in Stahl- und Spannbetonkonstruktionen. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 393, 1988, S. 1-57
- /28/ ELIGEHAUSEN, R.; POPOV, E. P.; BERTERO, V. V.: Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitations. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Report no. UCB/EERC 83/23, 1983
- /29/ EUROCODE 2, TEIL 1: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Grundlagen und Anwendungsstrategien für den Hochbau. Deutsche Fassung ENV 1992-1-1:1991, Juni 1992
- /30/ FALKNER, H.: Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 208, 1969

- /31/ FAORO, M.: Zum Tragverhalten kunstharzgebundener Glasfaserstäbe im Bereich von Endverankerungen und Rissen in Beton. Dissertation, Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Stuttgart, 1988
- /32/ FRANZ, G.: Versuche über die Querkraftaufnahme in Fugen von Spannbetonträgern aus Fertigteilen. Beton- und Stahlbetonbau, 54, 1959, Nr. 6, S. 137-140
- /33/ GERSTLE, W.; INGRAFFEA, A. R.: Does Bond-Slip Exist?. Concrete International, Vol. 13, 1991, pp. 44-48
- /34/ GOLAND, M.; REISSNER, E.: The stresses in cemented joints. Journal of Applied Mechanics, Vol. 66, 1944, pp. A-17-27
- /35/ GOTO, Y.: Cracks formed in concrete around deformed tension bars. ACI-Journal, April 1971, pp. 244-251
- /36/ GUSTAFSSON, P. J.: Analysis of generalized Volkersen-joints in terms of non-linear fracture mechanics. In: Mechanical Behaviour of Adhesive Joints. Pluralis, Paris, 1987
- /37/ GUSTAFSSON, P. J.; WERNERSSON, H.: Modelling, Testing and Strength Analysis of Adhesive Bonds in Pure Shear. In: Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics - Proceedings of the Intern. RILEM Workshop. (Elfgren, L.; Shah, S. P., Hrsg.), Band 6, Kap. 18, Chapman and Hall, London, ISBN 041236980X, 1991
- /38/ HART-SMITH, L. J.: Adhesive bonded single-lap joints. NASA, Tech. Rep. CR 112236, 1973
- /39/ HARTL, G.: Die Arbeitslinie "Eingebetteter Stähle" unter Erst- und Kurzzeitbelastung. Beton- und Stahlbetonbau, 1983, Heft 8, S. 221-224
- /40/ HEILMANN, H. G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. Beton - Herstellung und Verwendung, Heft 19, 1969, S. 68-70
- /41/ HILSDORF, H. K.: Stoffgesetze für Beton in der CEP-FIP-Mustervorschrift MC 90. In: Technologie und Anwendung der Baustoffe (Festschrift zum 60. Geburtstag von F.S. Rostásy). Ernst & Sohn, ISBN 3-433-01242-3, 1992
- /42/ HILTI BAUCHEMIE: Schubfeste Klebeverbindung zwischen Stahlplatten und Stahlbetonbauteilen oder Spannbetonbauteilen mit dem System "Concretin GBI". Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, DIBT, Zul.-Nr. Z-36.1-20, Juli 1993
- /43/ HILTI-KONZERN-FORSCHUNG: Schubspannungsverlauf in der Klebfuge von geklebten Stahllamellen im Zug-Scherversuch. Versuchsbericht A-IB-17/91, HILTI AG, 1991
- /44/ HILTI-KONZERN-FORSCHUNG: Statische Versuche an Biegebalken mit geklebter Bewehrung. Versuchsbericht A-IB-15/91, HILTI AG, 1991
- /45/ HOLZENKÄMPFER, P.: Ingenieurmodell für das Verbundsystem Stahlbeton und Klebelasche - Mechanical engineering model of reinforced concrete members strengthened by externally bonded steel plates. Deutscher Ausschluß für Stahlbeton, Berlin 1989, Beiträge zum 22. Forschungskolloquium "Karl-Kordina-Kolloquium" an der TU Braunschweig, 1989

- /46/ HOLZENKÄMPFER, P.: Strengthening of structural concrete members by bonded steel plates - Static strength and design problems. Proceedings, International Seminar "Structural Repairs/Strengthening by the Plate Bonding Technique", University of Sheffield, SIRIUS, 1990
- /47/ HOLZENKÄMPFER, P.; RANISCH, E.-H.: Mit Klebstoff und Stahllaschen zerstörte Betonbauteile retten. Beratende Ingenieure, 1989, Nr. 7/8, S. 34-41
- /48/ IRVIN, C. A. K.: The strengthening of concrete beams by bonded steel plates. TRRL Supplementary Report 160 UC, Department of the Environment, Crowthorne, Berkshire, 1975
- /49/ IVANYI, G.: Zugfestigkeit von Beton in örtlich veränderlichen Beanspruchungszuständen - Gradientenwirkung. Forschungsbericht, TU Braunschweig, 1976
- /50/ IVANYI, G.; BUSCHMEYER, W.: Verstärkung von Spannbetonbrücken durch Stahllaschen - Anwendungskriterien. Beton- und Stahlbetonbau, 87, 1992, Heft 11, S. 265-271
- /51/ JANOVIĆ, K.: Zur Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Betonwerk + Fertigerteiltechnik, 1986, Heft 12, S. 815-823
- /52/ JANOVIĆ, K.; KUPFER, H.: Teilweise Vorspannung - Plattenversuche. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 351, 1984
- /53/ JOHNSON, R. P.; TAIT, C. J.: The strength in combined bending and tension of concrete beams with externally bonded reinforcing plates. Building and Environment, Vol. 16, 1981, No. 4, pp. 287-299
- /54/ JONES, R.; SWAMY, R. N.; ANG, T. H.: Under- and over-reinforced concrete beams with glued steel plates. Int. Journ. of Cement Composites and Lightweight Concrete, Vol. 4, 1982, No. 1, pp. 19-32
- /55/ JONES, R.; SWAMY, R. N.; BLOXHAM, J.; BOULDERBALAH, A.: Composite behaviour of concrete beams with epoxy bonded external reinforcement. Int. Journ. of Cement Composites, Vol. 2, 1980, No. 2, pp. 91-107
- /56/ JONES, R.; SWAMY, R. N.; CHARIF, A.: Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates. The Structural Engineer, Vol. 66, 1988, No. 5, pp. 85-94
- /57/ KAISER, H.: Bewehren von Stahlbeton mit kohlenstoffaserverstärkten Epoxidharzen. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1989
- /58/ KAMKE, E.: Differentialgleichungen - Lösungsmethoden und Lösungen, Band 1: Gewöhnliche Differentialgleichungen. B.G. Teubner, Stuttgart, 1983
- /59/ KENDALL, K.: Crack propagation in lap shear joints. J. Phys. D.: Appl. Phys., Vol. 8, 1975, pp. 512-522
- /60/ KENDALL, K.: Transition between cohesive and interfacial failure in a laminate. Proc. R. Soc. Lond., Vol. 344 A, 1975, pp. 287-302

- /61/ KIRMAIR, H.: Das Schubtragverhalten schlanker Stahlbetonbalken - Theoretische und experimentelle Untersuchungen für Leicht- und Normalbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 385, 1987, S. 9-72
- /62/ KOBARG, J.: Verankerung axialbeanspruchter Bewehrungsstäbe im Beton unter Querbeanspruchung. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1984
- /63/ KÖNIG, G.; FEHLING, E.: Grundlagen zur Rißbreitenbeschränkung im Spannbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, 83, 1988, Nr. 12, S. 317-323
- /64/ KRELLER, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Stuttgart, 1989
- /65/ KRIPS, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Dissertation, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, TH Darmstadt, 1984
- /66/ KUNTZ, S.: Verbundverhalten von laschenverstärkten Stahlbetonzuggliedern. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, TU Braunschweig, 1993
- /67/ LADNER, M.; PRALONG, J.; WEDER, CH.: Geklebte Bewehrung: Bemessung und Erfahrungen. EMPA-Forschungs- und Arbeitsbericht, Nr. 116/5, Dübendorf, 1990
- /68/ LADNER, M.; WEDER, CH.: Geklebte Bewehrung im Stahlbetonbau. EMPA-Forschungs- und Arbeitsbericht, Nr. 206, Dübendorf, 1981, S. 23-31
- /69/ LEON, A.: Über die Scherfestigkeit des Betons. Beton und Eisen, 34, 1935, Nr. 8, S. 130-136
- /70/ LEONHARDT, F.: Vorlesungen über Massivbau, Vierter Teil - Nachweis der Gebrauchsfähigkeit. Springer-Verlag, 1976 u. 1978
- /71/ LIEBAU, P.: Weiterentwicklung der Rißbreitenberechnung durch Vereinfachung. Beton- und Stahlbetonbau, 1991, Heft 8, S. 177-180
- /72/ MACDONALD, M. D.: The flexural behaviour of concrete beams with bonded external reinforcement. TRRL Supplementary Report 415, Departement of Transport, Crowthorne, 1978
- /73/ MACDONALD, M. D.: The flexural performance of 3.5 m concrete beams with various bonded external reinforcements. TRRL Supplementary Report 728, Department of Transport, Crowthorne, 1982
- /74/ MARTI, P.: Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton. Dissertation, ETH Zürich, 1980
- /75/ MARTIN, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 228, 1973

- /76/ MARTIN, H.; SCHIEBL, P.; SCHWARZKOPF, M.: Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen. Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Forschungsbericht, Heft 309, 1980, S. 35-66
- /77/ MAYS, G. C.: Fatigue performance and durability of structural adhesive joints. Department of Civil Engineering of the University of Dundee, 1985
- /78/ MAYS, G. C.; RAITHEY, K. D.: Bonded external reinforcement for strengthening concrete bridges. University of Dundee, 1984
- /79/ MORTELMANS, F.: Praktische berekening van uitwendig aangebrachte wapeningen bij op buiging belaste elementen. K. U. Leuven, Fakulteit Toegepaste wetenschappen, Departement Bouwkunde, Nr. 11-ST-05, 1982
- /80/ NOAKOWSKI, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 296, 1978
- /81/ NOAKOWSKI, P.: Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangbeanspruchung und Rißbreite - Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug - Rechenhilfen für die Praxis. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 394, 1988
- /82/ OEHLERS, D. J.: Reinforced concrete beams with plates glued to their soffits. Journ. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 118, 1992, No. 8, pp. 2023-2038
- /83/ OEHLERS, D. J.; MORAN, J. P.: Premature failure of externally plated reinforced concrete beams. Journ. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, 1990, No. 4, pp. 978-995
- /84/ OTTOSEN, N. S.; OLSSON, K.-G.: Hardening/Softening Plastic Analysis of Adhesive Joints. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, 1988, No. 1, pp. 97-116
- /85/ PICHLER, D.: Die Wirkung von Anpressdrücken auf die Verankerung von Klebelamellen. Dissertation, Universität Innsbruck, 1993
- /86/ PRAVIDA, J.: Untersuchungen an einem Stahlbetonplattenbalken mit verstärkender Klebarmierung. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Massivbau, TU München, 1993
- /87/ RANISCH, E.-H.: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton - Geklebte Bewehrung. Dissertation, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Heft 54, 1982
- /88/ RAO, P. S.: Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 177, 1966
- /89/ REHM, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 138, 1961
- /90/ REHM, G.; MARTIN, H.: Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, 1968, Heft 8, S. 175-182

- /91/ REINECK, K.-H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion, Universität Stuttgart, 1990
- /92/ REINHARDT, H. W.: Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. Heron, Vol. 29, 1984, No. 2
- /93/ ROBERTS, T. M.: Shear and normal stresses in adhesive joints. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 115, 1989, No. 11, pp. 2460-2479
- /94/ ROBERTS, T. M.; HAJI-KAZEMI, H.: Theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates. Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2, Vol. 87, 1989, No. 9344, pp. 39-55
- /95/ ROHLING, A.: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Ribbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen. Dissertation, Tu Braunschweig, 1987
- /96/ ROSTASY, F. S.: Strengthening of R/C- and P/C-structures with bonded steel and FRP-plates. Fifth International Conference "Structural faults & repair", University of Edinburgh, 1993
- /97/ ROSTASY, F. S.; HANKERS, CH.: Ingenieurmodell für das Verbundsystem Stahlbeton + Klebelasche, Teil 2: Dynamische Grundversuche an durch angeklebte Stahllaschen verstärkten Stahlbetonbalken. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1991
- /98/ ROSTASY, F. S.; HENNING, W.: Zwang- und Oberflächenbewehrung dicker Wände. Beton- und Stahlbetonbau, 1985, Heft 4, S. 108-113 und Heft 5, S. 134-136
- /99/ ROSTASY, F. S.; HOLZENKÄMPFER, P.: Ingenieurmodell für das Verbundsystem Stahlbeton + Klebelasche, Teil 1: Statische Grundversuche an durch angeklebte Stahllaschen verstärkten Stahlbetonbalken. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1989
- /100/ ROSTASY, F. S.; HOLZENKÄMPFER, P.: Rechenmodelle zur Ermittlung der Tragfähigkeit für die Verbindung Ankerkörper-Beton von Spannverfahren. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1991
- /101/ ROSTASY, F. S.; KOCH, R.; LEONHARDT, F.: Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 267, 1976
- /102/ ROSTASY, F. S.; RANISCH, E.-H.: Nachträgliche Verstärkung von Stahlbetonplatten durch Ankleben von Bewehrung. Abschlußbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig
- /103/ ROSTASY, F. S.; RANISCH, E.-H.: Sanierung von Betontragwerken durch Ankleben von Faserverbundwerkstoffen. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1984
- /104/ ROSTASY, F. S.; RANISCH, E.-H.: Bemessungshilfen für angeklebte Laschenverstärkungen von Stahlbetonplatten. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Oktober 1986

- /105/ ROSTASY, F. S.; RANISCH, E.-H.: Verstärkung von Stahlbetonplatten durch angeklebte Laschen aus glasfaserverstärktem Kunststoff. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Mai 1986
- /106/ ROSTASY, F. S.; RANISCH, E.-H.; ALDA, W.: Nachträgliche Verstärkung von Spannbetonbrücken im Koppelfugenbereich durch geklebte Stahllaschen. Forschung Straßenbau und Straßenverkehr, Bonn, Forschungsbericht Nr. 326, 1981, S. 95-142
- /107/ ROSTASY, F. S.; ROHLING, A.: Konstitutives Stoffgesetz des Verbundverhaltens von einbetoniertem Bewehrungsstahl - Arbeitsbericht II/1: Literaturstudie. Bericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1984
- /108/ SAGER, H.: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Heft 68, 1985
- /109/ SCHIEBL, P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 400, 1989, S. 158-175
- /110/ SCHOBER, H.: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation, Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen, Institut für Massivbau der Universität Stuttgart, 1984
- /111/ SCHORN, H.: Einfluß der Adhäsion zwischen Bindemittel und Korn auf Festigkeit, Rißöffnungsenergie und lastabhängiges Verformungsverhalten von Beton. In: Technologie und Anwendung der Baustoffe (Festschrift zum 60. Geburtstag von F.S. Rostásy). Ernst & Sohn, ISBN 3-433-01242-3, 1992
- /112/ SNEDDON, I.: The distribution of stress in adhesive joints. In: Adhesives. (Eley, D., Hrsg.), Kap. 9, Oxford University Press, 1961
- /113/ TASSIOUS, T. P.: Properties of bond between concrete and steel and load cycles idealizing seismic actions. AICAP-CEP Symposium, Rome, CEB-Bulletin d'information, Vol. 1, 1979, No. 131
- /114/ THEILLOUT, J.-N.: Renforcement et reparation des ouvrages d'art par la technique des tôles collées. Dissertation, L'école nationale des ponts et chaussees, 1983
- /115/ THEILLOUT, J.-N.: Le renforcement des structures par la technique des tôles collées. Bull. liaison Labo. P. et Ch., No. 169, 1990, p. 91-107
- /116/ THORMÄHLEN, U.: Zum Einfluß von Spanngliedern mit nachträglichem Verbund auf Rißbildung und Rißbreitenbeschränkung bei teilweise vorgespannten Konstruktionen. Dissertation, RWTH Aachen, 1978
- /117/ TRIANTAFILLOU, T. C.; PLEVRIS, N.: Flexural behaviour of concrete structures strengthened with epoxy-bonded fiber-reinforced plastics. Proceedings, International Seminar "Structural Repairs/Strengthening by the Plate Bonding Technique", University of Sheffield, SIRIUS, 1990
- /118/ TRIANTAFILLOU, T. C.; PLEVRIS, N.: Post-strengthening of RC beams with epoxy-bonded fiber composite materials. Proceedings, ASCE-Conference, Las Vegas, Nevada, 1991, pp. 245-256

- /119/ TROST, H.; CORDES, H.; THORMÄHLEN, U.; HAGEN, H.: Teilweise Vorspannung - Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für die Rißbildung und Rißbreitenbeschränkung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, Heft 310, 1980
- /120/ TUE, N. V.: Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rißbildung unter statischer und wiederholter Belastung. Dissertation, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, TH Darmstadt, 1992
- /121/ VAN GEMERT, D.; NOREE, F.; ULRICH, E.: Stress analysis in epoxy bonded steel-concrete joints. Mechanical behaviour of adhesive joints, Pluralis, 1987, pp. 433-442
- /122/ VAN GEMERT, D.; VANDEN BOSCH, M.: Dimensionering van gelijmde wapeningen bij op buiging belaste elementen. Tijdschrift der Openbare Werken van Belgie, Nr. 1, 1982
- /123/ VAN GEMERT, D.; VANDEN BOSCH, M.; VANOVERSCHDELDE, C.; NORREE, F.; JANSSENS, H.: Design method for strengthening reinforced concrete beams and plates. Katholieke Universiteit Te Leuven, Fakulteit Toegepaste Wetenschappen, Departement Bouwkunde, 26-ST-14, 1986
- /124/ VAN GEMERT, D.: Repairing of Concrete by externally bonded steel plates. ICP/RILEM/IBK, International Symposium, Prague, 1981, pp. 519-526
- /125/ VOLKERSEN, O.: Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten. Luftfahrtforschung, 15, 1938, S. 41-47
- /126/ VOLKERSEN, O.: Recherches sur la théorie des assemblages collés. Construction métallique, No. 4, 1964, p. 3-13
- /127/ WALRAVEN, J. C.; REINHARDT, H. W.: Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading. Heron, Vol. 26, 1981, No. 1A
- /128/ WEIGLER, H.; BECKER, G.: Zur Frage der Schubdruckfestigkeit von Beton. Beton- und Stahlbetonbau, 1964, Nr. 5, S. 101-105
- /129/ WICKE, M.: Cracking and deformation in structural concrete. IASBE Colloquium Stuttgart 1991, S. 49-57
- /130/ WICKE, M.: CEB-FIP Model Code 1990: Serviceability Limit States. In: CEB-Bulletin d'information No. 217 "Selected justification notes". 1993
- /131/ WICKE, M.; PICHLER, D.: Geklebte Bewehrung - Endverankerung mit und ohne Anpreßdruck - Bemessungskonzept. HILTI-Konzern-Forschung, 1991

ANHANG

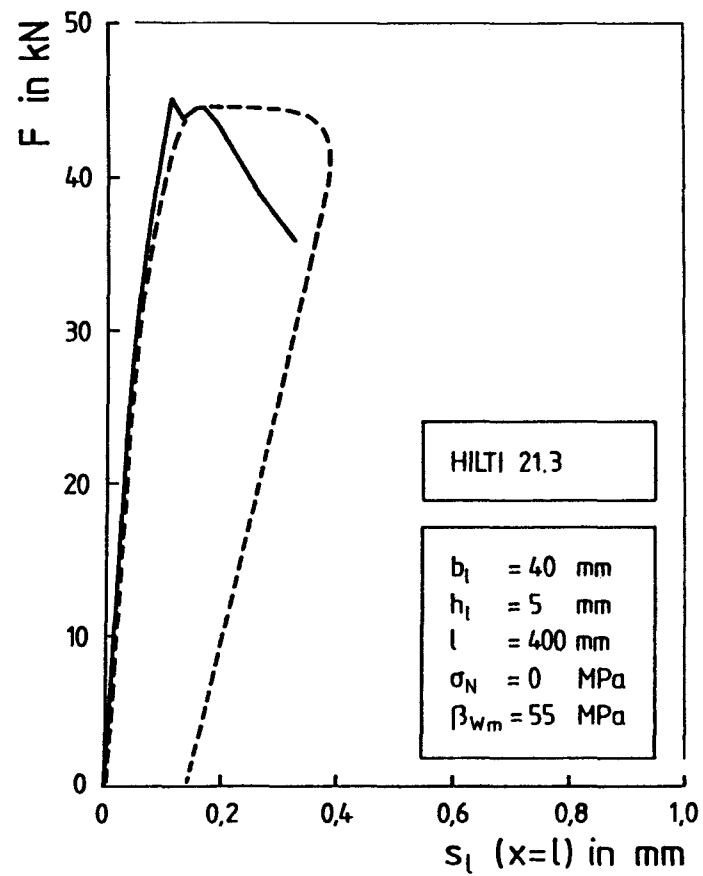
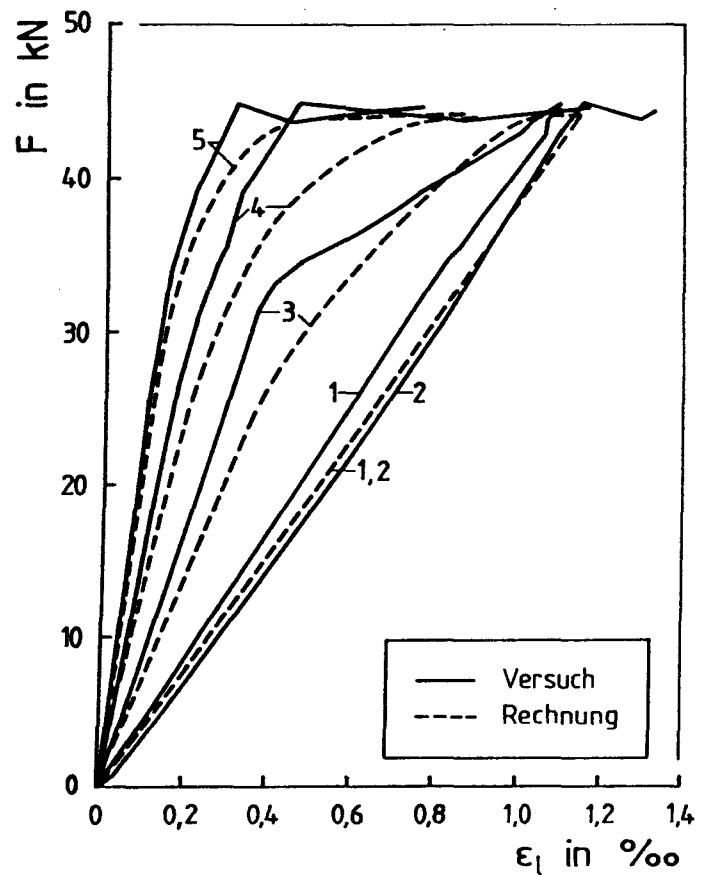


Bild A1: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 21.3

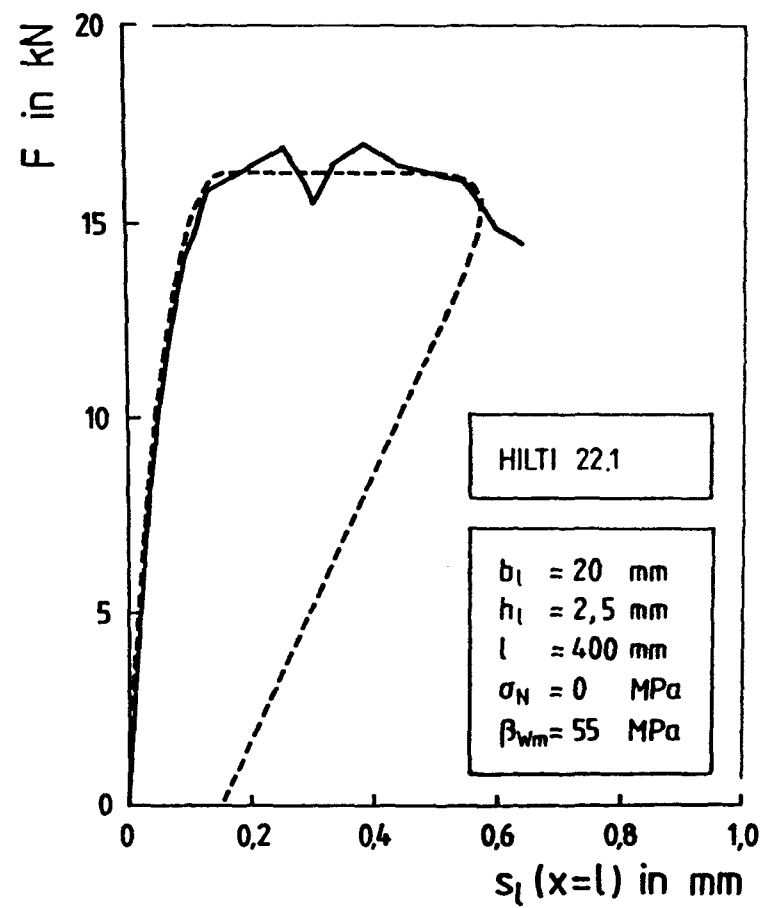
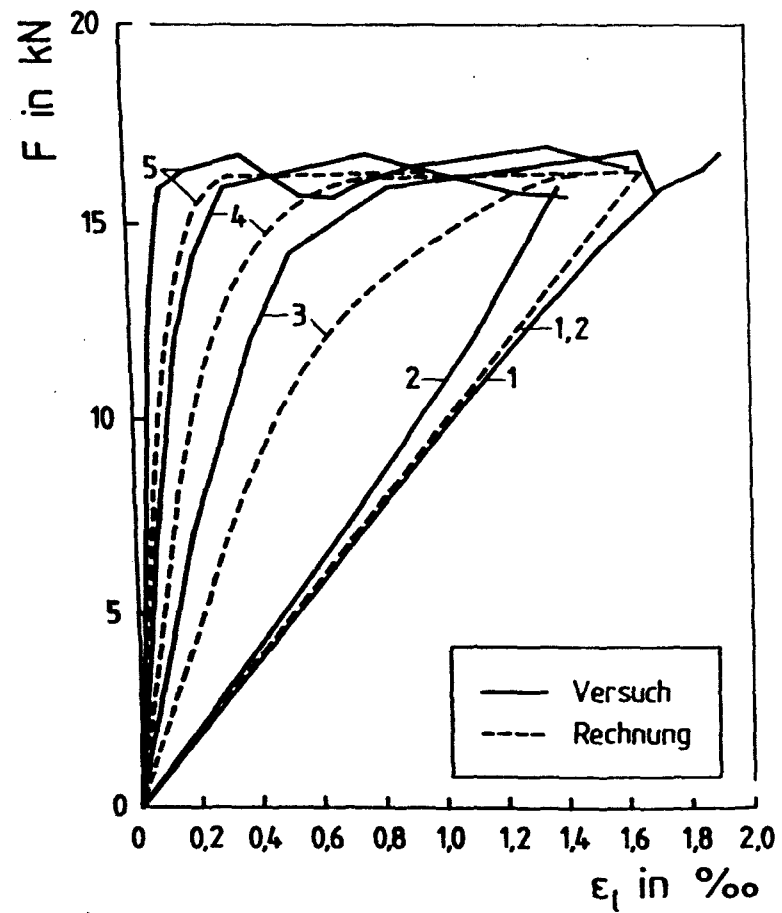


Bild A2: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 22.1

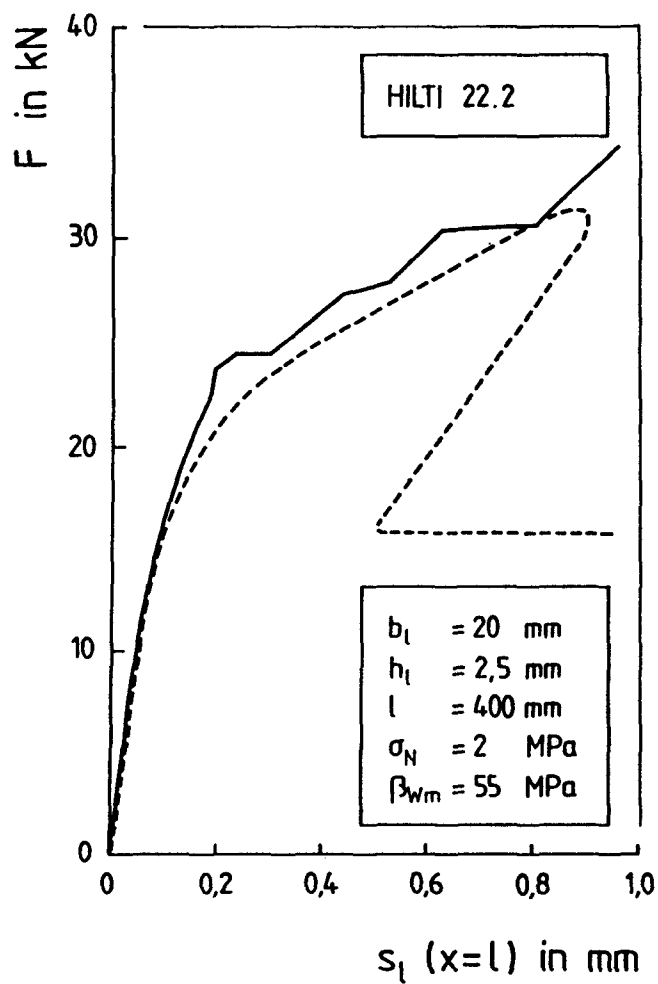
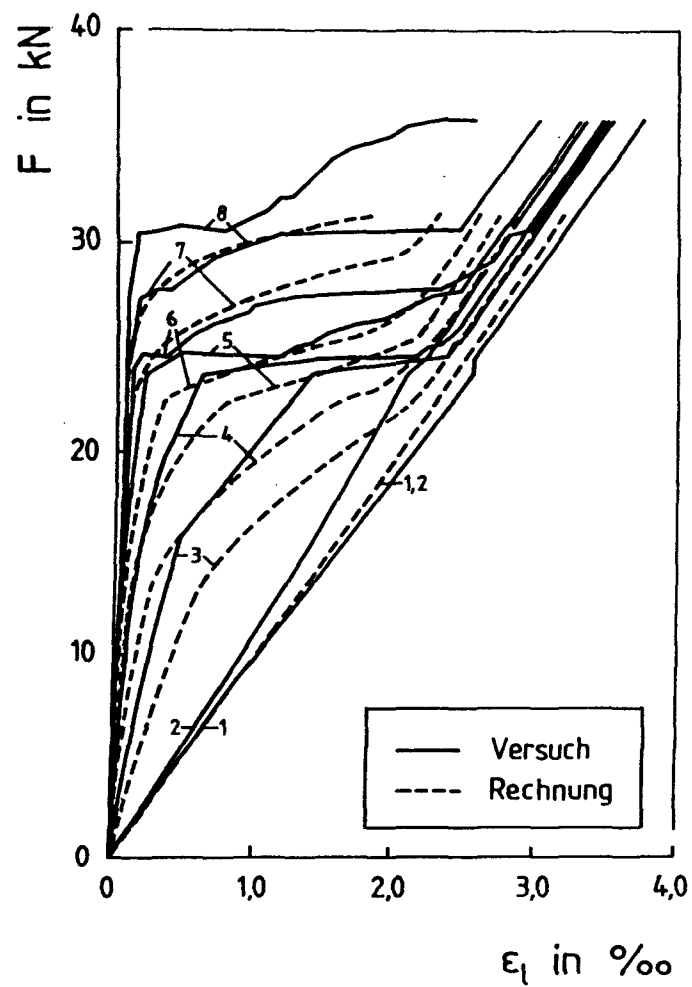


Bild A3: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 22.2

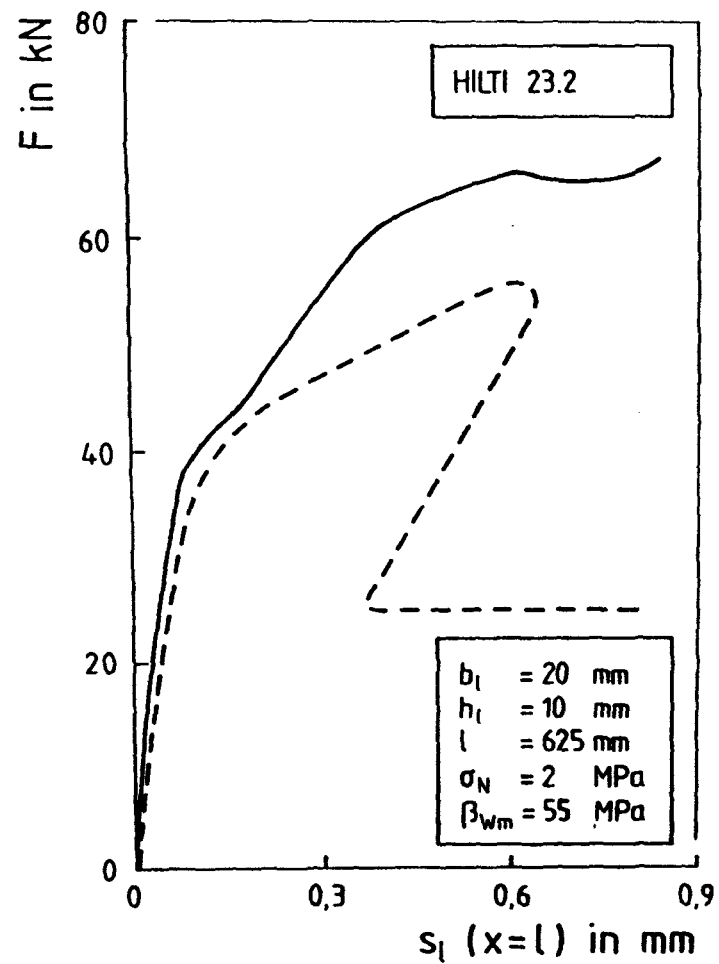
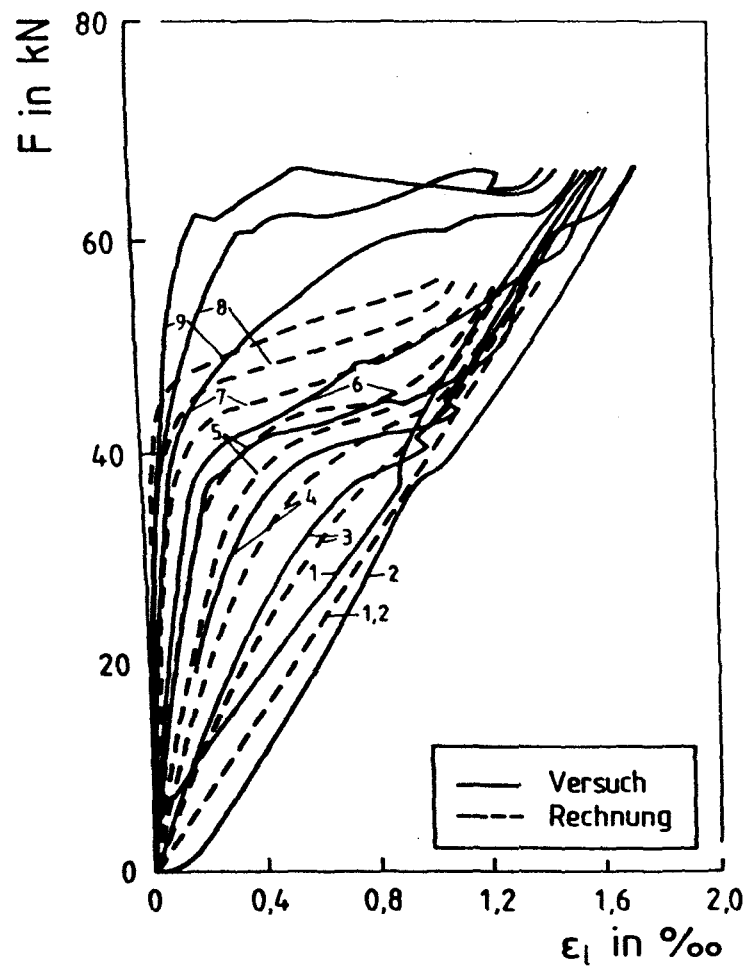


Bild A4: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 23.2

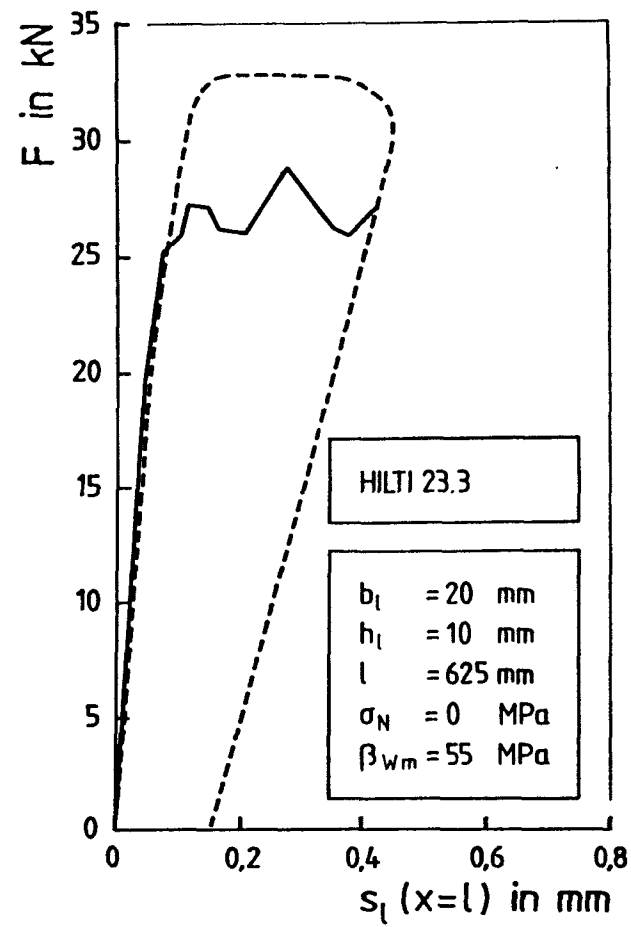
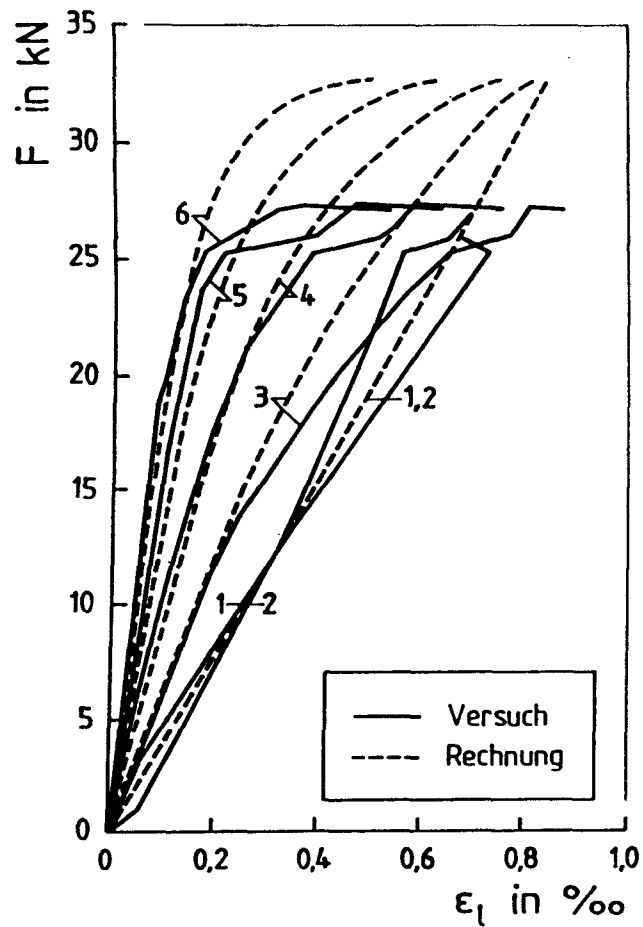


Bild A5: Rechnerische Werte nach eigenem Ansatz und Versuchsergebnisse - Versuch HILTI 23.3

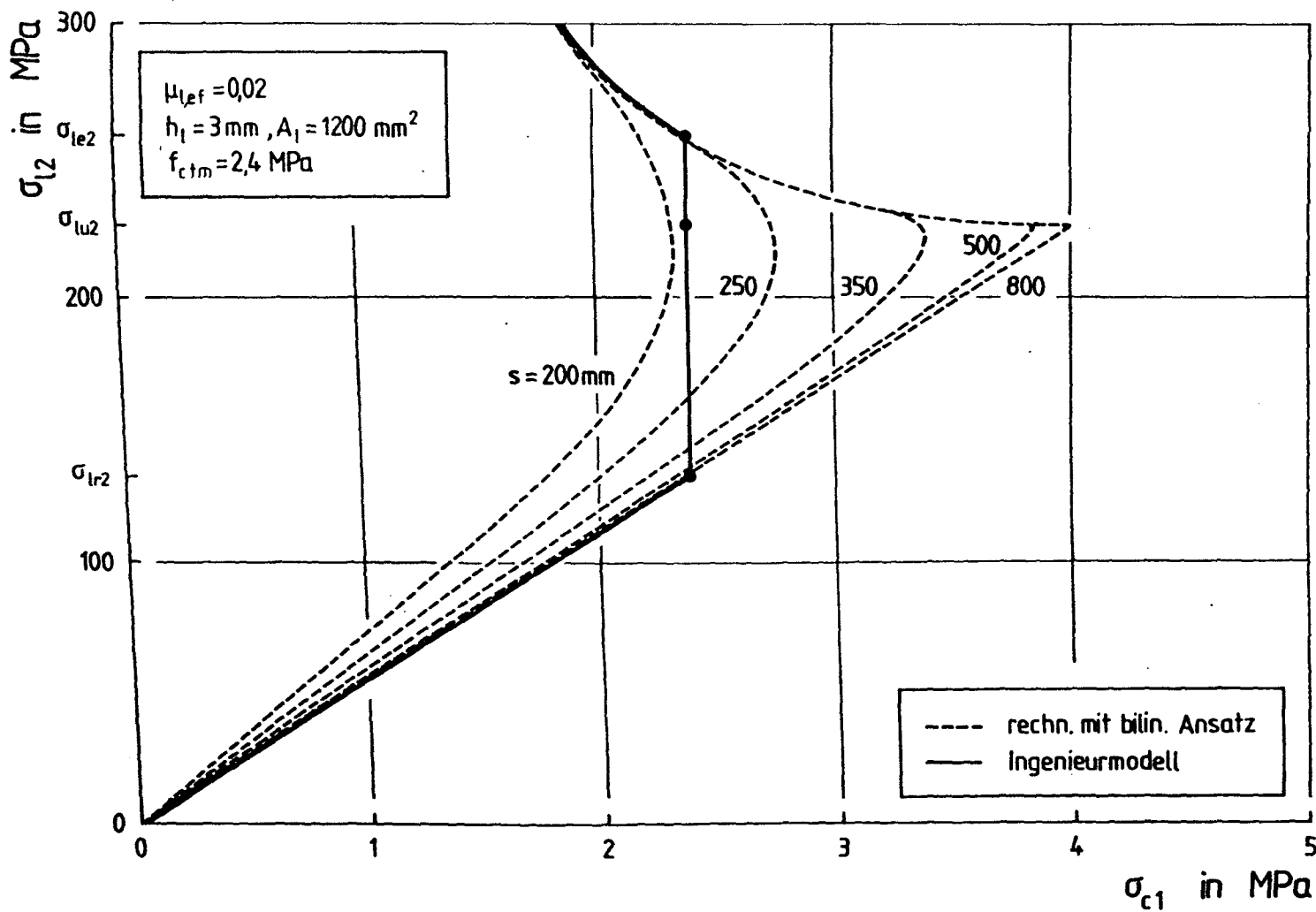


Bild A6: σ_{l2} - σ_{c1} -Linien für $l_{\ell,max}$ - Beispiel 2

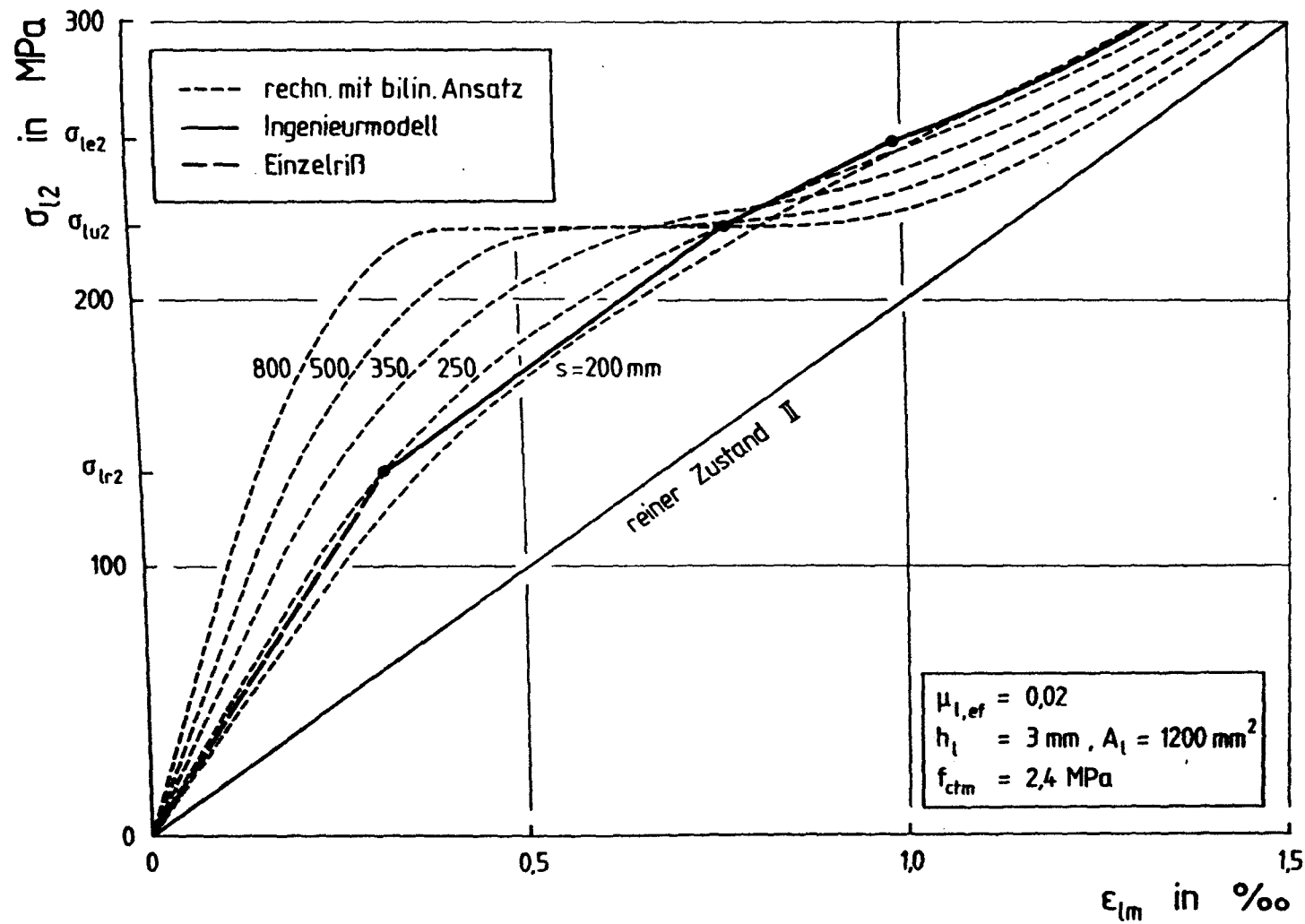


Bild A8: σ_{l2} - ϵ_{lm} -Linien für $l_{l,max}$ - Beispiel 2

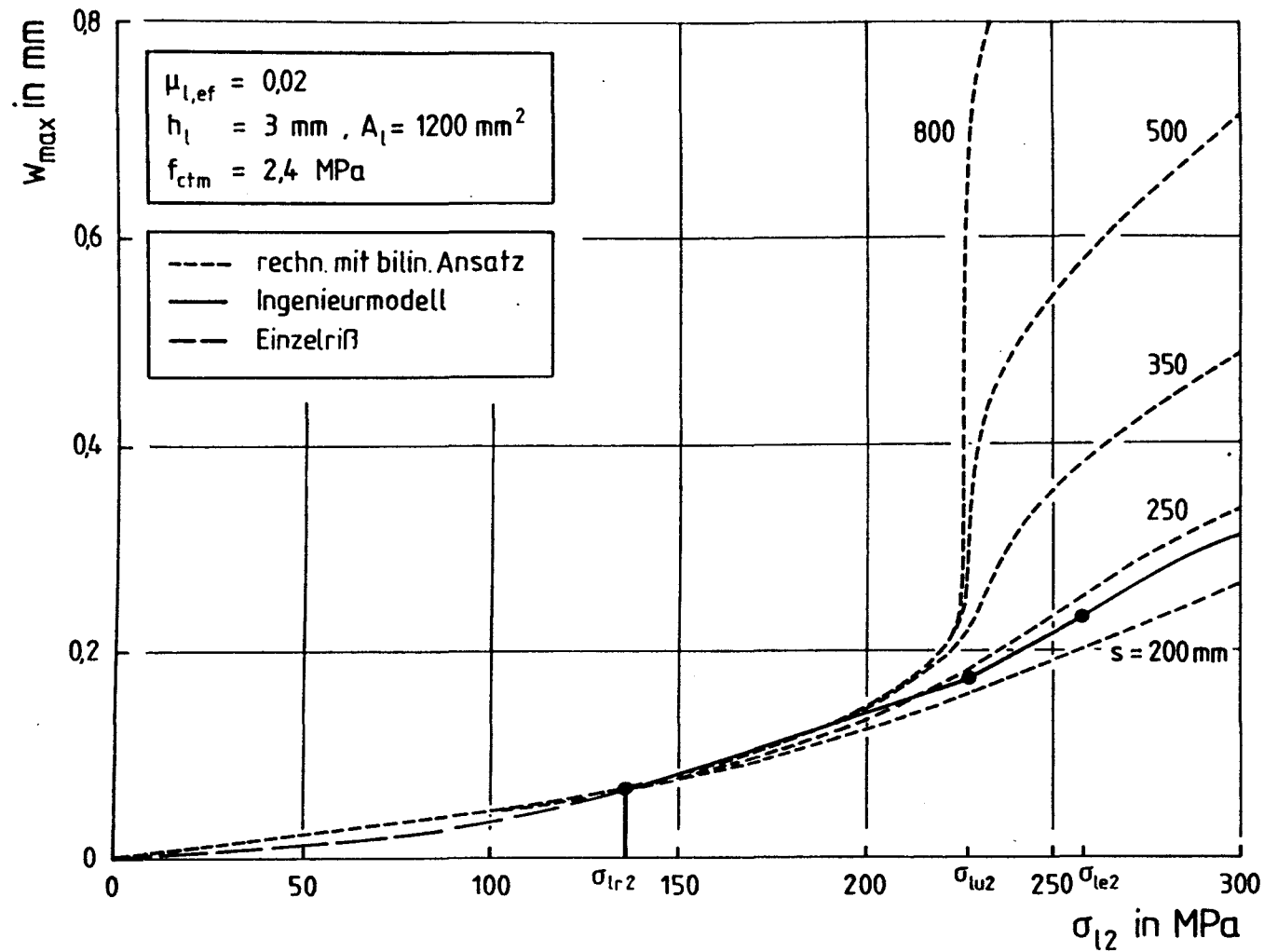


Bild A9: Maximale Rißbreite in Abhängigkeit von σ_{l2} - Beispiel 2

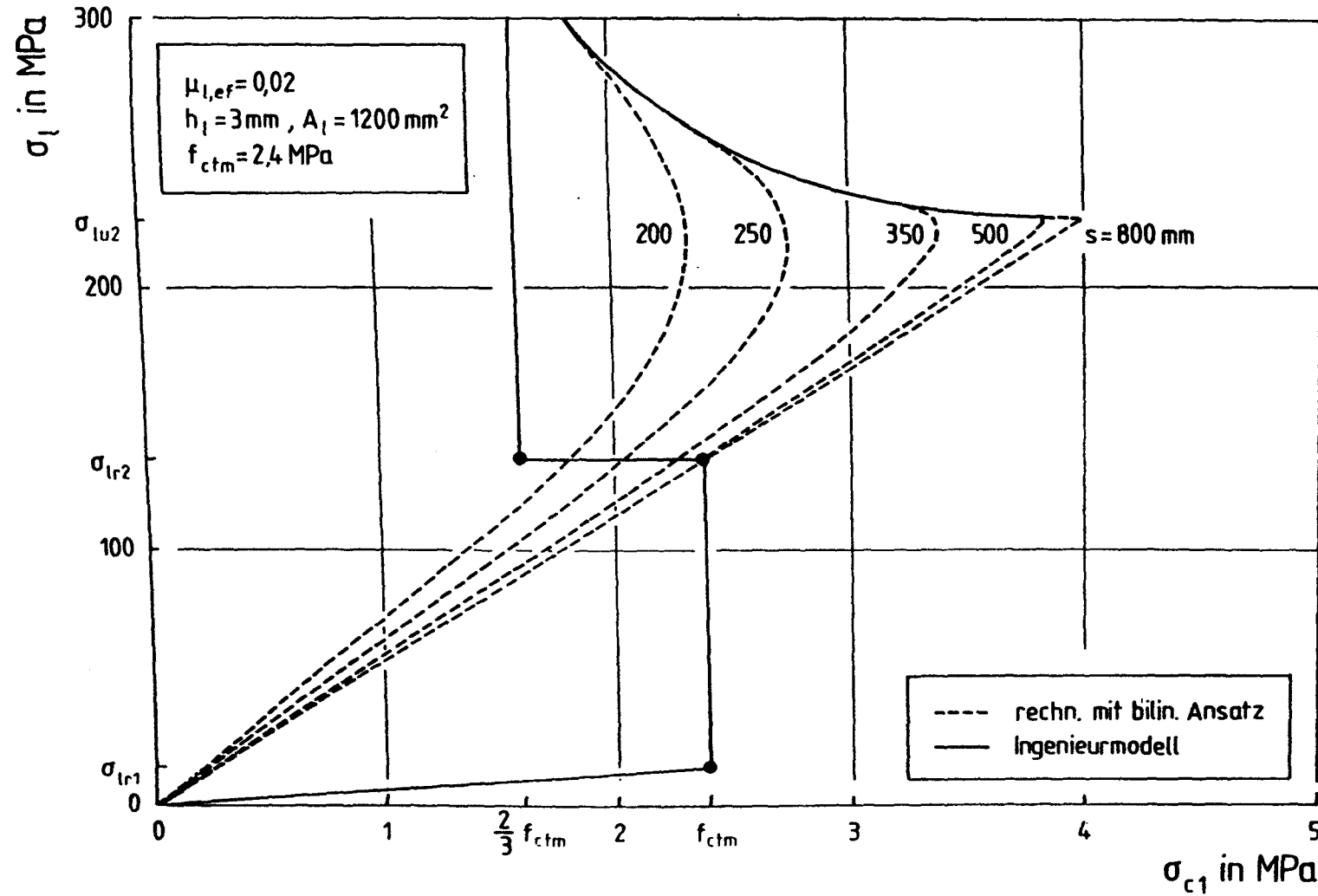


Bild A10: σ_{l2} - σ_{c1} -Linien für mittleren RiBabstand - Beispiel 2

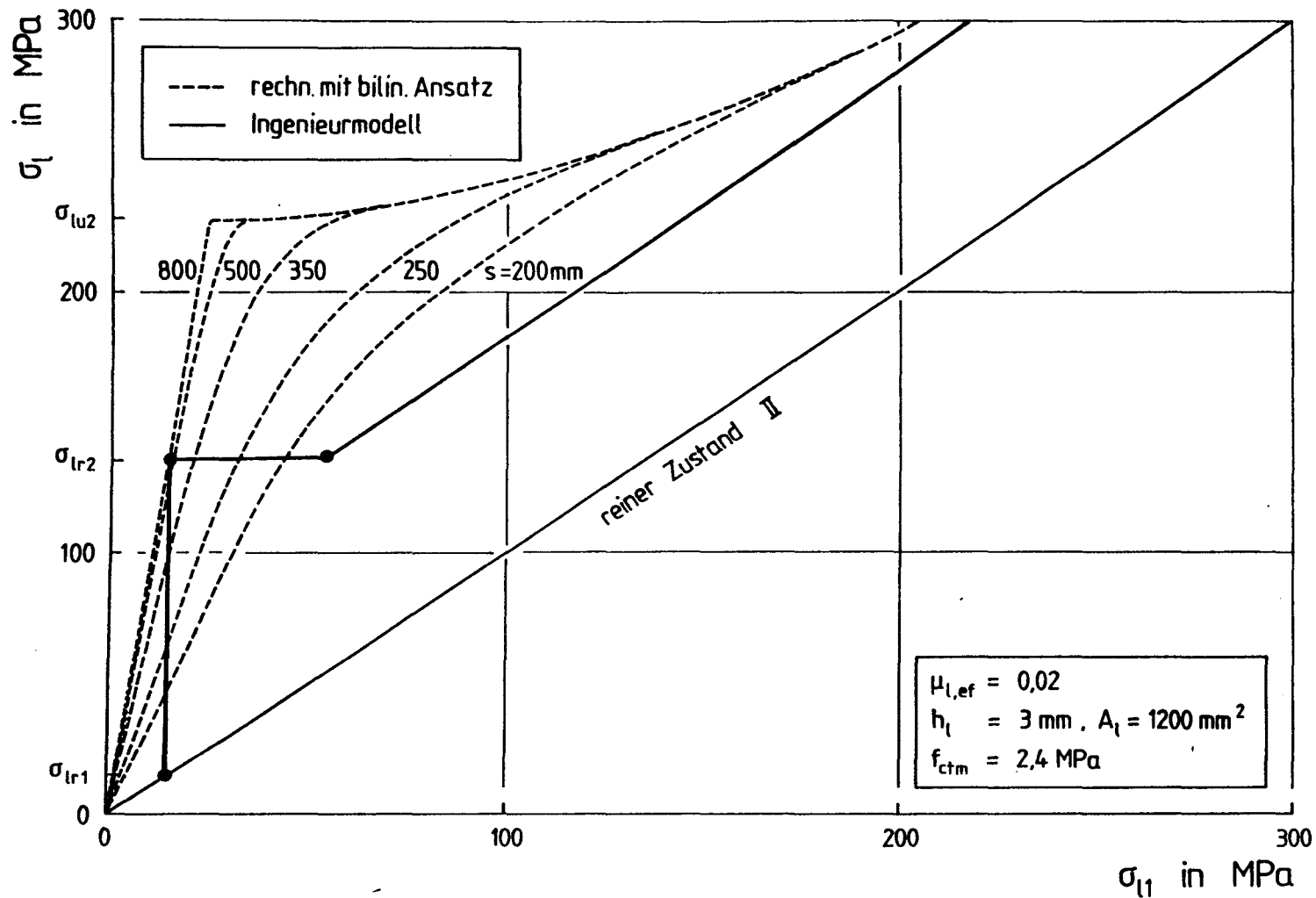


Bild A11: σ_{l2} - σ_{l1} -Linien für mittleren Rißabstand - Beispiel 2

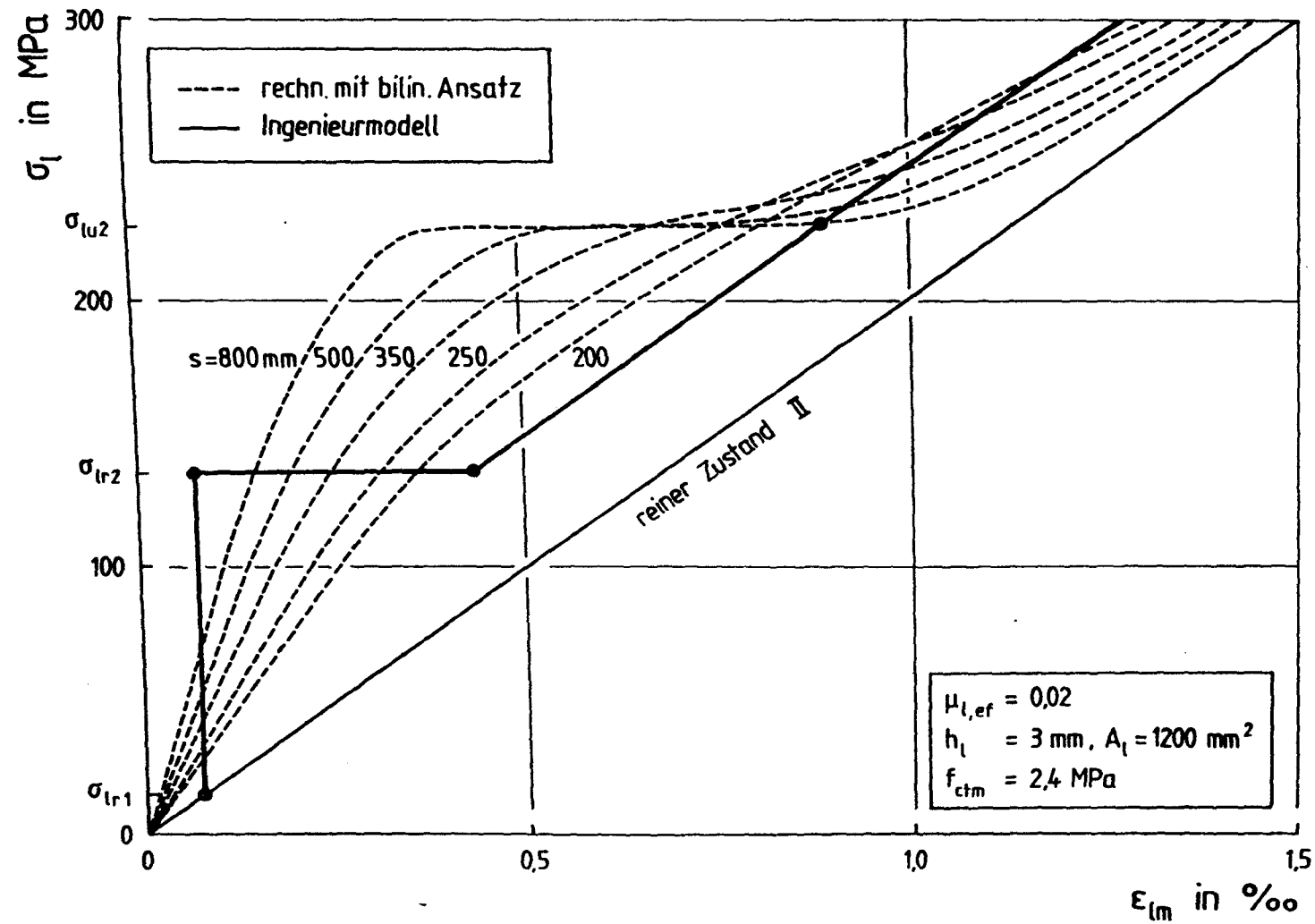


Bild A12: σ_{l2} - ϵ_{lm} -Linien für mittleren RiBabstand - Beispiel 2

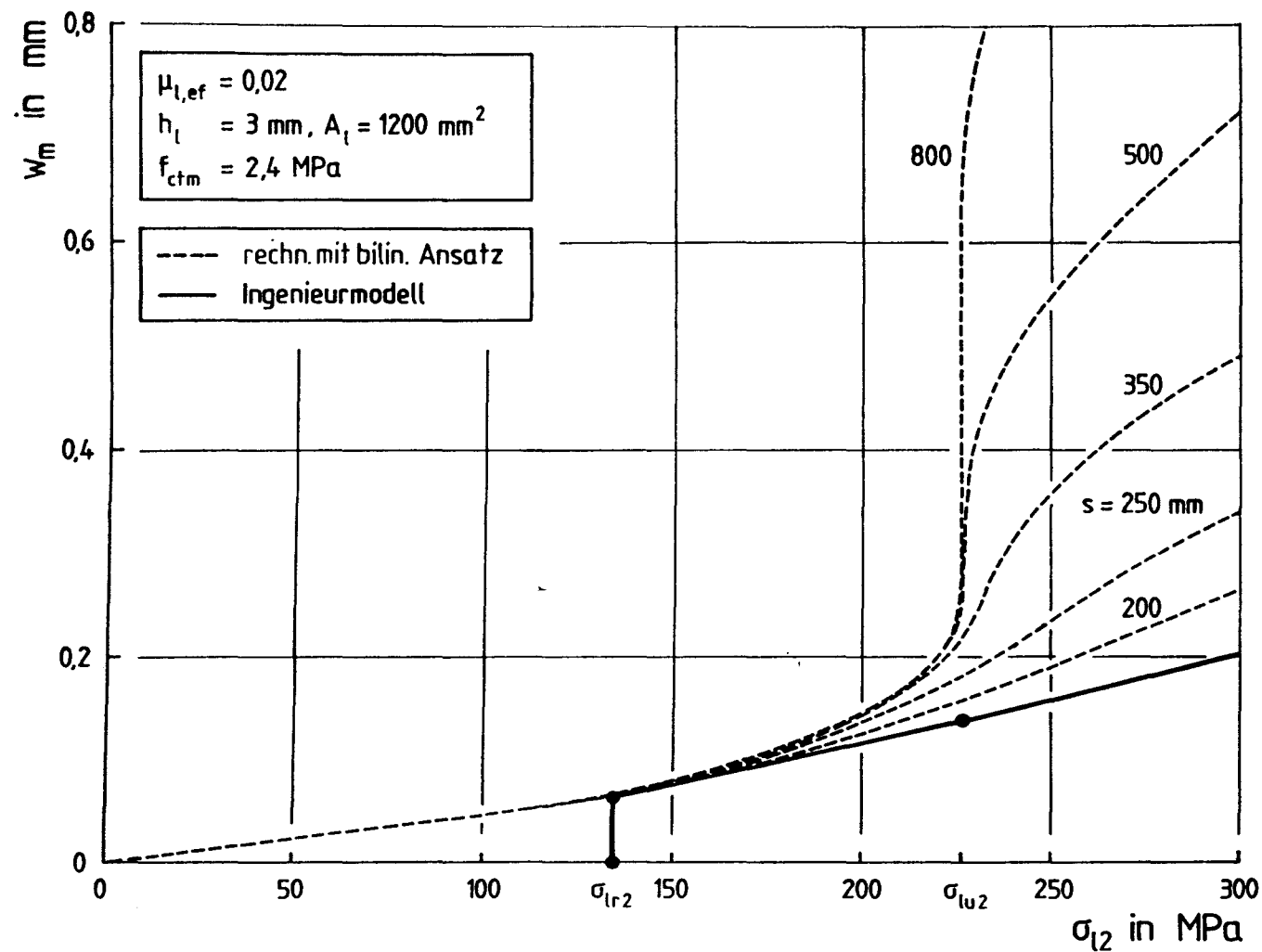


Bild A13: Mittlere Rißbreite in Abhängigkeit von σ_{l2} - Beispiel 2

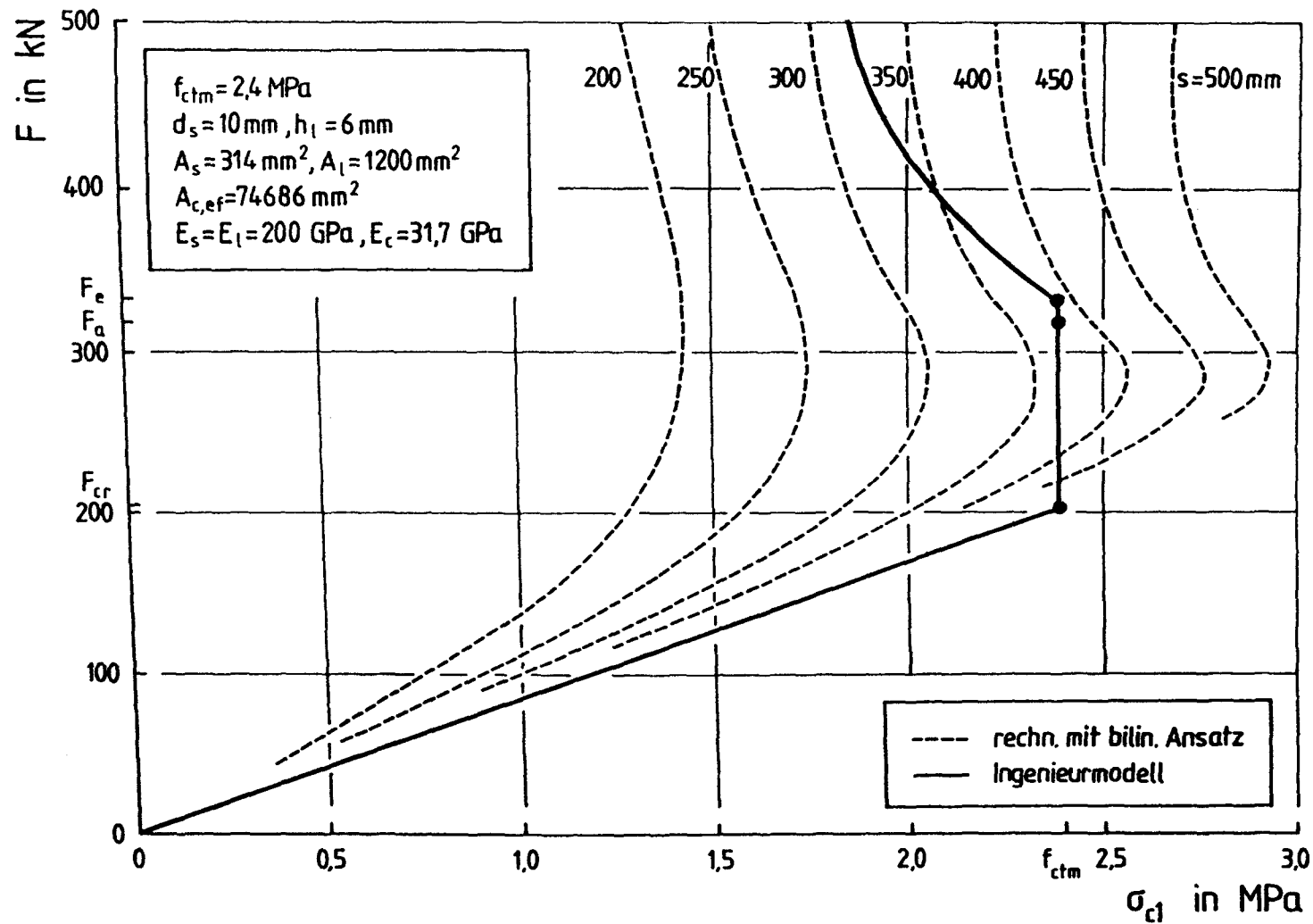


Bild A14: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei gemischter Bewehrung - Beispiel 3

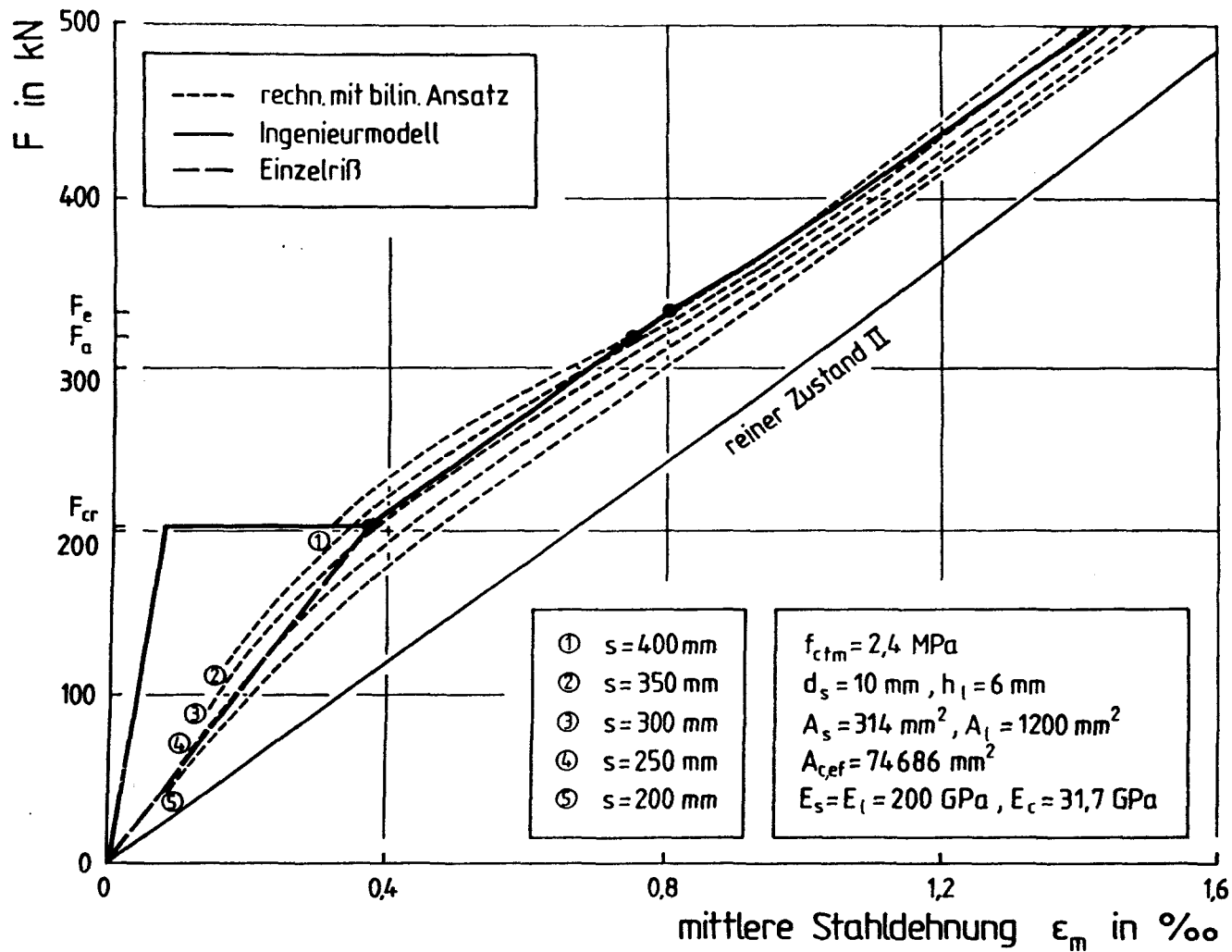


Bild A15: Kraft-Dehnungsline für maximalen Rißabstand - Beispiel 3

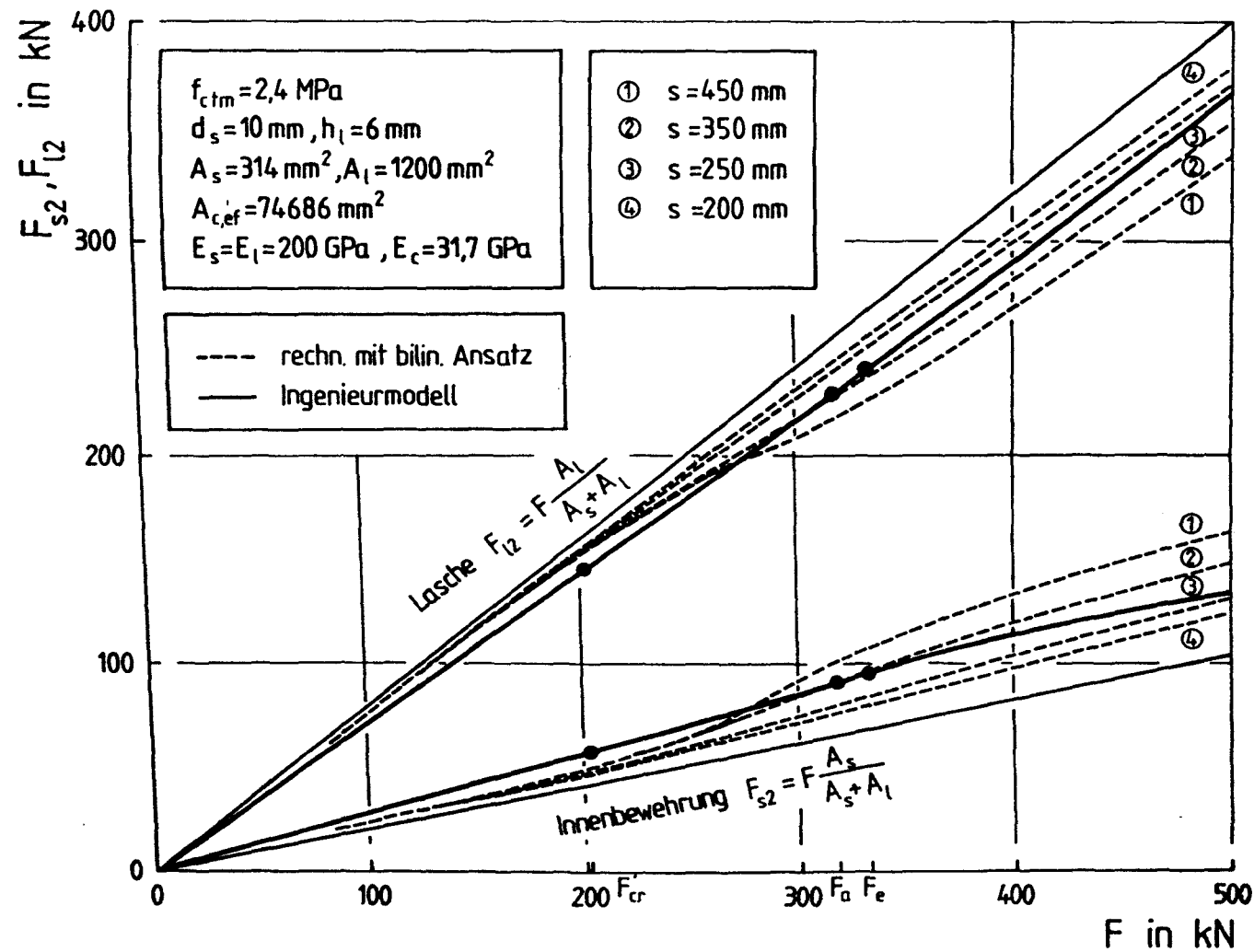


Bild A16: Kräfte bei gemischter Bewehrung für maximalen Rißabstand - Beispiel 3

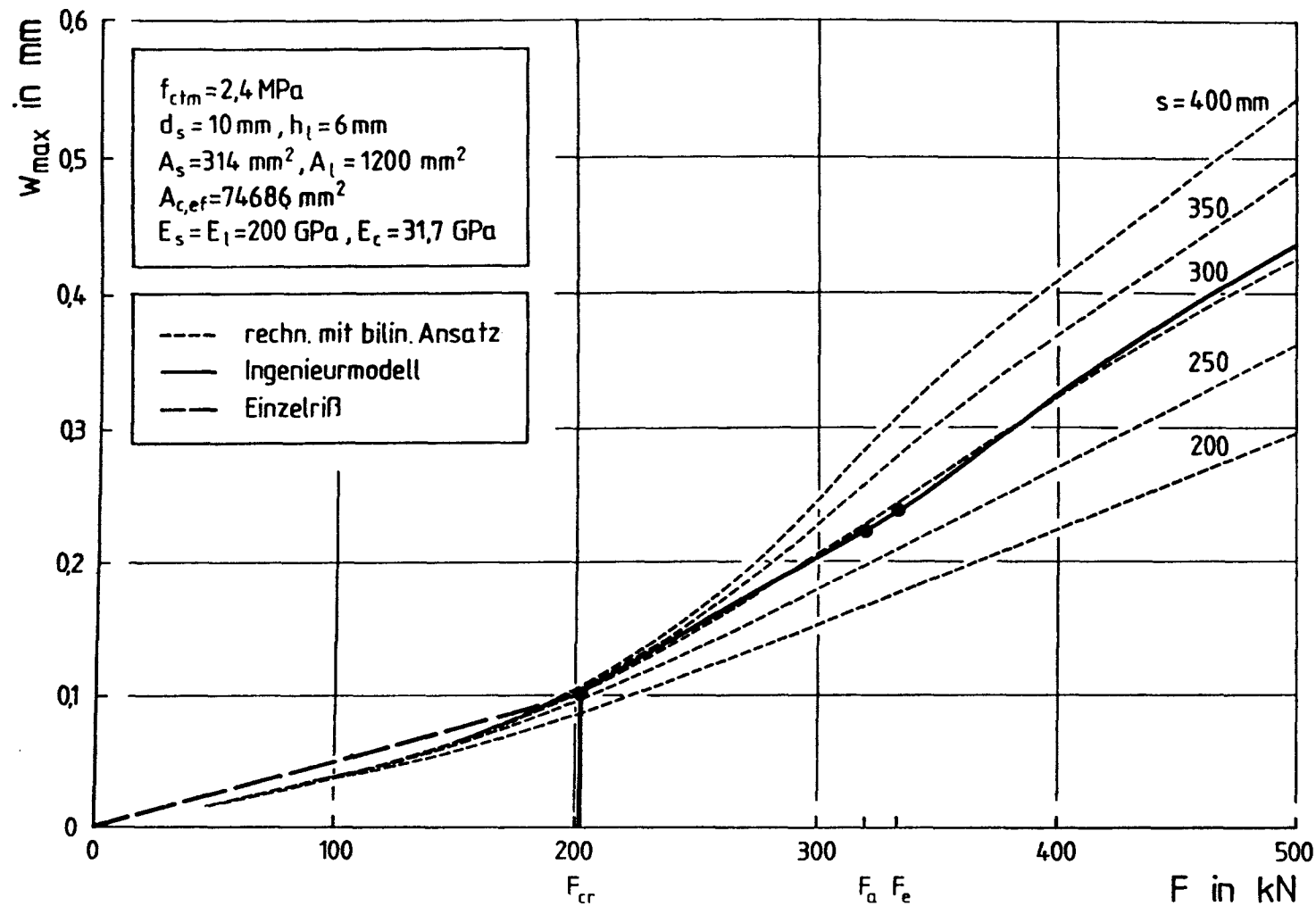


Bild A17: Maximale Rißbreite bei gemischter Bewehrung - Beispiel 3

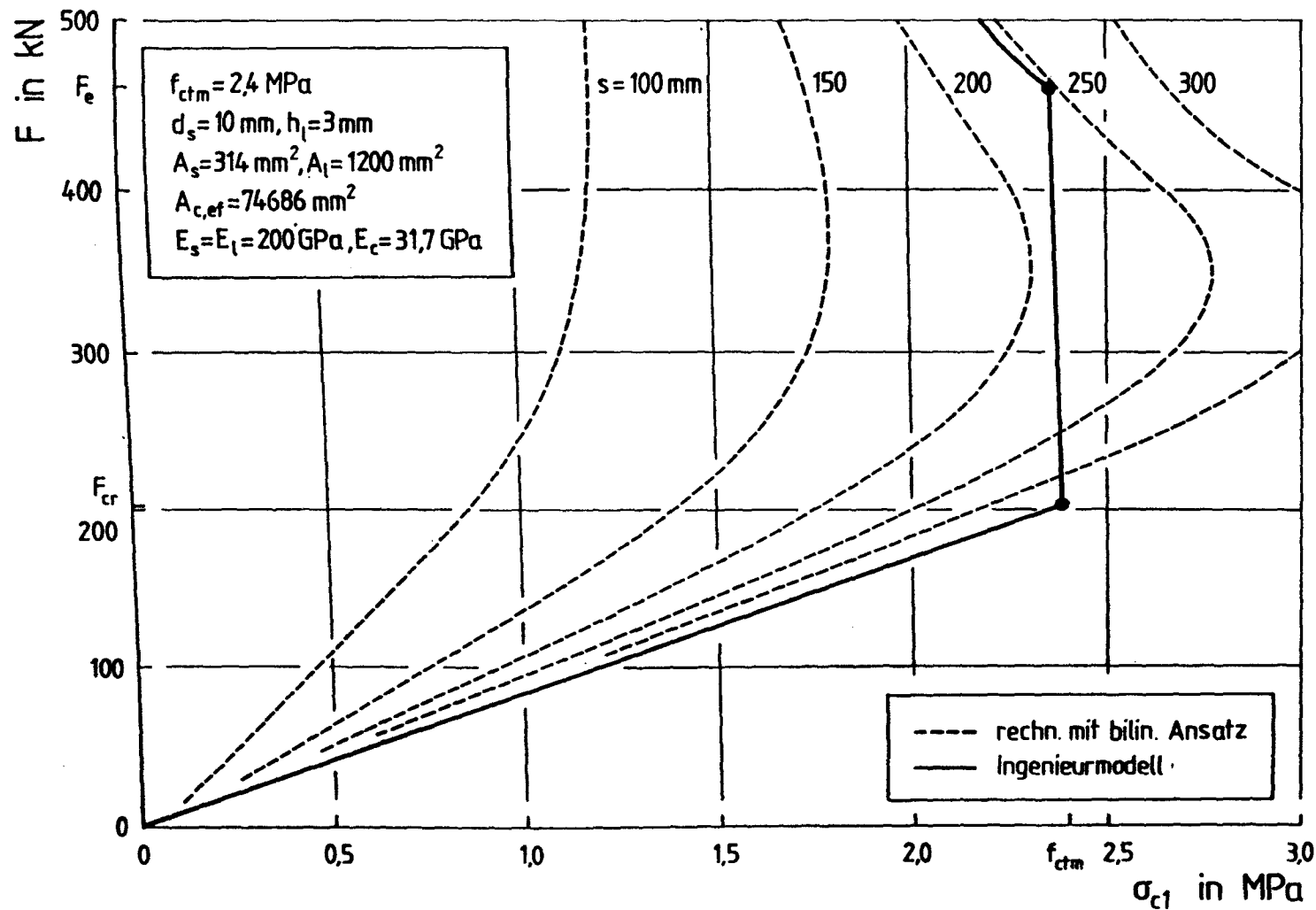


Bild A18: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei gemischter Bewehrung - Beispiel 4

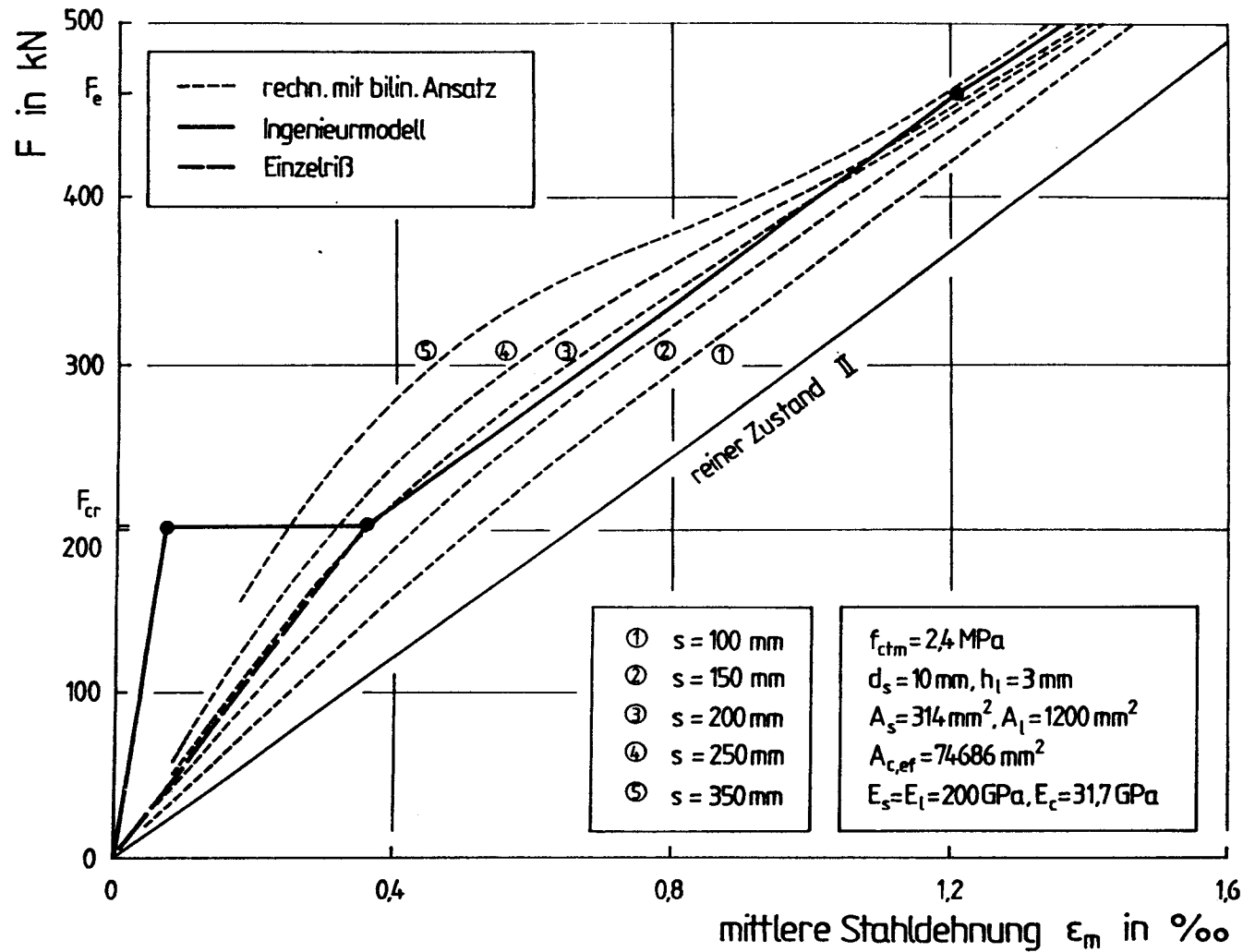


Bild A19: Kraft-Dehnungsline für maximalen Rißabstand - Beispiel 4

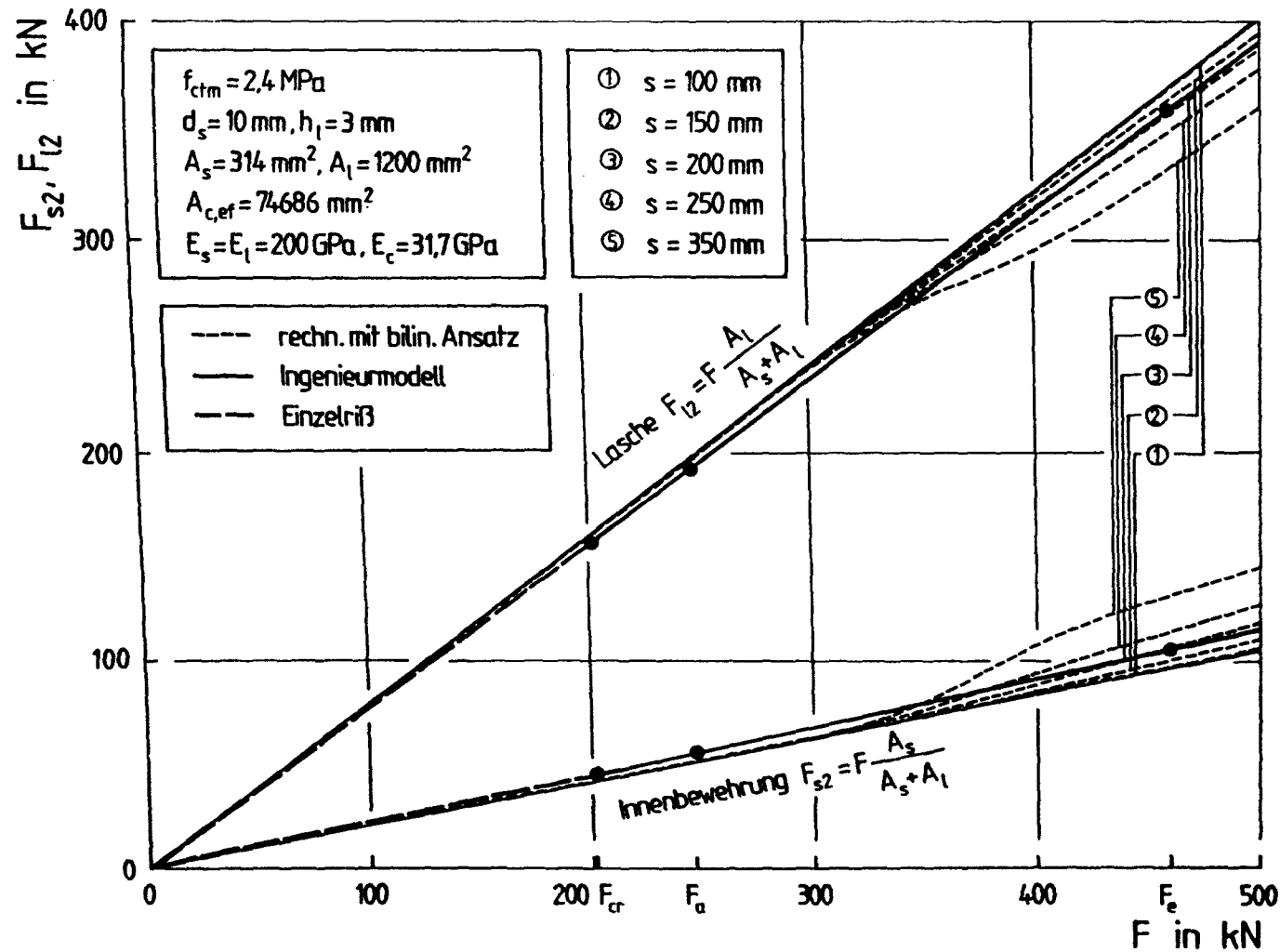


Bild A20: Kräfte bei gemischter Bewehrung für maximalen Rißabstand - Beispiel 4

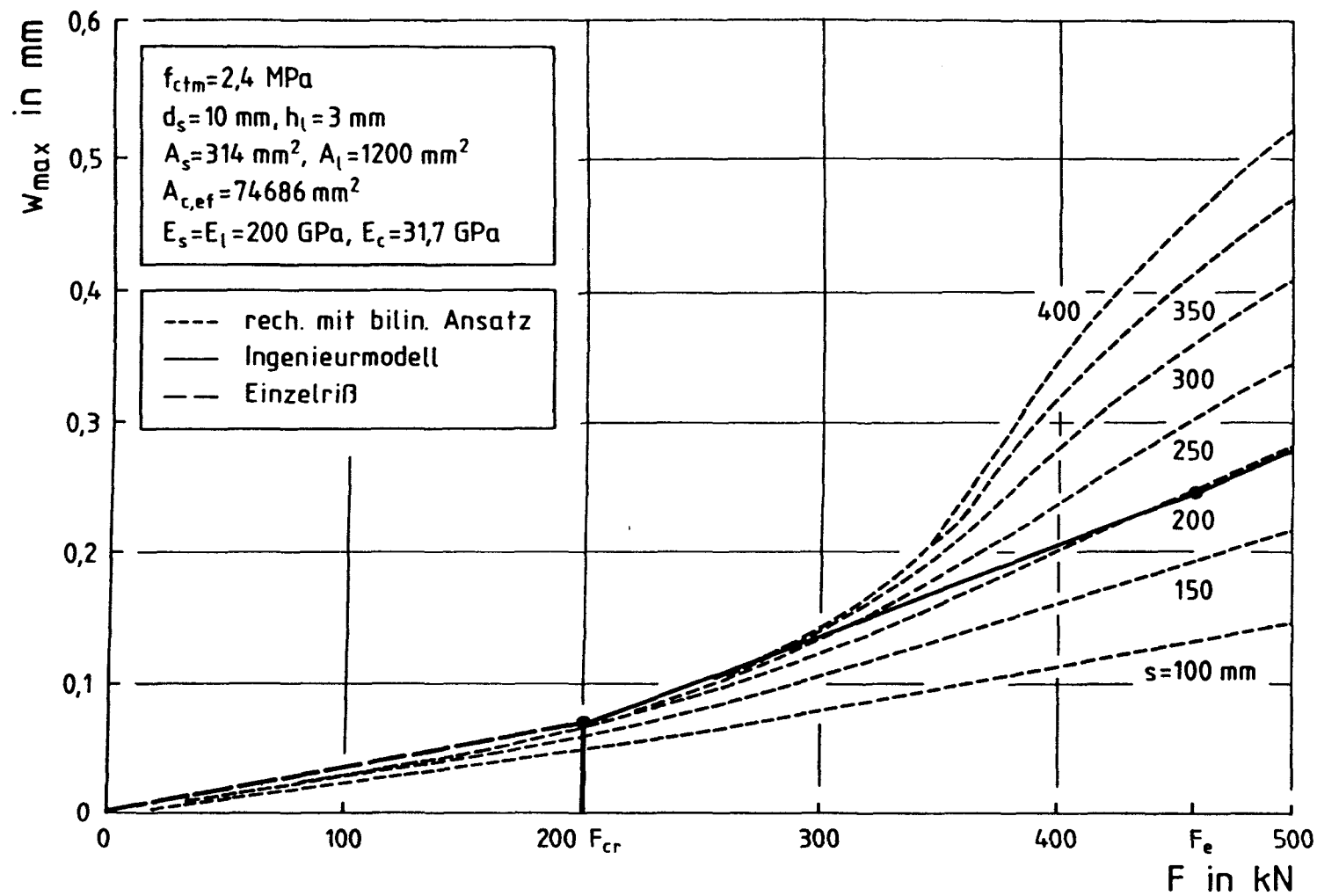


Bild A21: Maximale Rißbreite bei gemischter Bewehrung - Beispiel 4

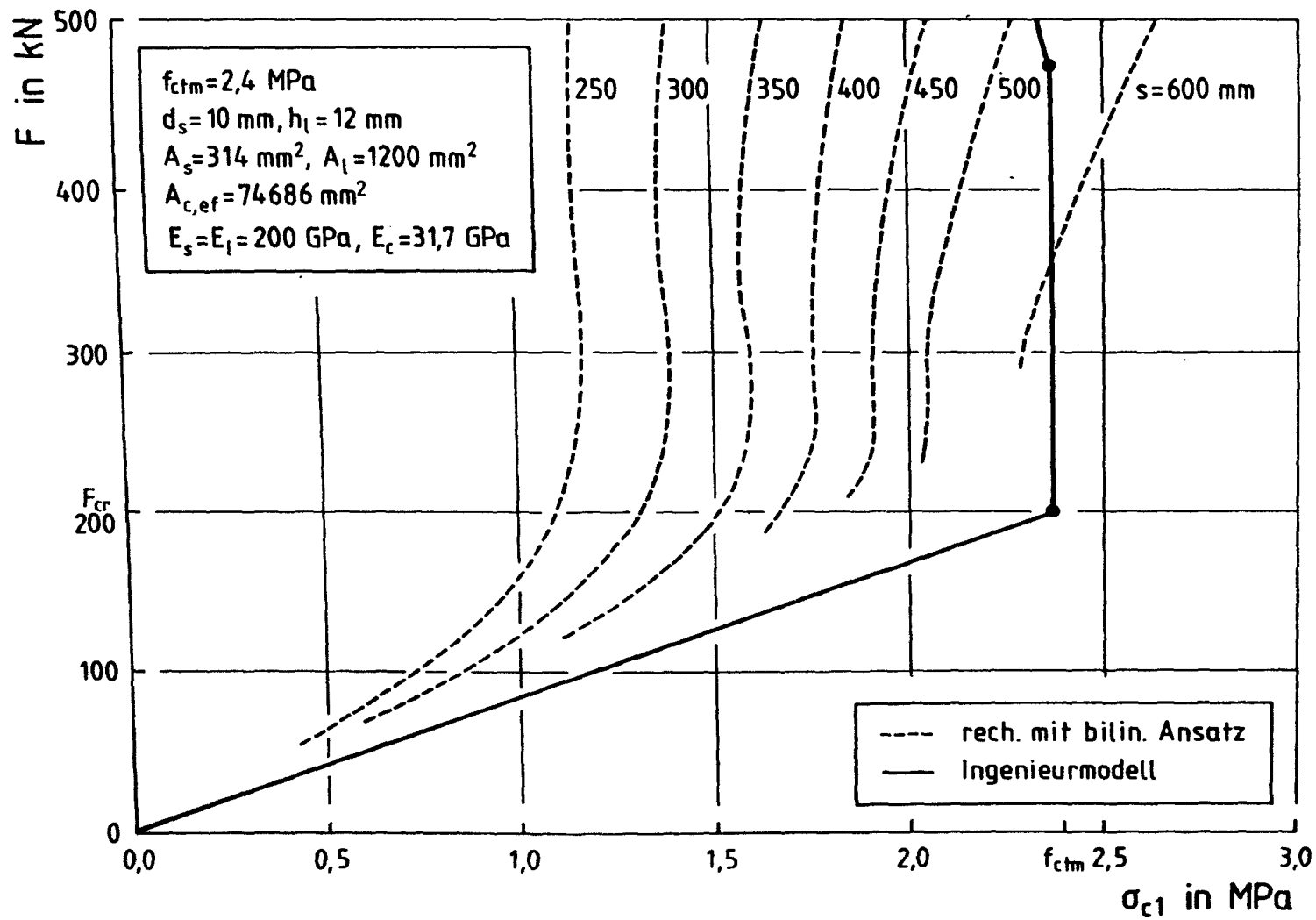


Bild A22: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei gemischter Bewehrung - Beispiel 5

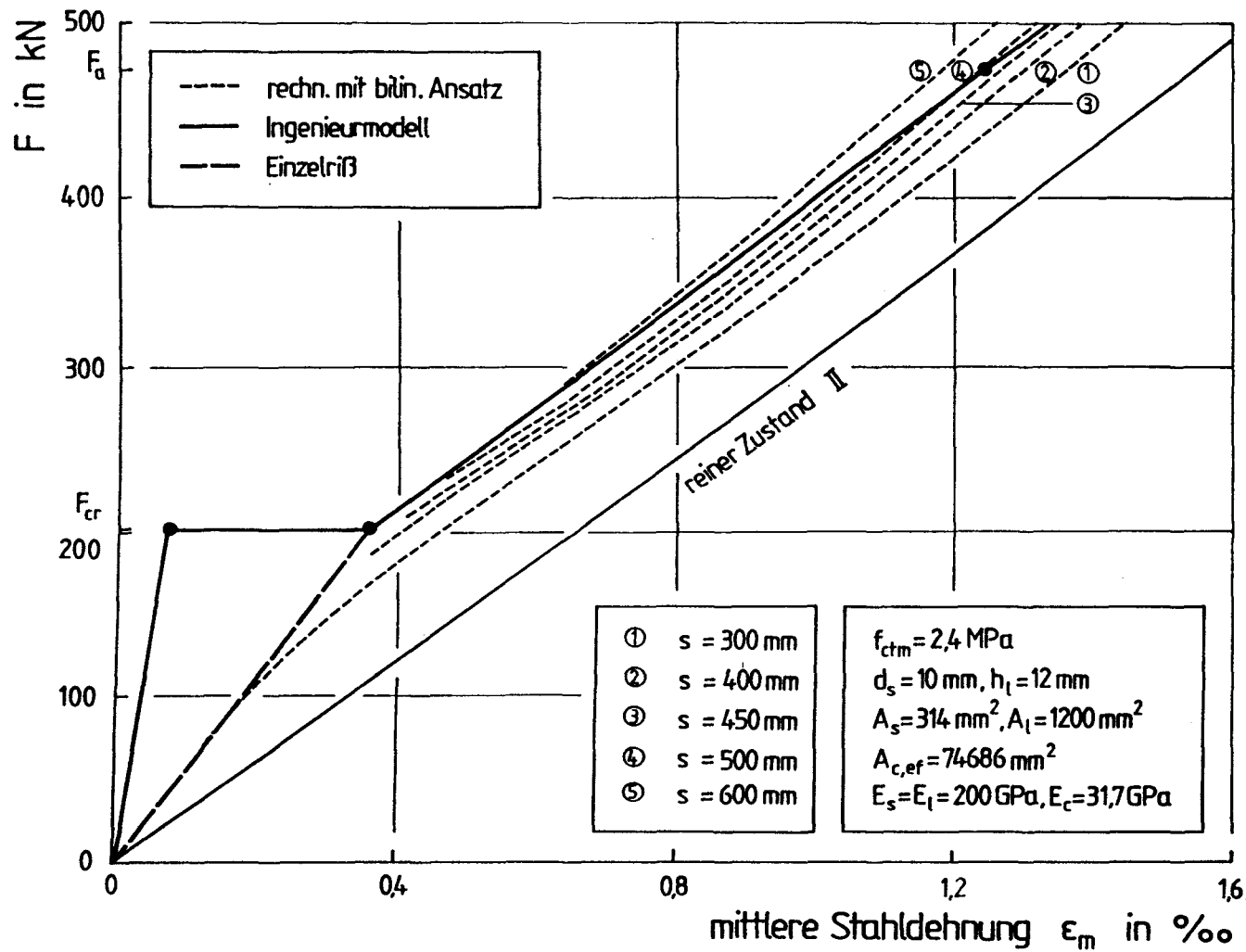


Bild A23: Kraft-Dehnungsline für maximalen Rißabstand - Beispiel 5

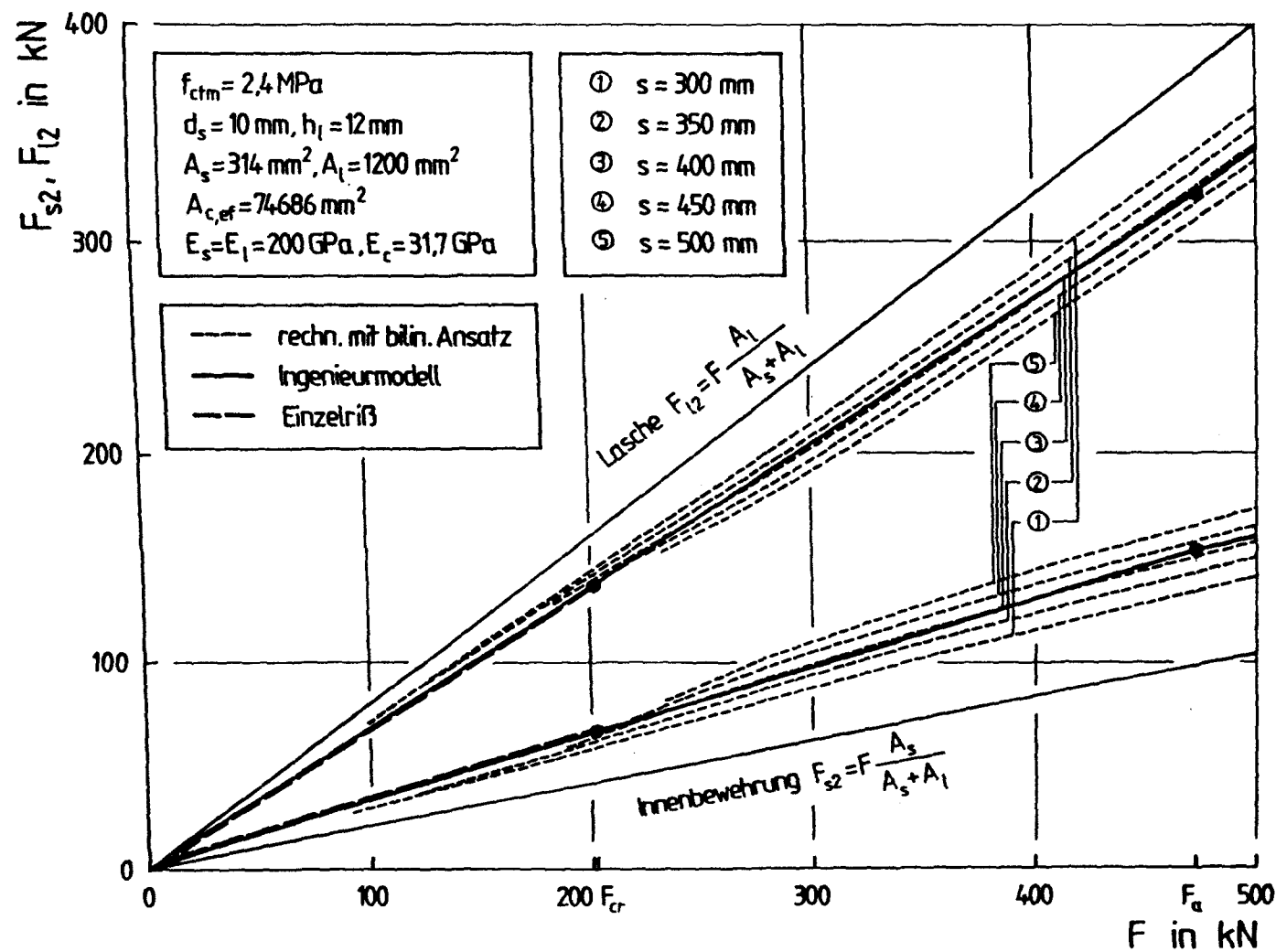


Bild A24: Kräfte bei gemischter Bewehrung für maximalen Rißabstand - Beispiel 5

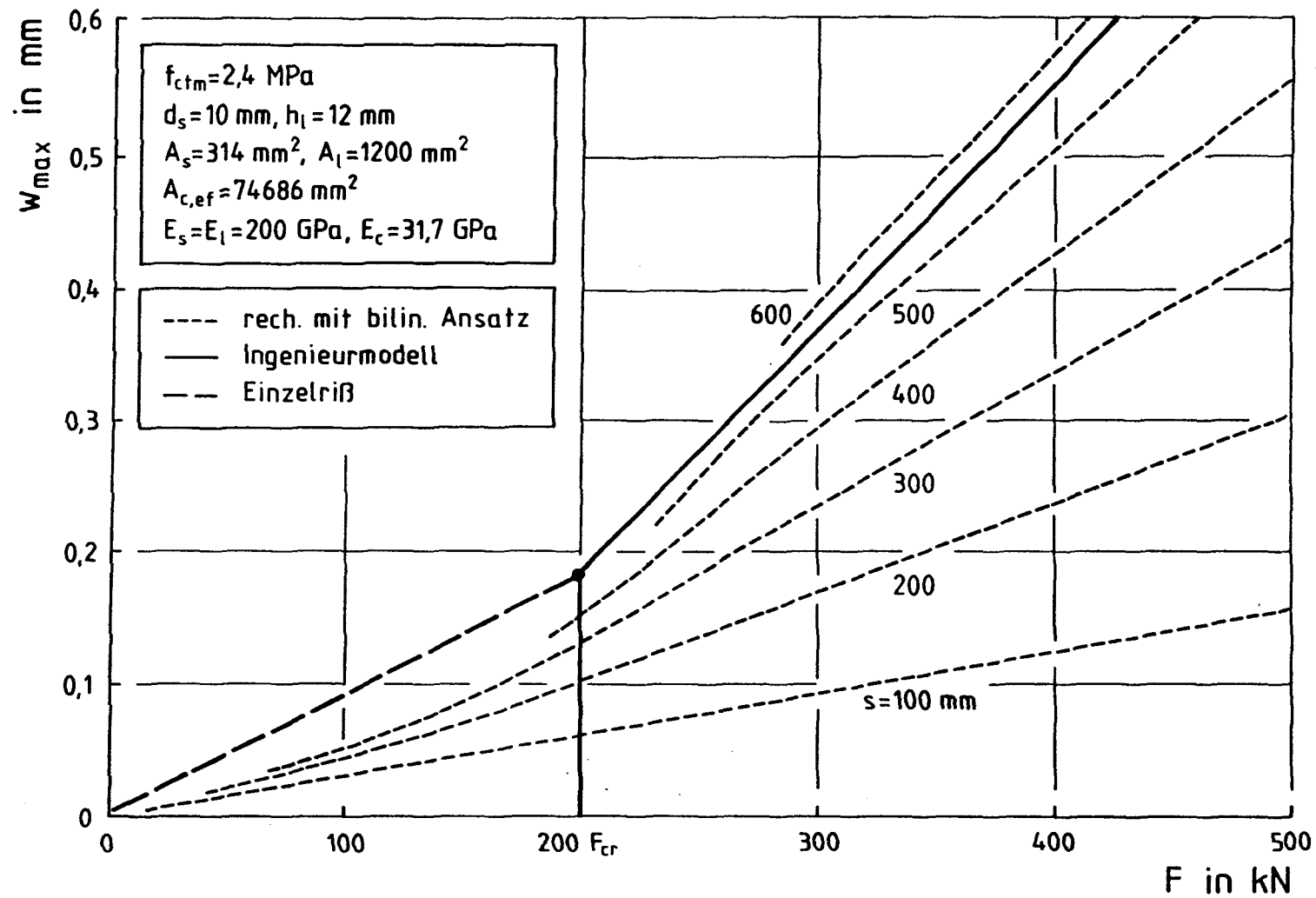


Bild A25: Maximale Rißbreite bei gemischter Bewehrung - Beispiel 5

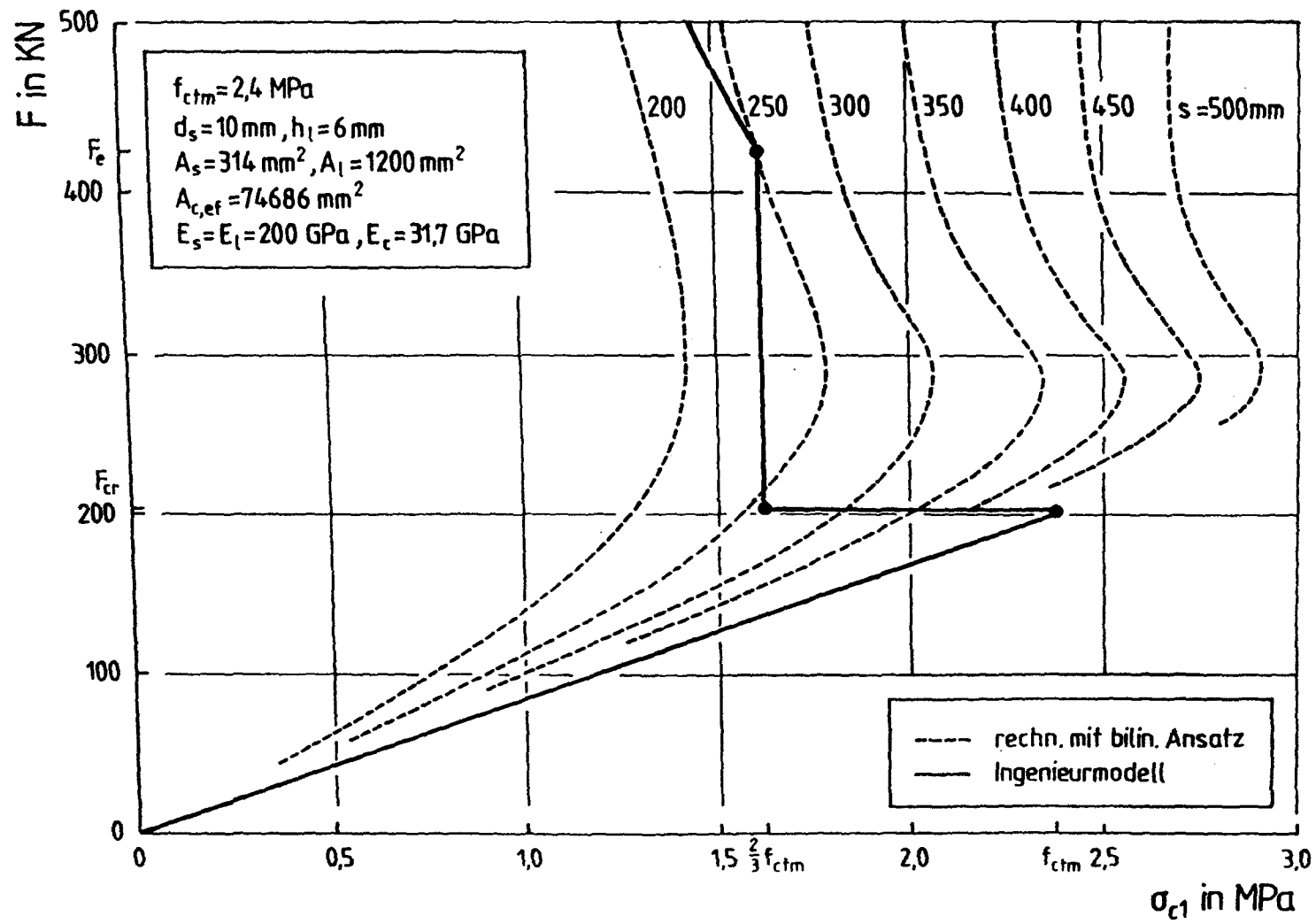


Bild A26: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei mittlerem Rißabstand - Beispiel 3

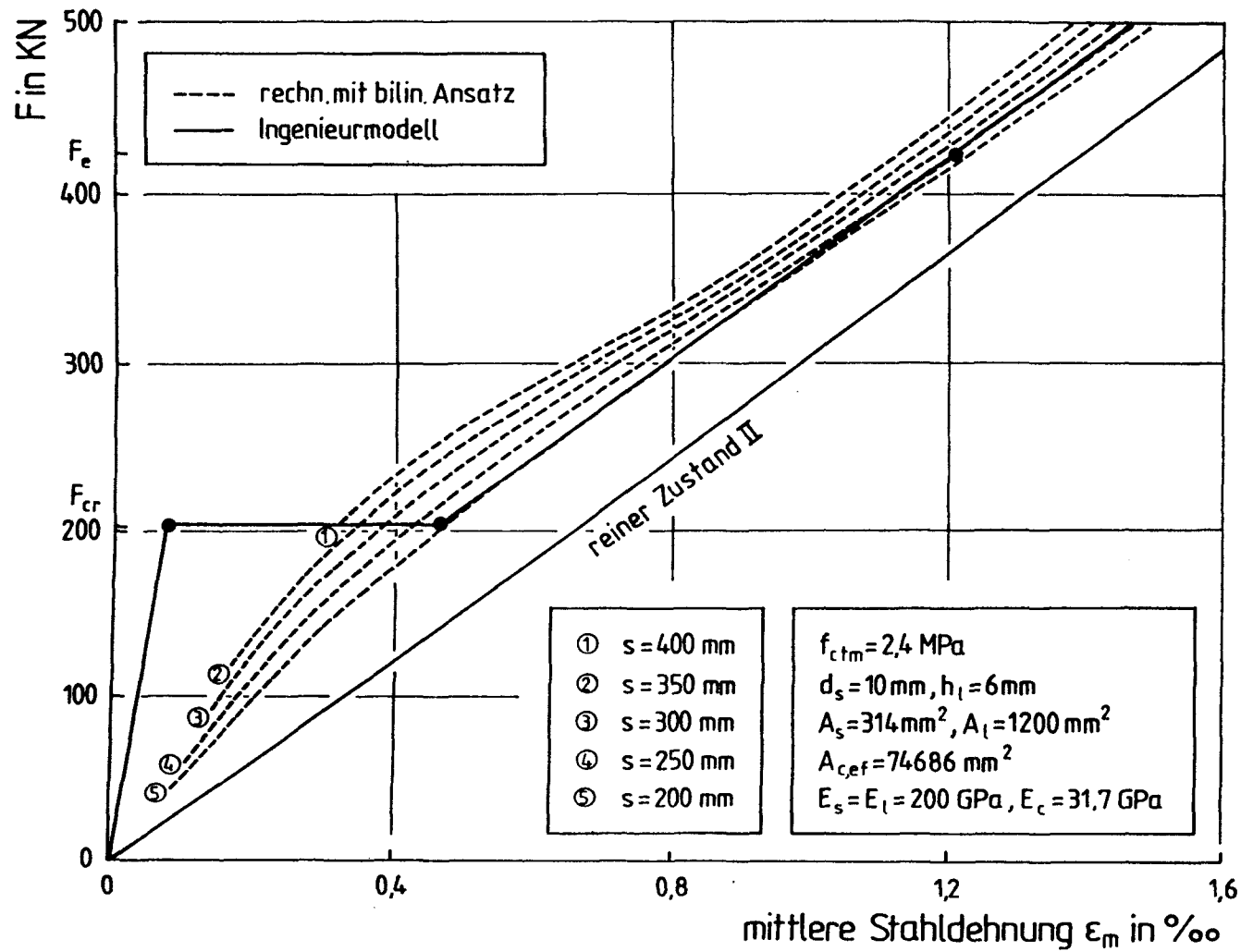


Bild A27: Kraft-Dehnungslinie eines verstärkten Zugglieds - Beispiel 3

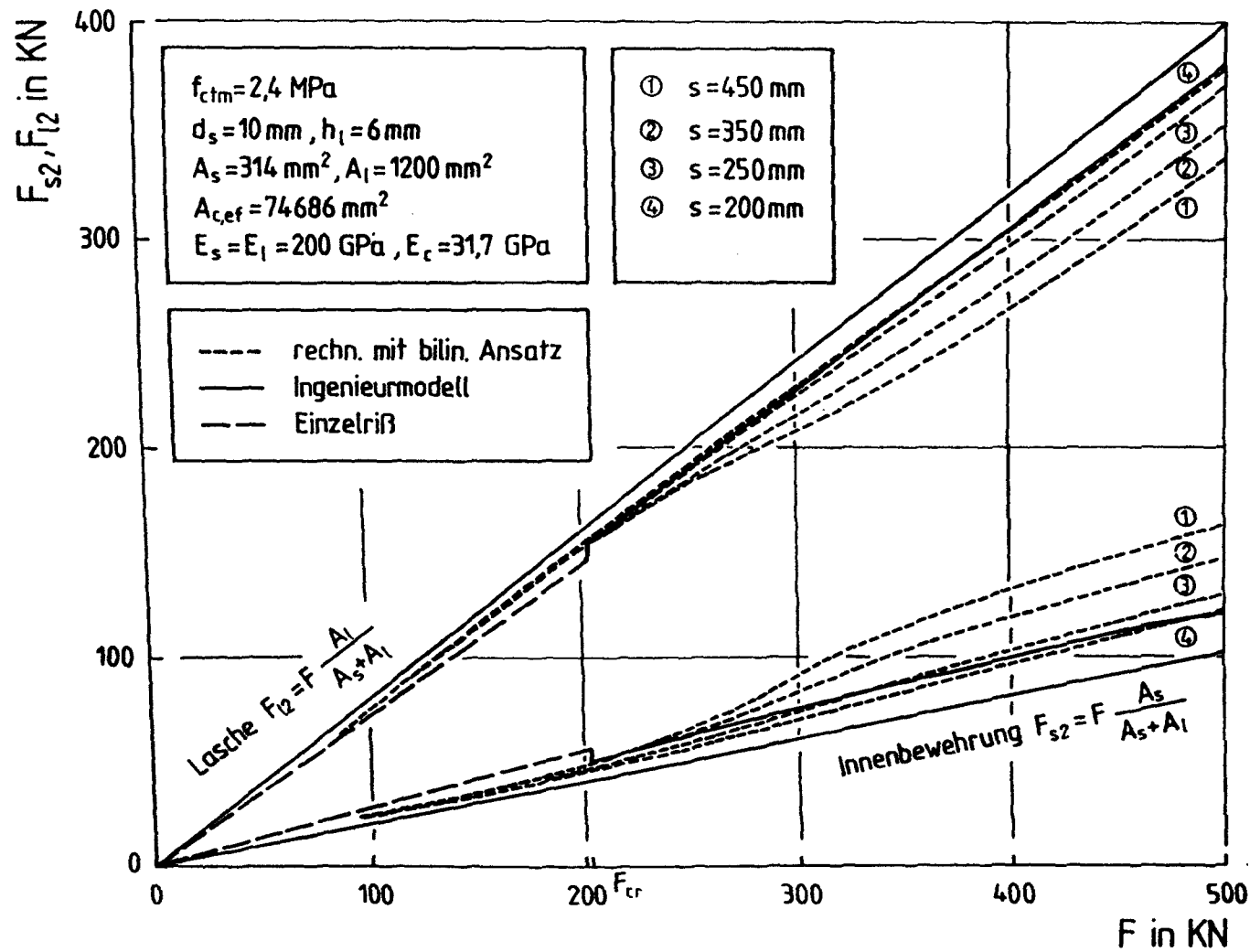


Bild A28: Kräfte bei gemischter Bewehrung für mittleren Rißabstand - Beispiel 3

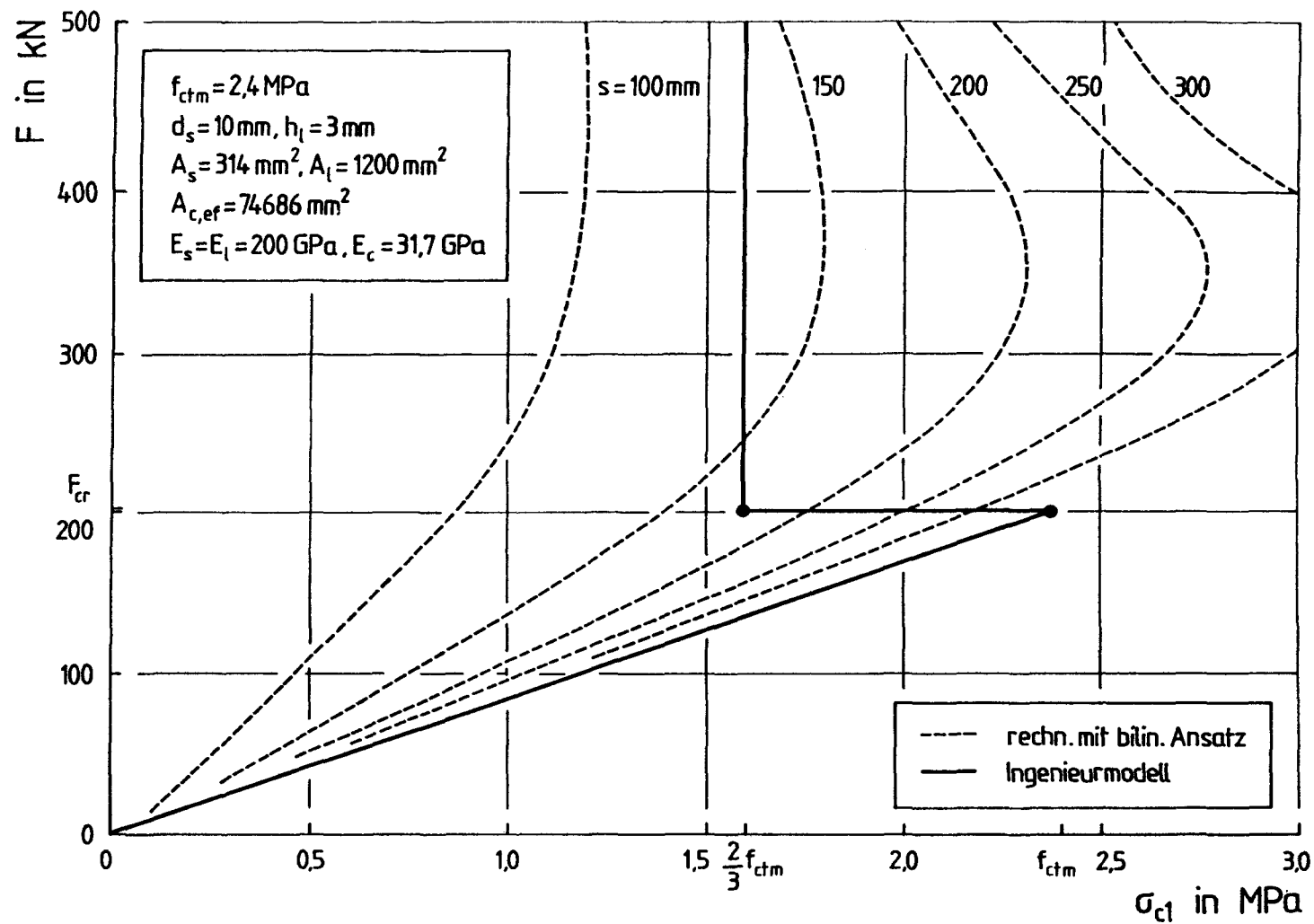


Bild A29: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei mittlerem Rißabstand - Beispiel 4

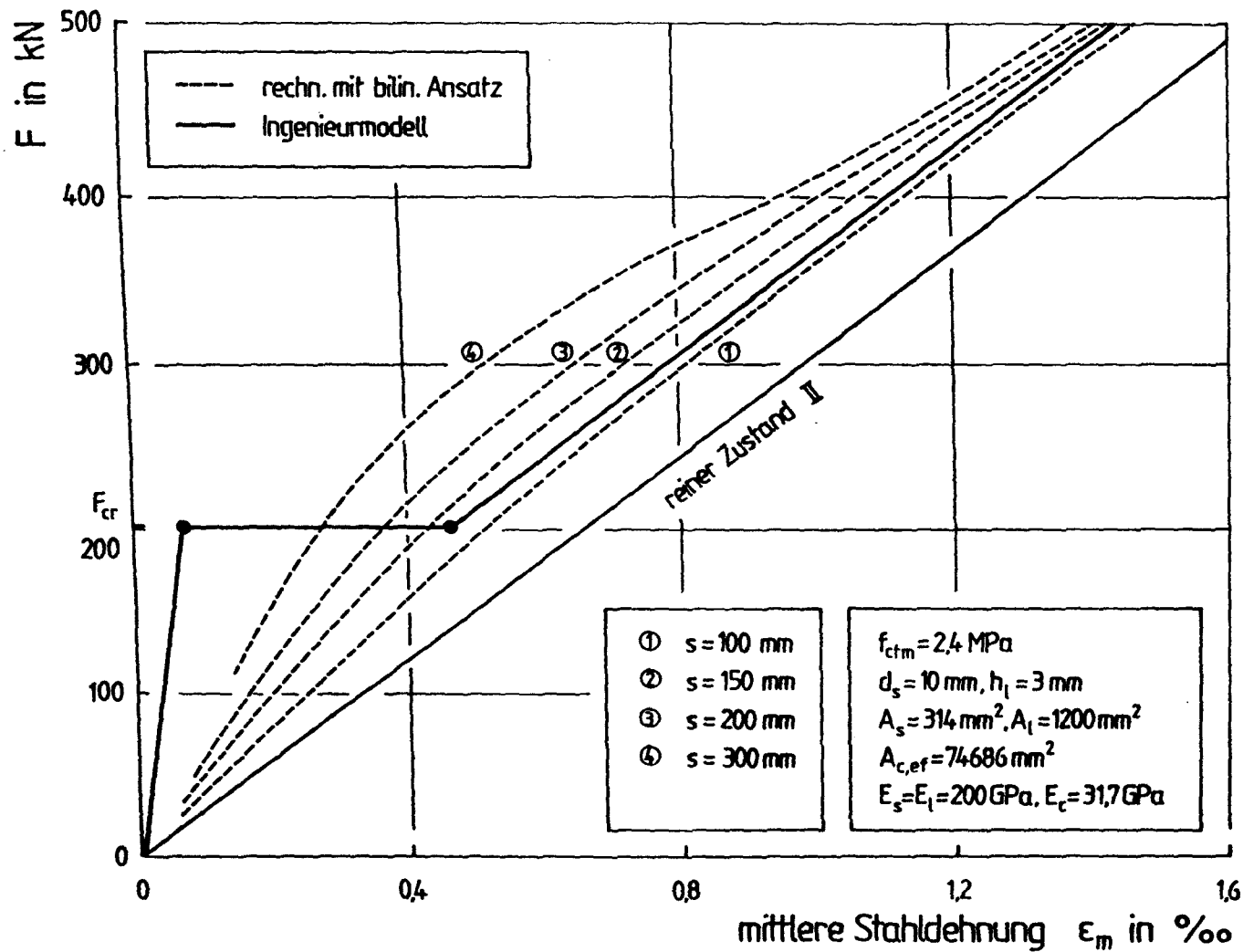


Bild A30: Kraft-Dehnungslinie eines verstärkten Zugglieds - Beispiel 4

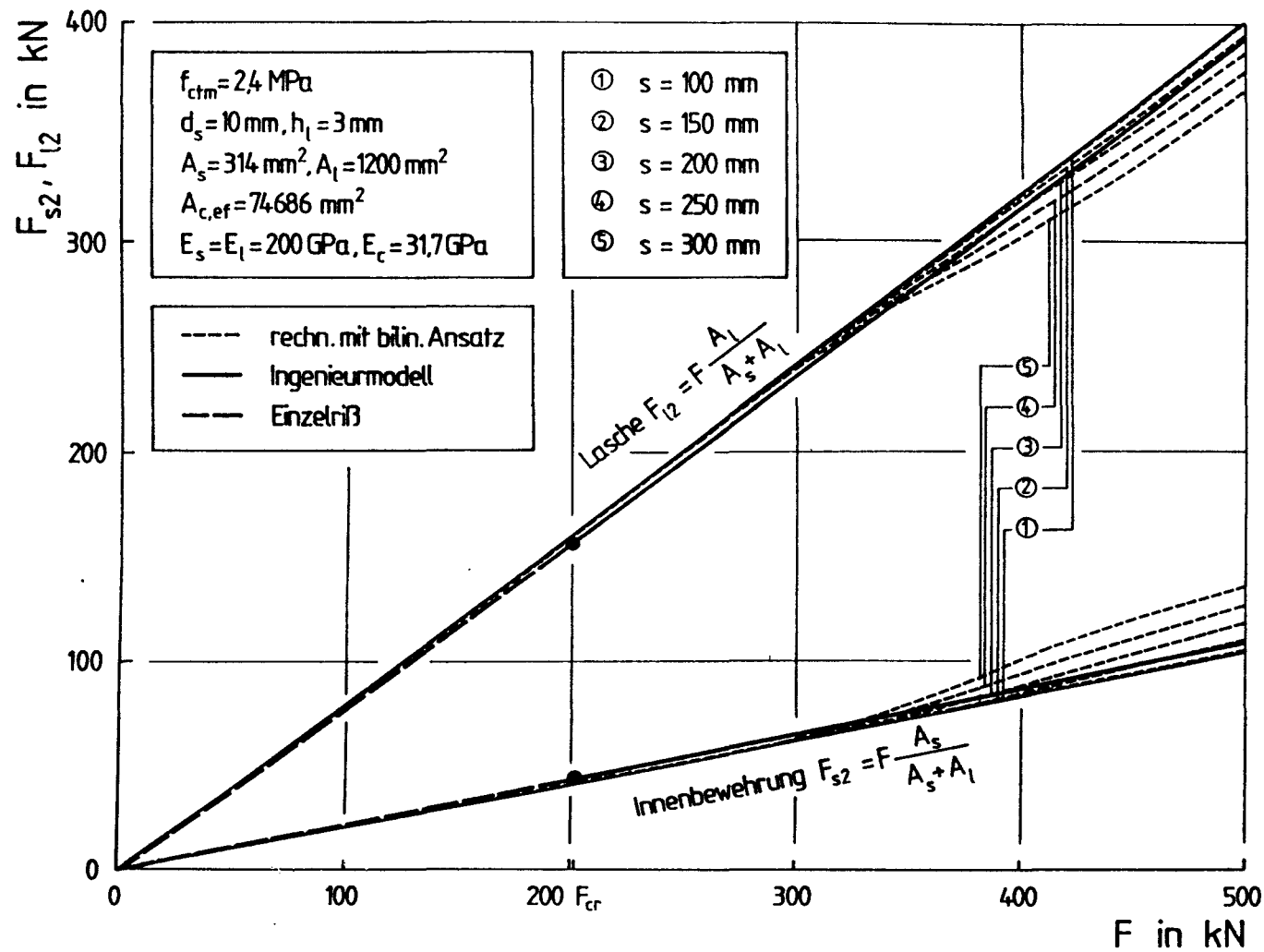


Bild A31: Kräfte bei gemischter Bewehrung für mittleren Rißabstand - Beispiel 4

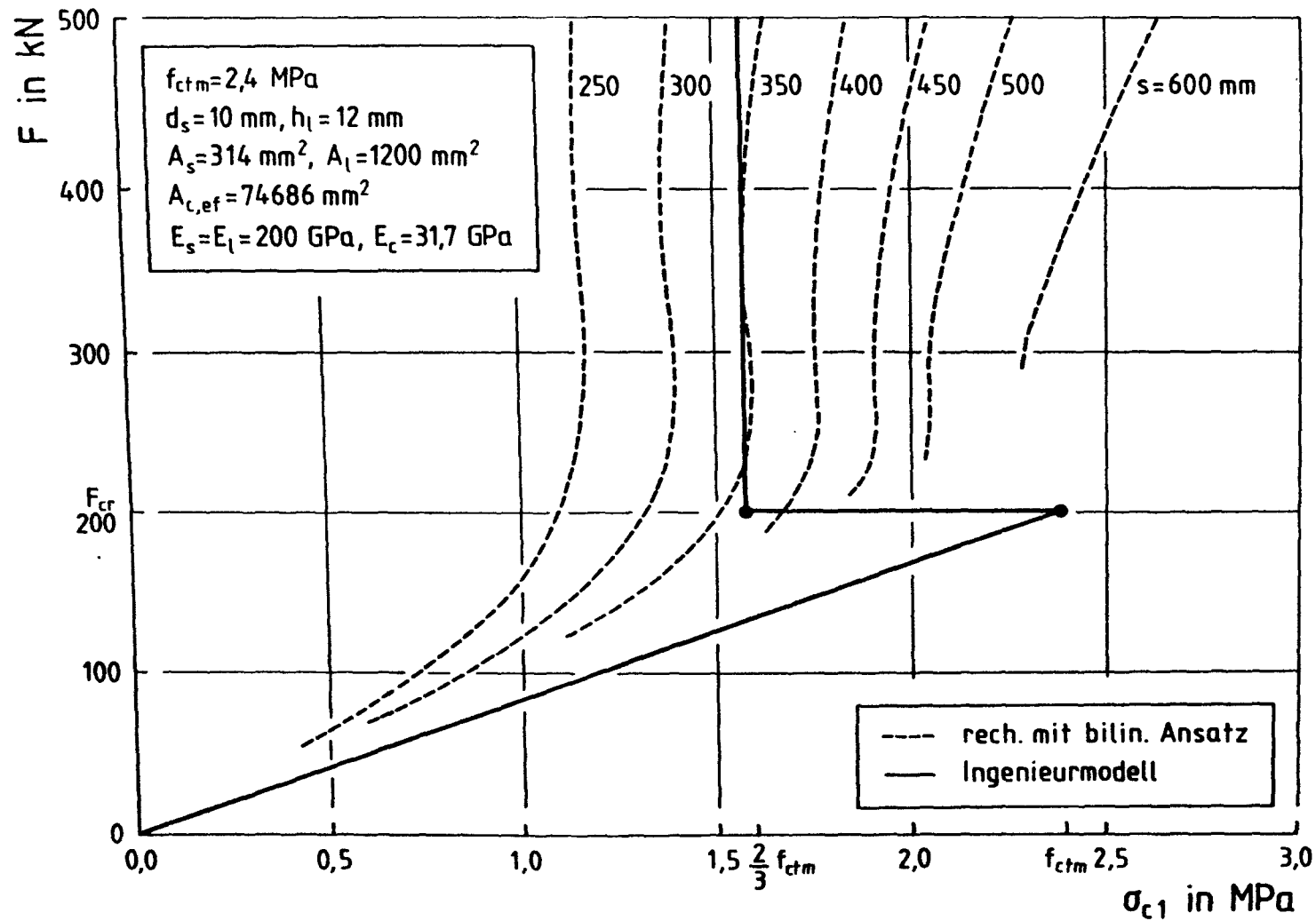


Bild A32: Betonspannung σ_{c1} zwischen den Rissen bei mittlerem Rißabstand - Beispiel 5

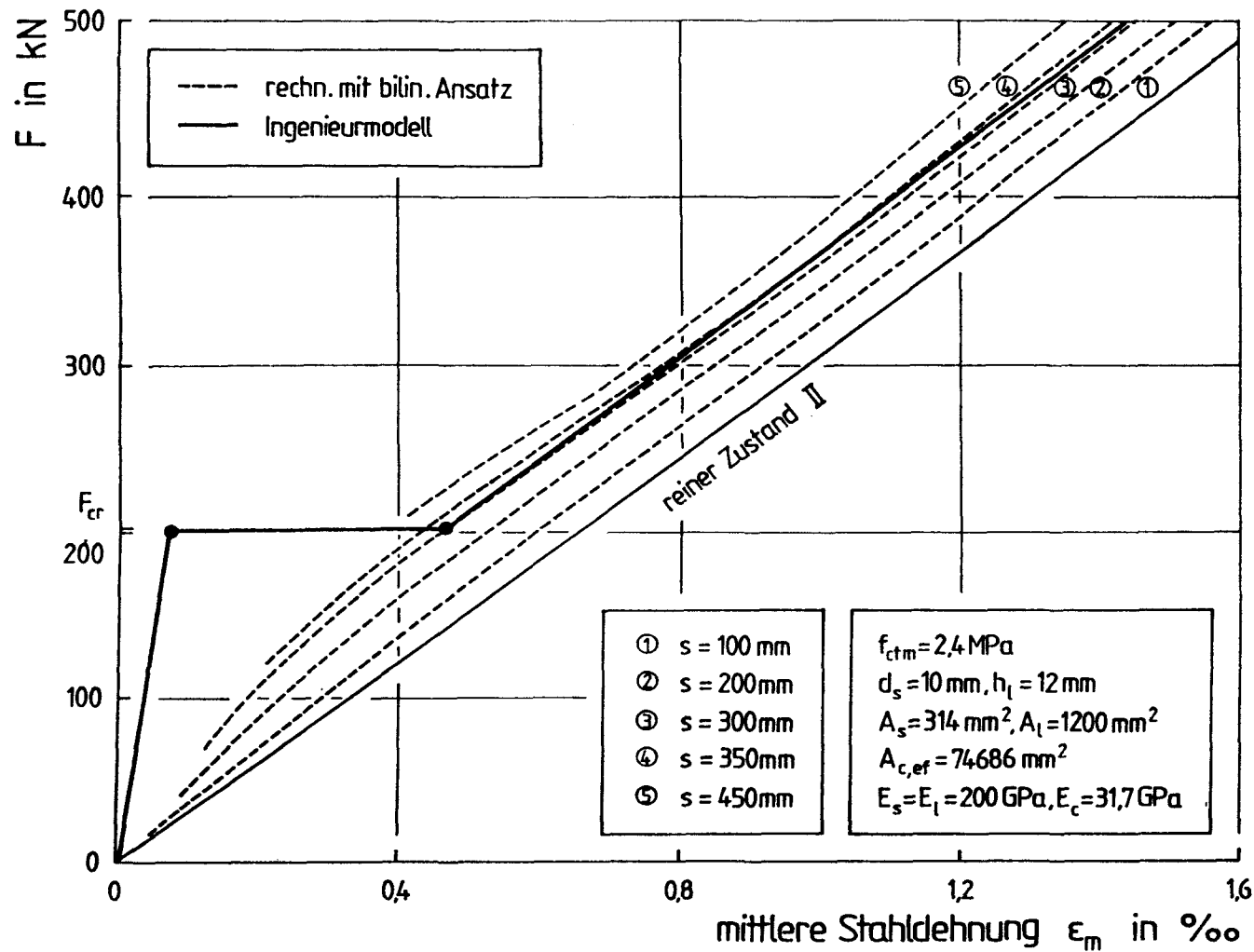


Bild A33: Kraft-Dehnungslinie eines verstärkten Zugglieds - Beispiel 5

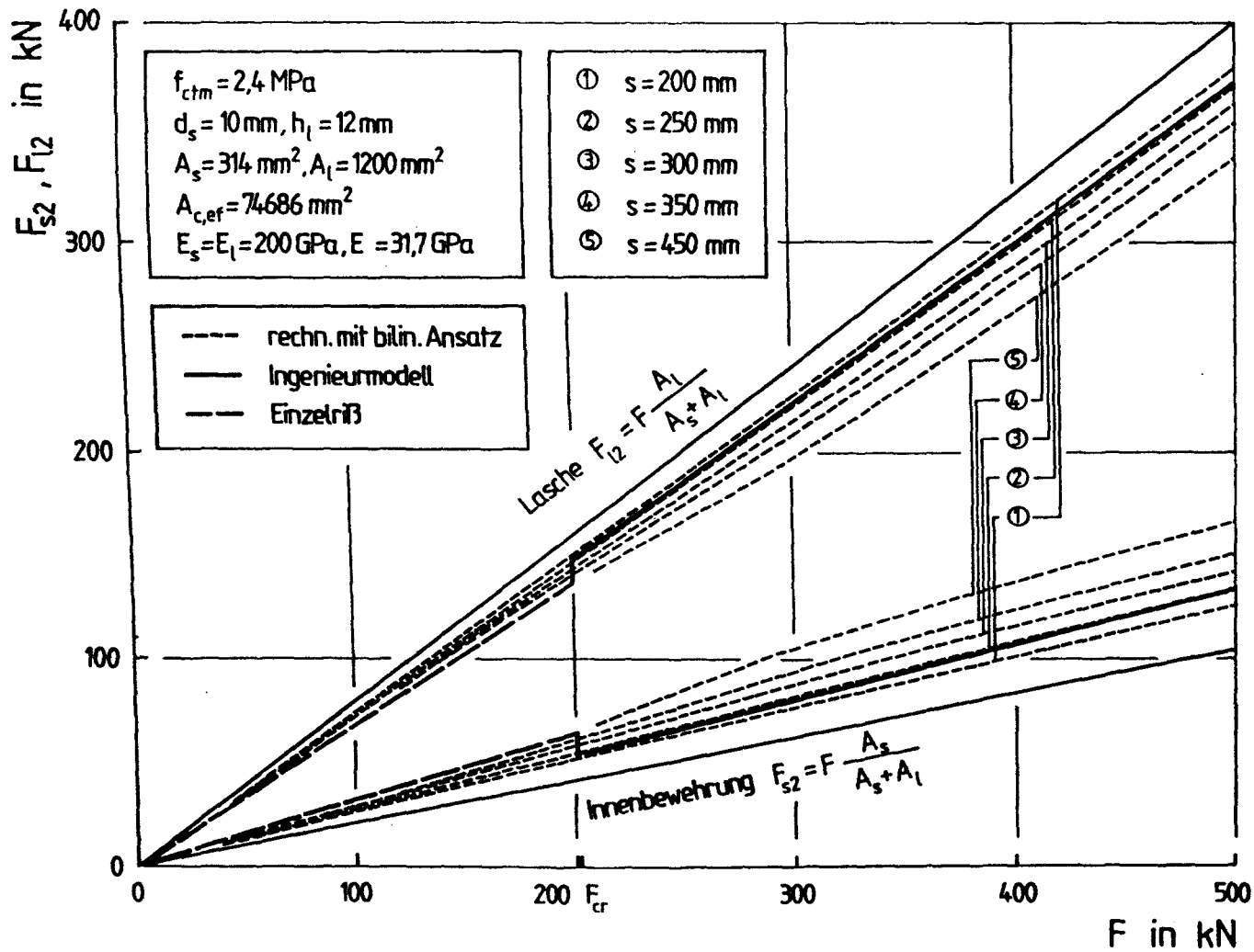


Bild A34: Kräfte bei gemischter Bewehrung für mittleren Rißabstand - Beispiel 5

Versuch	$b_\ell \times h_\ell$	a_0	β_{Wm}	k_b^2	G_{Fm}	$R_{m,max}$	l_t	$F_\ell(x=a)$	$F_s(x=a)$	z_ℓ	cal M_u	cal F_u	exp F_u	$\frac{\text{cal } F_u}{\text{exp } F_u}$
-	mm ²	mm	MPa	-	N/mm	kN	mm	kN	kN	mm	kNm	kN	kN	-
DB02.1	80 x 3	650	49	1,5	0,443	58,4	216	68,5	39,2	247,5	25,38	40,6	45	0,90
SB01.1	60 x 8	250	49	1,66	0,491	75,2	353	117,1	33,1	250	36,4	58,2	75	0,78
SB02.1	120 x 4	250	44	1,21	0,333	87,6	259	154,4	44,1	248	47,8	76,4	90	0,85
SB03.1	40 x 10	250	44	1,84	0,506	56,9	409	82,8	27,9	252	26,9	43,0	50	0,86
SB04.1	80 x 5	250	48	1,5	0,437	74,8	281	127,9	43,7	248,5	41,2	65,9	75	0,88
SB05.1	40 x 10	250	52	1,84	0,566	60,2	387	68,3	23,0	252	22,2	46,6	57,5	0,81
SB06.1	80 x 5	250	49	1,5	0,443	75,3	279	98,1	33,5	248,5	31,6	66,5	70	0,95
SB05.2	40 x 10	50	52	1,84	0,566	60,2	387	89,8	30,3	252	28,8	56,6	73,5	0,77
SB06.2	80 x 5	50	49	1,5	0,443	75,3	279	135,2	46,2	248,5	43,5	85,3	103	0,83
i.M.														0,85

$$A_s = 158 \text{ mm}^2 \quad z_s = 215 \text{ mm} \quad E_s = E_\ell = 200 \text{ GPa} \quad \text{Versatzmaß: } v = 200 \text{ mm}$$

Bild A36: Verbundtragfähigkeit eigener Balkenversuche - Vergleich von Versuch und Rechnung ($v = 200 \text{ mm}$)

Versuch	$b_\ell \times h_\ell$	a_0	β_{Wm}	k_b^2	G_{Fm}	$R_{m,max}$	l_t	$F_\ell(x=a)$	$F_s(x=a)$	z_ℓ	cal M_u	cal F_u	exp F_u	cal F_u exp F_u
-	mm ²	mm	MPa	-	N/mm	kN	mm	kN	kN	mm	kNm	kN	kN	-
DB02.1	80 x 3	650	49	1,5	0,443	58,4	216	75,6	43,2	247,5	28,0	44,8	45	1,00
SB01.1	60 x 8	250	49	1,66	0,491	75,2	353	133,7	37,9	250	41,6	66,5	75	0,89
SB02.1	120 x 4	250	44	1,21	0,333	87,6	259	179,8	51,3	248	55,6	89,0	90	0,99
SB03.1	40 x 10	250	44	1,84	0,506	56,9	409	93,7	31,6	252	30,4	48,7	50	0,97
SB04.1	80 x 5	250	48	1,5	0,437	74,8	281	148,2	50,6	248,5	47,7	76,3	75	1,02
SB05.1	40 x 10	250	52	1,84	0,566	60,2	387	77,6	26,2	252	25,2	53,0	57,5	0,92
SB06.1	80 x 5	250	49	1,5	0,443	75,3	279	113,7	38,9	248,5	36,6	77,1	70	1,10
SB05.2	40 x 10	50	52	1,84	0,566	60,2	387	106,5	35,9	252	34,5	67,8	73,5	0,92
SB06.2	80 x 5	50	49	1,5	0,443	75,3	279	166,7	57,0	248,5	53,7	105,3	103	1,02
													i.M.	0,98

$A_s = 158 \text{ mm}^2$ $z_s = 215 \text{ mm}$ $E_s = E_\ell = 200 \text{ GPa}$ Versatzmaß: $v = 100 \text{ mm}$

Bild A37: Verbundtragfähigkeit eigener Balkenversuche - Vergleich von Versuch und Rechnung ($v = 100 \text{ mm}$)

